Chambre de Commerce et d'Industrie de Paris —————— E.S.I.E.E.	Unité : EL201 TD Fourier, Réponse impulsionnelle, convolution... Date : octobre 2003	Classe I2

Remis par M. J.-F. BERCHER

ÉNONCÉ

Exercice 1 (Le Dirac comme limite)

On considère une impulsion rectangulaire de durée Δ et d'amplitude A. Calculez la TF de cette impulsion. Représentez cette TF, en spécifiant en particulier les valeurs des passages par zéro.
Donnez l'expression de cette TF pour une impulsion de largeur ϵ et d'amplitude $1/\epsilon$. Que devient-elle lorsque ϵ tend vers zéro ?

Exercice 2 (Le Dirac à temps discret)

Calculez la TF inverse d'une impulsion rectangulaire d'amplitude $1/2B$, définie sur $[-B, B]$. Échantillonnez le signal obtenu à la fréquence $F_E = 2B$. Quelle est l'expression du signal discret ainsi obtenu ? Représentez la TF du signal obtenue par périodisation, tous les $2B$, de la TF initiale.

Exercice 3 (Série de Fourier d'un train d'impulsion)

À partir de l'expression de la TF d'une impulsion rectangulaire, établissez l'expression de la SF d'un train d'impulsion de rapport cyclique quelconque (posez Δ la largeur d'une impulsion et T la période). Examinez ce que devient le développement pour $\Delta = T/2$.

Exercice 4 (convolution)

Calculez le produit de convolution entre une impulsion rectangulaire de largeur T et une exponentielle $e^{-t/\Delta}u(t)$.
Évaluez graphiquement cette convolution.

Exercice 5 (convolution)

Évaluez graphiquement le produit de convolution entre deux impulsions rectangulaires d'amplitude 1 et de largeur T. Même question avec des signaux discrets.

Exercice 6 (Filtrage)

On considère un signal très basse fréquence (un signal ECG – Électrocardiogramme) perturbé par le secteur à 50 Hz. L'ensemble est échantillonné à 250 Hz.
On lisse ce signal discret selon :

$$y(n) = x(n) + x(n-1) + x(n-2) + x(n-3) + x(n-4)$$

1. Mettez cette équation aux différences sous la forme d'une convolution entre $x(n)$ et une RI $h(n)$ que vous préciserez.
2. Expliquez pourquoi ce lissage permet d'éliminer parfaitement la sinusoïde.
3. Calculez et tracez la réponse en fréquence corespondante.

Exercice 7 (Réponse impulsionnelle)

Donnez la réponse impulsionnelle correspondant à l'équation aux différences

$$y(n) = ay(n-1) + x(n),$$

par calcul direct puis par TZ inverse.

Exercice 8 (RC passe bas)

Soit un circuit RC de type passe bas, alimenté par une tension Ve, la tension de sortie Vs étant prise sur la capacité.

1. Établir l'équation différentielle entre Vs et Ve.
2. Donnez la fonction de transfert en p, puis en fréquence.
3. Déduisez en la RI par TL inverse
4. Calculez la réponse du circuit à un échelon, par convolution.
5. Calculez la réponse du circuit à un échelon, par Laplace.

Exercice 9

Calculez la TF d'un triangle de largeur $2T$ et d'amplitude T.

Exercice 10 (modulation d'amplitude)

Soit $x(t) = \cos(2\pi f_1 t) + 2\cos(2\pi f_2 t)$, avec f_1=100 Hz et f_2=200Hz

1. Quelle est la TF de $x(t)$?
2. On module la porteuse f_0=1000Hz en amplitude par $x(t)$: $y(t) = x(t)\cos(2\pi f_0 t)$. (modulation AM sans porteuse).
   Que vaut $Y(f)$? Tracer les spectres de $x(t)$ et $y(t)$.
3. On démodule $y(t)$ en le multipliant par la porteuse $\cos(2\pi f_0 t)$ et en filtrant le signal résultant $z(t)$ par un filtre passe bas.
   Quel est le spectre du signal $z(t)$?
   Quelle doit être la fréquence de coupure de ce filtre pour récupérer le spectre du signal modulant $x(t)$?
   Interpréter les opérations de modulation et démodulation par des convolutions dans le domaine fréquentiel.

Exercice 11 (Échantillonnage)

Soit le signal échantillonné $x_E(t) = \sum x(nT_E)\delta(t - nT_E)$. Donnez l'expression de $x_B(t) = x_E(t) * \Pi_{T_E}(t - T_E/2)$, où $\Pi_{T_E}(t - T_E/2)$ est une impulsion rectangulaire de largeur T_E sur $[0, T_E]$ et tracez un exemple de cette fonction.
Donnez la TF du signal $x_B(t)$, et représentez un exemple pour $|X_B(f)|$.