Chambre de Commerce et d'Industrie de Paris ———— E.S.I.E.E.	Unité : EL201 TD Transformée en Z Date : octobre 2003	Classe I2

Remis par M. J.-F. BERCHER

ÉNONCÉ

Exercice 1

Trouver la transformée en Z des signaux suivants :

1. $(0.5)^n u(n)$
2. $u(n-2)$
3. $(0.5)^n \sin(\frac{n\pi}{2}) u(n)$
4. $n(\delta(n-4) + u(n))$

Exercice 2

Donner les domaines de convergence pour les exemples de l'exercice 1.

Exercice 3

Montrer que la TZ de $nx(n)$ vaut $z^{-1}\frac{\mathrm{d}X(z)}{\mathrm{d}z^{-1}}$. En déduire la TZ de $na^n u(n)$.

Exercice 4

Donner les transformées en Z inverse de

1. $X(z) = \frac{6}{(1+\frac{1}{4}z^{-1})(1+\frac{1}{2}z^{-1})}$
2. $X(z) = 2 - \frac{3z}{(z-4)}$
3. $X(z) = \frac{6}{(1+\frac{1}{4}z^{-1})(1-2z^{-1})}$
4. $X(z) = 3 + 2z^{-1} + 6z^{-4}$
5. $X(z) = \frac{1+z^{-1}}{(1-2z^{-1}+z^{-2})}$

Évaluez rapidement la réponse en fréquence dans les cas 1, 4, 5.

Exercice 5

Soit le système décrit par l'équation aux différences

$$y(n) = 6x(n) - 0.5y(n-1).$$

Calculer la sortie $y(n)$ du système pour $x(n) = (-1/4)^n$.

Exercice 6

Soit

$$H_A(p) = \frac{\omega_0}{\omega_0 + p}.$$

Donnez l'original $h_A(t)$ de $H_A(p)$. Définissez $h_D(n) = h_A(nT_E)$l'échantillonnée de $h_A(t)$ à la période T_E. Calculez la TZ $H_D(z)$ correspondante, puis déduisez en la transformée de Fourier à fréquence réduite $H_D(f)$. Tracez $|H_D(f)|^2$ et comparez le résultat à $|H_A(f)|^2$.

Exercice 7

Montrer que la transformation

$$p = \frac{2}{T_E}\frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}$$

transforme l'axe imaginaire $p = j\Omega$ en le cercle unité $|z| = 1$. Cette transformation est appelée *transformée bilinéaire*.