

Achats/ventes en bourse - IGI3006 - Michel Couprie

A. Le problème

Une société spécialisée en informatique financière est chargée d'évaluer les opérateurs de marché (traders).

Pour cela elle dispose, sur un certain nombre n de jours passés, de la valeur de certaines actions (on considèrera seulement une action dans la suite). On note $v(i)$ la valeur de l'action au jour i , $1 \leq i \leq n$. On suppose ainsi, pour simplifier, que la valeur de l'action ne change pas durant un jour. La période de temps considérée peut varier selon la précision voulue (heure, minute, seconde...).

Si cette action a été achetée au jour i et revendue au jour j , avec $1 \leq i \leq j \leq n$, le profit réalisé est égal à $v(j) - v(i)$. On cherche à évaluer le profit maximal qui aurait pu être réalisé, en une seule opération d'achat/vente, durant cette même période. On pourra alors comparer ce profit avec celui effectivement réalisé par un trader sur la même période, et ainsi évaluer ses performances.

Par exemple, considérons le tableau suivant retraçant une petite partie de l'historique de notre action :

i	1	2	3	4	5	6	7
$v(i)$	3	7	1	3	6	4	5

Quelles sont les dates d'achat et de vente permettant d'obtenir le profit maximal ?

La société disposant d'un très grand nombre de données, il est utile de disposer d'un algorithme efficace pour évaluer le profit maximal pour n'importe quelle période.

B. Un algorithme naïf

Proposer un algorithme naïf pour résoudre ce problème. Quelle est sa complexité de calcul ?

C. Un algorithme en $O(n \log n)$

Proposer un algorithme pour résoudre ce problème, basé sur le principe “diviser pour régner”, et dont la complexité de calcul est en $O(n \log n)$ (on supposera pour simplifier que n est une puissance de 2).

D. Un algorithme en $O(n)$

Proposer un algorithme pour résoudre ce problème, basé sur le principe “diviser pour régner”, et dont la complexité de calcul est en $O(n)$.

E. Un autre algorithme en $O(n)$

Proposer un second algorithme pour résoudre ce problème, dont la complexité de calcul est en $O(n)$, effectuant un seul balayage du tableau v .