

# Introduction à la robotique

## Convention de Denavit-Hartenberg

T. ALANI

Département Informatique-ESIEE-Paris

e-mail: [t.alani@esiee.fr](mailto:t.alani@esiee.fr)

<http://www.esiee.fr/~alanit>

# Notation de Denavit-Hartenberg

Notation de Denavit-Hartenberg pour un robot à chaîne ouverte simple.

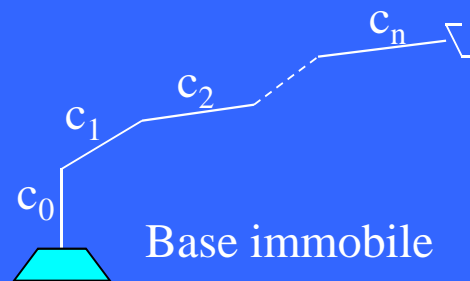
## I. Description des articulations:

Robot rigide :

$n$  articulations ( $i=0, 1, \dots, n$ ) =  $n$  degrés de liberté

Segment  $i$  est mobile par rapport au segment  $i-1$ .

Axe  $i$  est défini par une ligne dans l'espace, autour de laquelle segment  $i$  tourne ou se déplace par rapport au segment  $i-1$ .



# Notation de Denavit-Hartenberg

Un segment est spécifié par 2 paramètres qui définissent la situation relative de deux axes dans l'espace :

1. **Distance perpendiculaire commune** ( $a_{i-1}$ ) : distance entre deux axes consécutifs  $i-1$  et  $i$ . C'est une distance perpendiculaire commune à  $z_i$  et  $z_{i-1}$ . Cette ligne existe toujours et elle est unique sauf dans le cas où les deux axes sont parallèles (nombre infini de lignes de même longueur)
2. **Orientation relative de deux axes consécutifs** ( $\alpha_{i-1}$ ) : angle entre l'axe  $i-1$  et l'axe  $i$ . Il est obtenu en « vissant » l'axe  $i-1$  vers l'axe  $i$ .

Cas spécial : intersection des deux axes

$\alpha_{i-1}$  est mesuré dans le plan contenant les deux axes, mais son sens est inconnu. Dans ce cas, on est libre de choisir le signe arbitrairement.

# Notation de Denavit-Hartenberg

II. Description de connexions entre segments (articulations)

II.1 Les segments intermédiaires de la chaîne

Une articulation est spécifiée par 2 paramètres :

**Glissement** ( $d_i$ ) : distance sur l'axe commun entre  $a_{i-1}$  et  $a_i$ .

**Rotation** ( $\theta_i$ ) : angle entre  $a_{i-1}$  et  $a_i$ . Il est obtenu en « vissant »  $a_{i-1}$  vers l'axe  $a_i$  autour de l'axe  $z_i$ .

Si l'articulation  $i$  est de type prismatique, alors  $d_i$  est variable.

Si l'articulation  $i$  est de type rotoïde, alors  $\theta_i$  est variable.

# Notation de Denavit-Hartenberg

II.2 Les articulations extrêmes (première et dernière) du robot

$$a_0 = a_n = 0, \alpha_0 = \alpha_n = 0.$$

Si l'articulation 1 de type rotoïde, la position 0 de  $\theta_1$  peut être choisie arbitrairement et  $d_1 = 0$ .

Si l'articulation 1 de type prismatique, la position 0 de  $d_1$  peut être choisie arbitrairement et  $\theta_1 = 0$ .

Les mêmes conventions sont appliquées à l'articulation n.

# Notation de Denavit-Hartenberg

## III. Convention d'attachement des repères aux segments du robot

### III.1 Convention d'attachement des repères aux segments intermédiaires du robot

L'axe  $z_i$  du repère  $i$  coïncide avec l'axe d'articulation  $i$ . Il correspond au déplacement (rotoïde ou prismatique) du segment  $i$  par rapport au référentiel  $i-1$ .

L'origine du repère  $i$  est localisée à l'intersection de  $a_i$  avec l'axe d'articulation  $i$ .

L'axe  $x_i$  du repère  $i$  coïncide avec  $a_i$  d'articulation  $i$ . Le sens est dans le sens de  $a_i$  (de l'axe  $i$  à l'axe  $i+1$ ).

Cas spécial :  $a_i = 0$ ,  $\mathbf{u}_{x_i}$  est choisi normal au plan de  $\mathbf{u}_{z_i}$  et  $\mathbf{u}_{z_{i+1}}$ .  
 $\mathbf{u}_{y_i}$  est défini par la règle de la main droite.

