

Éléments de correction pour le chapitre 2

Exercice 15.

Indication : proposer une méthode pour trouver une racine, s'appuyant sur l'hypothèse “ G est quasi fortement connexe”. Début de la méthode : considérons les sommets 1 et 2 de G , d'après l'hypothèse il existe un sommet z_1 tel qu'il existe un chemin de z_1 à 1 et un chemin de z_1 à 2. Considérons le sommet 3...

Exercice 16.

Supposons qu'il existe une autre racine r' . Il existe alors un chemin de r à r' et un chemin de r' à r . Cela implique qu'il existe un cycle dans G , qui ne peut donc pas être une arborescence.

Exercice 17.

Soit $G = (E, \Gamma)$ une arborescence de racine r . On pose :

$$E_0 = \{r\}$$

$$E_k = \cup_{x \in E_{k-1}} \Gamma(x), \forall k > 0$$

Algorithme 1 : ParcoursLargeurArborescence

Données : $E, \Gamma, r \in E$

Résultat : affiche les niveaux

```

1  $T_1 = \{r\}; T_2 = \emptyset; n = 0;$ 
2 tant que  $T_1 \neq \emptyset$  faire
3   | Imprimer “niveau”  $n$  ;
4   | pour chaque  $x \in T_1$  faire
5     | Imprimer  $x$  ; pour chaque  $y \in \Gamma(x)$  faire  $T_2 = T_2 \cup \{y\}$  ;
6   |  $T_1 = T_2; T_2 = \emptyset; n = n + 1;$ 
```

Complexité : $O(n)$.

Exercice 20.

Indication : la démonstration pour $APMAX \Rightarrow 2$ est similaire. Pour montrer que 1 (ou 2) $\Rightarrow APMAX$, on pourra partir d'un $APMAX$ A' (on sait qu'il en existe forcément un) et montrer que l'on peut passer de A' à A par une série d'arbres de même poids, en trouvant à chaque étape une arête à “échanger”.