Optimisation d'un réseau de renseignements.

Un individu doit faire parvenir un message confidentiel à $N-1$ individus. On considère le graphe connexe non orienté dont les sommets correspondent aux N individus et où il existe une arête entre i et j si et seulement si un message peut être transmis directement de i à j ou de j à i.
Pour chaque arête (i,j), on connait la probabilité $p_{i,j}$ pour qu'un message transmis entre i et j soit intercepté. On a $p_{i,j} = p_{j,i}$. On suppose que les interceptions de messages sur des arêtes différentes constituent des événements indépendants du point de vue probabiliste.
Comment doit circuler le message entre les individus de façon à minimiser la probabilité totale d'interception? Justifier clairement votre réponse.
Note:

i) On cherchera à se ramener à un algorithme connu.

ii) Les seules connaissances requises en calcul des probabilités sont les suivantes:
- si l'événement (E) a une probabilité p, l'événement $(non\ E)$ a une probabilité $1-p$.
- si (E_1) et (E_2) sont des événements indépendants ayant des probabilités de réalisation p_1 et p_2, la probabilité de réalisation de $(E_1\ et\ E_2)$ est égale à $p_1 p_2$.

Optimisation d'un réseau de distribution.

Chaque semaine la succursale S_i, $i = 1, 2,..., 5$ de la Croix-Rouge peut acheminer jusqu'à $a_{i,j}$ litres de sang à l'hopital H_j, $j = 1, 2,..., 6$. Sachant que, durant la semaine, les succursales disposent de respectivement 200, 300, 250, 300, 150 litres et qu'un hopital n'arrive jamais à utiliser plus de 250 litres, trouver la quantité maximum de sang pouvant être utilisée dans l'ensemble des hopitaux chaque semaine. On essayera de se ramener à un algorithme connu. Comment acheminer cette quantité? On a:

$$a_{i,j} = \begin{bmatrix} 100 & 80 & 40 & 0 & 0 & 0 \\ 120 & 110 & 150 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 40 & 90 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 90 & 100 & 40 & 90 \\ 0 & 0 & 0 & 80 & 100 & 50 \end{bmatrix}$$