# Notation de Denavit-Hartenberg

## III.2 Convention d'attachement des repères aux segments extrêmes (premier et dernier) du robot

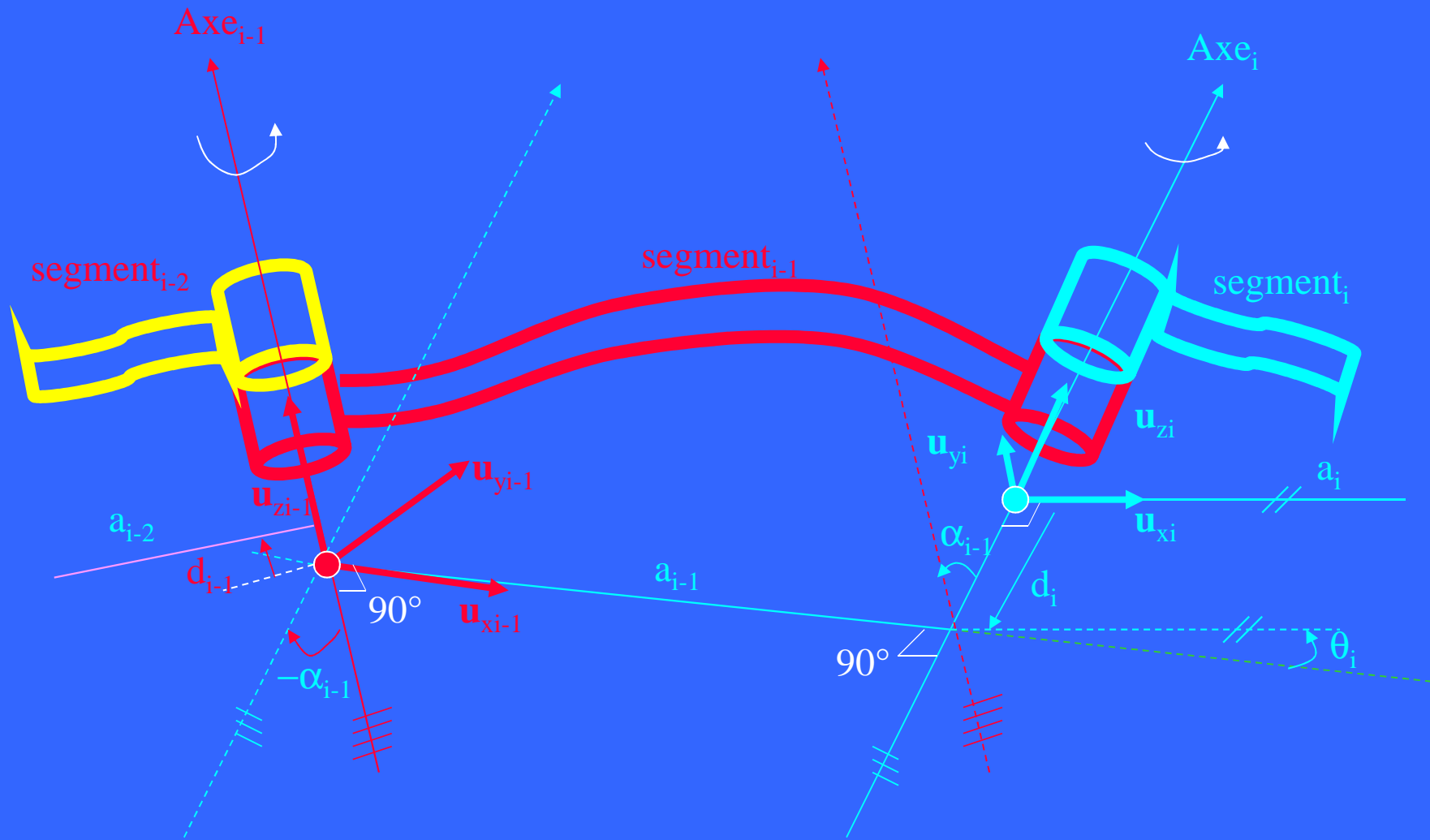
Attacher un repère de référence fixe (arbitraire) à la base du robot (articulation 0 ( $c_0$ )). Les repères de toutes les articulations sont exprimés par rapport à ce repère.

Puisque le repère 0 est arbitraire, choisir  $\mathbf{u}_{z_i}$  coïncidant avec l'axe 1 quand la variable articulaire  $\theta_1=0$  ou  $d_1=0$ .

$$a_0 = 0, \alpha_0 = 0.$$

Si l'articulation  $n$  de type rotoïde, le sens de  $x_n$  coïncide avec  $x_{n-1}$  quand  $\theta_n=0$  et l'origine du repère  $n$  est choisie tel que  $d_n=0$ .

Si l'articulation  $n$  de type prismatique, le sens de  $x_n$  est choisi tel que  $\theta_n=0$  et l'origine du repère  $n$  est choisie sur l'intersection de  $x_{n-1}$  et l'axe d'articulation  $n$  quand  $d_n=0$ .



