# **ESIE** ENGINEERING

P.Poulichet Avril 2011

1	Introduction	4
	1.1 Structure d'une chaîne d'acquisition / restitution	4
	1.2 Exemple	6
	1.3 Organisation de la chaîne d'acquisition	7
	1.3.1   Structure séquentielle	7
	1.3.2 Acquisition simultanée	8
	1.3.3 Structure parallèle	8
2	Théorie de l'échantillonnage	9
	2.1 Rappels mathématiques	9
	2.1.1 Transformée de Fourier	9
	2.1.2 Convolution	9
	2.1.3 Impulsion de Dirac	. 10
	2.1.4 Peigne de Dirac	. 10
	2.2 Calcul du spectre du signal echantillonne	. 10
	2.3 Frequence limite d'échantilionnage. Théorème de Snannon	. 12
	2.4 Kole du filtre de sortie	. 12
	2.5 Role du filtre de entree	. 12
	2.6 Calcul de l'ordre du finite en loncuon de la frequence d'echandmonnage et de l'ordre du finite	14
3	2.7 Mounication du specifie par blocage d'ordre 0	. 14
5	2 1 Dávalonnament en série de Fourier d'un signal périodique	15
	3.2 Démonstration des relations permettant le calcul des coefficients	16
	3.2 Demonstration des relations permettant le calcul des coefficients	16
	3.2.1 Calcul de la valeur moyenne	16
	3.2.2 Calcul des coefficients Rn	16
	3.2.5 Conclusion	17
	3.3 Exemple de calcul de la décomposition en série de Fourier	17
	3.3.1 Calcul de A <sub>0</sub>	17
	3.3.2 Calcul des coefficients An	.17
	3.3.3 Calcul des coefficients Bn	. 18
	3.3.4 Composition avec 3 harmoniques	. 18
	3.3.5 Composition avec 5 harmoniques	. 19
	3.3.6 Composition avec 7 harmoniques	. 19
	3.3.7 Composition avec 20 harmoniques	. 20
	3.4 Calcul de la décomposition en série de Fourier du signal servant à l'échantillonnage	. 20
	3.4.1 Calcul de $A_0$	. 21
	3.4.2 Calcul de An.	. 21
	3.5 Développement en série de Fourier du signal échantillonné	. 22
4	Simulation de l'effet de l'échantillonnage	. 23
5	Rapport signal à bruit en fonction du nombre de bits	. 25
6	Echantillonneur Bloqueur	. 27
	6.1 Influence de r <sub>ON</sub> et r <sub>OFF</sub> sur les courbes de vs	. 28
	6.2 Erreur liée à la charge de la capacité	. 28
	6.2.1 Calcul de la durée de fermeture de K	. 28
	6.3 Erreur liée à la décharge de la capacité	. 29
	6.4 Exemple de dimensionnement de l'échantillonneur bloqueur	. 30
	6.4.1 Choix de l'interrupteur	. 30
	6.4.2 Choix de la capacité Ch	. 30
	6.5 Réduction de l'importance de r <sub>ON</sub>	. 32
	6.6 Paramètres de choix de l'E/B	. 34
	6.6.1 Echantillonnage	. 34
	6.6.2 Transition échantillonnage maintien	. 34
	6.6.3 Maintien	. 34
_	6.6.4 Transition maintien échantillonnage	. 34
7	Principaux types de CNA	. 35
	7.1 CNA à résistances pondérées	. 35
	7.2 CNA à réseau R-2R.	. 36
	7.3 CNA a reseau R-2R à échelle inversée	. 38

7.4 Exemple de CNA : AD7533				
7.4.1 Conversion unipolaire				
7.4.2 Tension de sortie bipolaire				
8 CAN parallèles ou convertisseur de type flash	43			
8.1 Convertisseur semi flash	44			
8.2 Convertisseur à approximations successives	46			
8.3 CAN à comptage d'impulsions				
8.3.1 Convertisseur simple rampe				
8.3.2 Convertisseur double rampe	49			
Pour en savoir plus				
-				

L'objectif du cours est de présenter l'acquisition de données. Il sera ainsi présenté le principe mathématique de l'échantillonnage, le théorème de Shannon, l'échantillonneur bloqueur, le convertisseur analogique numérique et le convertisseur numérique analogique.

