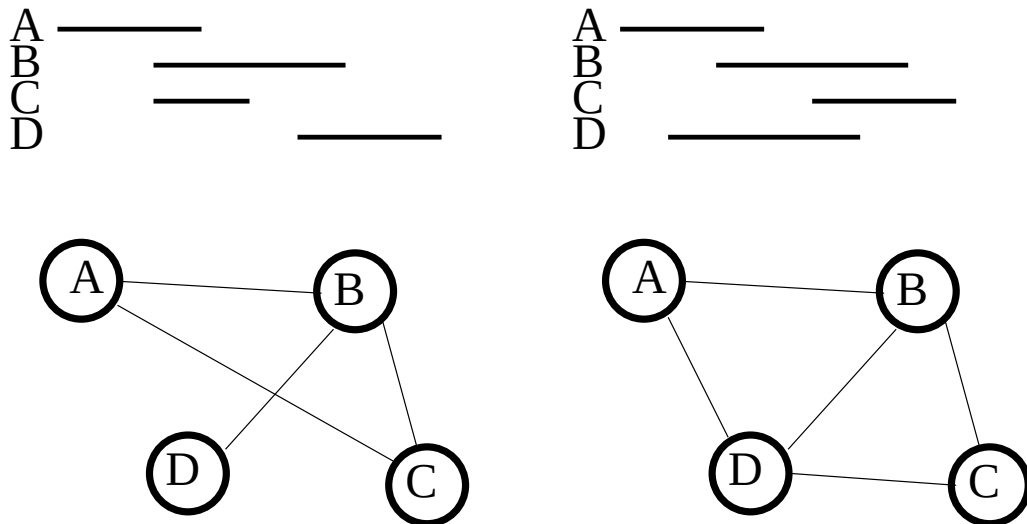


Énigme policière - Éléments de correction

1)



2)

G_1 et G_3 sont des graphes d'intervalles. En effet on peut facilement construire un ensemble d'intervalles dont G_1 (resp. G_3) est le graphe associé.

G_2 n'est pas un graphe d'intervalles.

En effet, appelons A, B, C, D les sommets de G_2 , rangés dans l'ordre du parcours du cycle, ainsi que les intervalles associés.

L'intervalle A n'intersecte pas C , donc C "début après la fin de A ", ou bien "se termine avant le début de A ".

Ces deux cas sont similaires, supposons le premier cas.

L'intervalle B intersecte A et C , il débute donc avant la fin de A et se termine après le début de C .

Il en est de même pour D . On en déduit que B et D ont une intersection non vide, le graphe devrait donc comporter une arête supplémentaire BD .

3)

Si G est un graphe d'intervalles, alors dans tout cycle de G de quatre sommets, il existe au moins une *corde*, c'est-à-dire arête de G reliant deux sommets non consécutifs du cycle.

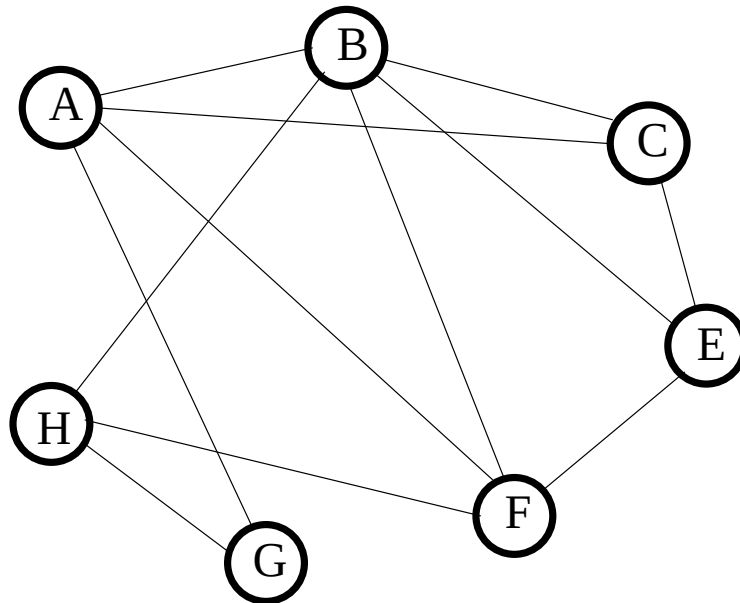
La justification de cette condition nécessaire reprend le principe du raisonnement utilisé dans la question

précédente pour G_2 .

Cette condition se généralise aux cycles de plus de quatre sommets, mais la solution de notre problème ne nécessite pas la condition plus générale.

4)

Voici le graphe dessiné par Sherlock Holmes :



On remarque qu'il existe trois cycles qui ne respectent pas la condition nécessaire pour qu'il s'agisse d'un graphe d'intervalle : $ABHGA$, $AFHGA$, $ACEFA$.

Le seul sommet commun à ces trois cycles est A .

On peut vérifier que, si l'on retire un sommet différent de A du graphe, au moins un de ces trois cycles subsistera.

En revanche, retirer le sommet A laisse un graphe qui est bien un graphe d'intervalles (ce que l'on peut montrer en construisant une famille d'intervalles associée).

C'est donc Ann qui a tué le Duc de Densmore.