## Notations de Denavit-Hartenberg



## Notation de Denavit-Hartenberg (modifiée)

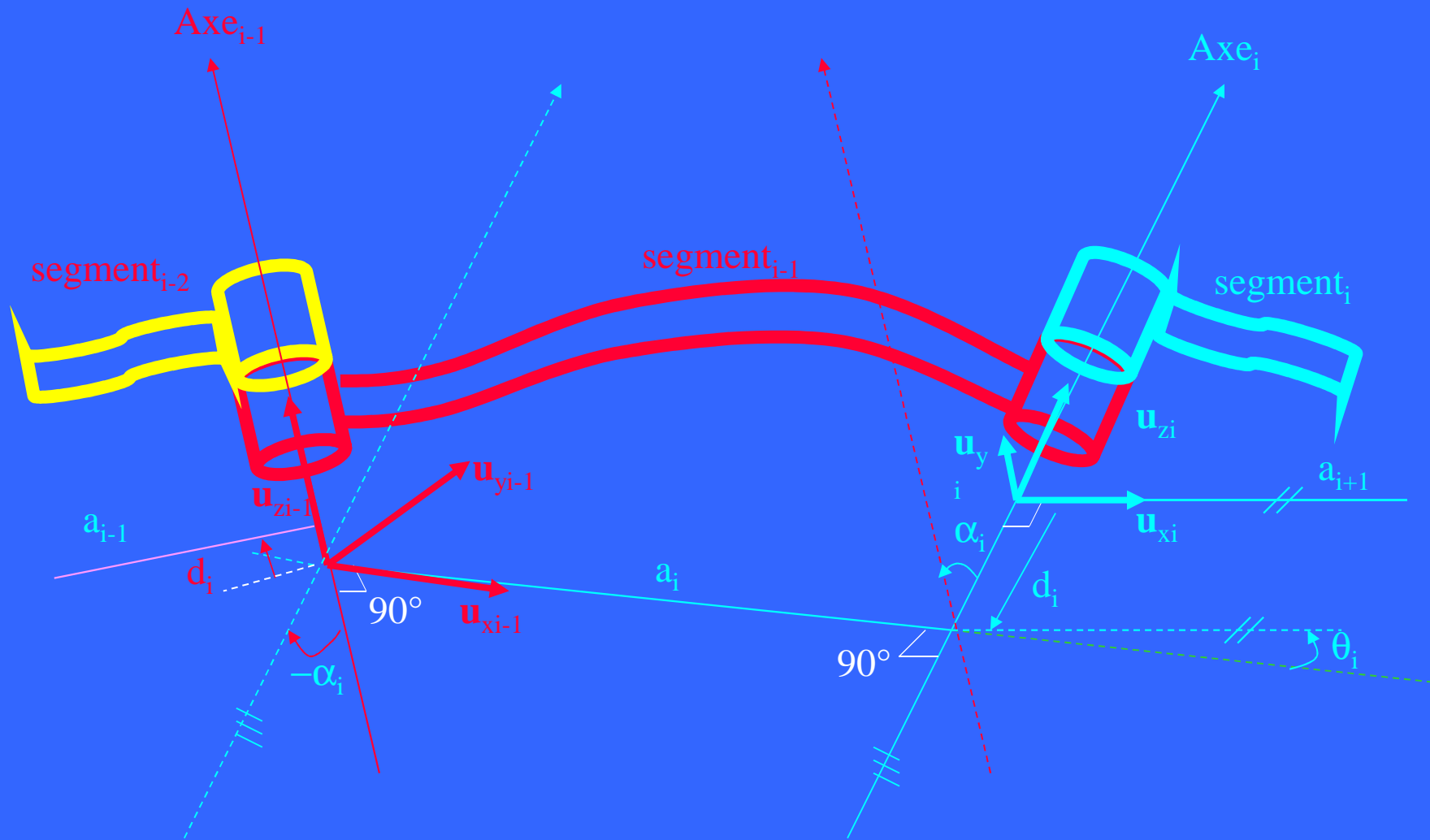
La convention de Denavit-Hartenberg, dans sa version d'origine, est appliquée à un robot à chaîne ouverte simple. Pour appliquer cette convention à un robot à chaîne fermée, nous utiliseront la notation suivante

$a_i$  = distance de  $\mathbf{u}_{z_{i-1}}$  à  $\mathbf{u}_{z_i}$  mesurée sur  $x_{i-1}$  ( $a_i$  est toujours positive ou nulle)

$\alpha_i$  = angle de  $\mathbf{u}_{z_{i-1}}$  à  $\mathbf{u}_{z_i}$  mesurée autour de  $\mathbf{u}_{x_{i-1}}$

$d_i$  = distance de  $\mathbf{u}_{x_{i-1}}$  à  $\mathbf{u}_{x_i}$  mesurée sur  $z_{i-1}$  (le signe est déterminé par rapport à l'origine de repère  $i-1$ )

$\theta_i$  = angle de  $\mathbf{u}_{x_{i-1}}$  à  $\mathbf{u}_{x_i}$  mesurée autour de  $\mathbf{u}_{z_i}$



## Notation de Denavit-Hartenberg modifiée

## Bibliographie

John J. Craig. Introduction to robotics mechanics and control, 2nd Ed. Addison Wesley Publishing Company, 1989.

John J. Craig. Adaptive control of mechanical Manipulators. Addison Wesley Publishing Company, 1988.

Etienne Dombre, Wisama Khalil. Modélisation et commande des robots. Addition HRMES, Paris, 1988.