# 1 Introduction

Le signal analogique est constitué d'une infinité d'amplitude différente. Il s'agit, pour le traiter numériquement, de remplacer cette succession par un nombre finie d'amplitude en respectant une précision donnée.



Figure 1 : signal analogique v(t) analogique devenant v\*(t) après échantillonnage (PE : pleine échelle)

La Figure 1 montre en v(t) un signal analogique. Après un échantillonnage à une fréquence  $fe = \frac{1}{Te}$ , il devient le signal v\*(t). L'infinité des échantillons de v(t) doivent être remplacée par une suite finie d'informations aussi bien dans le domaine temporel (prise d'échantillons espacés de Te) que dans le domaine des amplitudes (chaque niveau d'amplitude séparé de q donne lieu à un nombre binaire différent). q est le quantum c'est à dire la plus petite information qui donnera un code différent en numérique.

La fréquence d'échantillonnage fe et le quantum q doivent être choisis en fonction des caractéristiques du signal. Le choix de fe est encadré par des problèmes de coût. L'augmentation de fe donnera une meilleure précision mais cela entraînera un coût plus important de la chaîne de traitement car le temps de traitement devra être réduit. La réduction du quantum améliora la précision mais cela augmentera le nombre d'information à traiter ce qui augmentera le prix de la chaîne de traitement.

# 1.1 Structure d'une chaîne d'acquisition / restitution

Au départ d'une chaîne se trouve souvent un capteur. La grandeur physique mesuré par le capteur se traduira en variation de paramètres électriques, tension ou courant. La tension de sortie du capteur peut être buitée.



Le rôle de l'amplificateur placé après le capteur qui porte le nom *d'étage de conditionnement* est d'adapter le capteur pour convertir la grandeur de sortie du capteur en tension. Il permet aussi de réduire la tension de mode commun.



Le signal de sortie de l'étage de conditionnement est ensuite appliqué au filtre anti repliement. C'est un filtre passe bas qui a pour rôle de limiter la bande passante afin d'améliorer le rapport signal à bruit.



Le signal est ensuite envoyé vers un étage destiné à permettre la numérisation. Pour cela, entre deux prises d'échantillons consécutives, la tension est maintenue constante.



La tension est ensuite convertie en numérique par un convertisseur analogique-numérique CAN. La caractéristique du CAN 3 bits est représenté sur la droite de la figure ci-dessous. La largeur d'un pas sur la caractéristique du CAN est q.



Dans le cas d'un chaîne d'acquisition / restitution, la sortie de l'étage de calcul est dirigé vers un convertisseur numérique-analogique. Le signal est alors analogique mais il subsiste des paliers.



Un filtre de lissage de type passe bas permet de redonner une allure lissée au signal.

Le but de ce cours est de déterminer, pour une chaîne d'acquisition donnée, les grandeurs suivantes :

- performance de l'étage de conditionnement du signal,
- nombre de bits de quantification du signal,
- fréquence d'échantillonnage.

# **1.2** Exemple

Considérons à titre d'exemple la chaîne d'acquisition représenté à la Figure 2. Il s'agit du synoptique d'une injection électronique que l'on trouve sur les automobiles à essence. Dans ces systèmes, il s'agit de commander les injecteurs qui délivrent l'essence dans les cylindres et de commander l'allumage des bougies qui génèrent l'étincelle d'inflammation du mélange air essence. Les commandes des injecteurs et de l'étincelle doivent être faite pour que la combustion de l'essence soit optimale.

De nombreux capteurs permettent de consommer le moins d'essence, de générer le minimum de pollution en assurant un bon confort de conduite. Les capteurs sont de plusieurs types :

- capteur de position des pistons dans les cylindres,
- capteur de température,
- capteur d'oxygène dans l'échappement pour connaître la pollution du moteur,
- capteur de courant.



