ESIEE Paris: J. Cousty, Y. Kenmochi

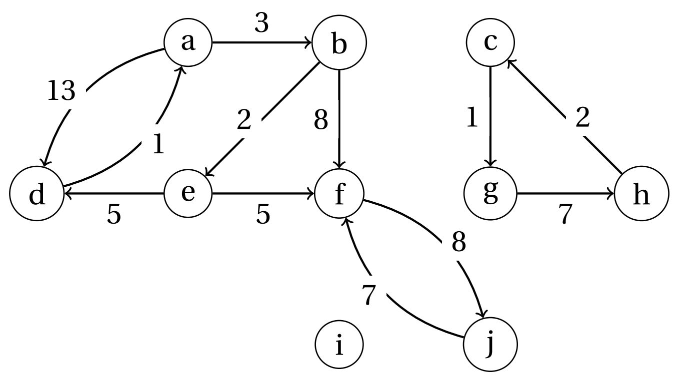
**Graphes et Algorithmes**

# TD : Plus courts chemins

**2020-2021**

**Exercice 1**

Considérer le graphe orienté suivant $G = (S, \Gamma)$ tel que la longueur $\ell(u)$ est également donnée pour chaque arc $u \in \Gamma$.




Pour chaque sommet $x$ de $S$, appliquer l'algorithme de Dijkstra afin de calculer la longueur $L_a(x)$ d'un plus court chemin de $a$ à $x$ si un tel chemin existe ; sinon, elle est $+\infty$.

**Exercice 2**

Soient un réseau $(S, \Gamma, \ell)$, une paire de sommets $x, y \in S$, et la longueur $L_x(z)$ d'un plus court chemin de $x$ à chaque sommet $z \in S$. Considérez l'algorithme suivant pour trouver un court chemin $\pi$ de $x$ à $y$, qui est incomplète. Notez que la procédure SYM_1 est l'algorithme linéaire permettant d'obtenir le symétrique d'un graphe.

**Algorithme :** Trouver un plus court chemin

**Data :** $(S, \Gamma, \ell)$, $x, y \in S$, et $L_x$
**Result :** un plus court chemin $\pi$ de $x$ à $y$
$\Gamma^{-1} :=$ SYM_1$(E, \Gamma)$;
$s := y$;
$\pi = (y)$;
**while** $s \neq x$ **do**
  ...

**Q 2.1** Considérer le réseau $(S, \Gamma, \ell)$ dans Exercice 1. Quel est un plus court chemin du sommet $a$ à $j$ ?

**Q 2.2** Considérer le graphe $G = (S, \Gamma)$ dans Exercice 1. Designer le graphe symétrique $G^{-1} = (S, \Gamma^{-1})$.

**Q 2.3** Compléter l'algorithme.

**Q 2.4** Analyser la complexité de l'algorithme avec la considération d'une structure de donnée de $\pi$. L'analyse doit être faite pour chaque ligne de l'algorithme avant de donner la complexité globale.