Champollion.

Sophie vient de réussir brillamment son DEA “Archéologie et Algorithmique”. Elle prépare à présent une thèse sur un livre écrit dans une langue inconnue. Cette langue utilise un nombre effrayant de caractères dont voici 6 exemples:

ஊ றி மு ரு பீ லீ

Sophie trouve, à la fin de ce livre, une certaine liste de mots que l'on désignera par L. Voici un extrait de cette liste:

றி மு
றி பீ
ஊ மு றி
ஊ றி லீ பீ
லீ ஊ மு
லீ ரு
லீ லீ லீ
லீ லீ பீ

Après un rapide examen, Sophie émet l'hypothèse qu'il pourrait s'agir d'un *index*, c'est à dire d'une suite de mots rangés selon l'ordre alphabétique de cette langue. Aussitôt, elle prend un crayon et dessine un étrange petit graphisme. Puis, en moins de 30 secondes, elle s'écrie:
- *j'ai un bon algorithme pour essayer de retrouver l'ordre alphabétique de cette langue!*

On désigne par m_i, $i = 1, ..., k$ un mot de la liste L. Il est de la forme $m_i = l_i^1 l_i^2 ... l_i^{\alpha_i}$ où l_i^j représente la $j^{ème}$ lettre du mot m_i et α_i correspond à sa longueur. On désigne par p le nombre de caractères que possède cette langue. On supposera que L contient tous les caractères de la langue.
On dira d'un index qu'il est *complet* s'il permet de retrouver l'ordre alphabétique des caractères de la langue.
1) Définir de façon très précise le graphe qui vous semble bien modéliser ce problème. Représenter le graphe correspondant à l'exemple ci-dessus.
2) Proposer un algorithme très efficace pour bâtir ce graphe. Votre algorithme sera donné sous forme de schéma de programme.
3) Quelle est la complexité de calcul de votre algorithme?
4) Proposer une condition nécessaire et suffisante pour que L puisse correspondre à un index complet.
5) Proposer un algorithme très efficace permettant de vérifier cette condition et, dans le cas où la condition est satisfaite, d'extraire l'ordre alphabétique. Si votre méthode n'est pas efficace, il faut éventuellement revoir votre condition nécessaire et suffisante. Cet algorithme peut être une variante d'un algorithme vu en cours.
6) Quelle est la complexité de calcul de votre méthode?
7) Proposer une condition nécessaire et suffisante pour que L puisse correspondre à un index. Indiquez succinctement une méthode pour vérifier cette condition. Complexité de calcul?
8) Proposer une autre condition nécessaire et suffisante pour que L puisse correspondre à un index complet. Justifier que cette condition est bien nécessaire et suffisante. Bien entendu, cette condition ne doit pas être une simple variante de la condition que vous avez proposée à la question 4.
9) Proposer un algorithme permettant de vérifier cette condition. On ne sera pas trop exigeant sur la complexité de calcul. Il s'agit surtout de mettre en oeuvre des concepts différents de ceux utilisés à la question 5. Cependant, cette complexité devra être indiquée. Si vous ne trouvez pas de méthode, n'hésitez pas à chercher une autre condition. On donnera une explication concise indiquant pourquoi l'algorithme fournit le bon résultat.