Figure 2 : régulation de l'injection d'une automobile

L'information délivrée par les capteurs est principalement analogique. La mesure des grandeurs est rendue difficile car le milieu est fortement parasité par le fonctionnement de l'allumage qui génère une très forte tension (> 10 kV).

Le signal analogique est converti en signal numérique à l'intérieur du module électronique de commande. Cette numérisation a pour but de conserver en mémoire certaines valeurs mais aussi de rendre plus facile les multiples opérations à réaliser sur le signal (amplification, dérivation, intégration). Ces opérations sont réalisé par des micro processeurs ou des DSP.

# 1.3 Organisation de la chaîne d'acquisition

Suivant que les critères de performance ou de coût sont prioritaires, il est possible d'organiser l'acquisition de façon différente comme nous le voyons dans le paragraphe suivant.

# **1.3.1** Structure séquentielle

Dans le cas de la Figure 3, la structure est économique car le maximum d'étages sont communs. L'amplificateur possède un gain qui dépend du signal délivré par le capteur. Le gain de l'étage amplificateur peut être commandé par le micro processeur si la commande de gain est numérique.

L'inconvénient de ce principe est le décalage entre les données des différentes voies : chaque signal de sortie du capteur est traité par l'E/B et le CAN les uns après les autres.

Le temps d'acquisition entre 2 mesures sur le capteur 1 est approximativement le suivant :

 $t = k. t_{CAN}$ 



Figure 3 : structure séquentielle

# 1.3.2 Acquisition simultanée

Dans le cas de la Figure 4, les informations sont toutes mémorisées en même temps. Le temps de conversion reste le même que précédemment. Le coût est augmenté.



Figure 4 : acquisition simultanée

# 1.3.3 Structure parallèle

Dans le cas de la Figure 5, le temps de conversion est réduit car la conversion a lieu sur chaque voie. Le coût est par contre augmenté.



Figure 5 : structure parallèle

# 2 Théorie de l'échantillonnage

# 2.1 Rappels mathématiques

# 2.1.1 Transformée de Fourier

v(t) est un signal en temporel et V(f) est le spectre de v(t) donc la représentation du signal en fonction de la fréquence.



Figure 6 : représentation temporelle et fréquentielle d'un signal

# 2.1.2 Convolution

Tous les systèmes physiques peuvent être décrit par l'expression suivante :  $vs(t) = ve(t) * h(t) = \int v(\tau) h(t-\tau) d\tau$ h(t) est le répense impulsionnelle du sustème physique

h(t) est la réponse impulsionnelle du système physique.



Figure 7 : équivalence d'un système physique

$$TF\left[ve(t)*h(t)\right] = TF\left[ve(t)\right].TF\left[h(t)\right] = Ve(f).H(f)$$

H(f) est la réponse en fréquence du système physique.

# 2.1.3 Impulsion de Dirac

L'amplitude tend vers l'infini et la durée tend vers 0. La surface du Dirac est de 1.



Figure 8 : impulsion de Dirac

# 2.1.4 Peigne de Dirac



# 2.2 Calcul du spectre du signal échantillonné

v\*(t) n'existe qu'aux instants n.Te.



Figure 10 : signal échantillonné



Figure 11 : représentation d'un signal en fonction du temps et de la fréquence

$$V^{*}(f) = V(f)^{*} \frac{1}{\text{Te}} \coprod_{\text{fe}}$$
$$V^{*}(f) = V(f)^{*} \frac{1}{\text{Te}} \sum_{-\infty}^{+\infty} \delta(f - k.fe)$$

$$V^*(f) = \frac{1}{\mathsf{Te}} \sum_{-\infty}^{+\infty} V(f) * \delta(f - k.fe)$$

Le terme dans la parenthèse du Dirac n'existe que s'il est nul.



Figure 12 : effet de l'échantillonnage sur le spectre

L'opération d'échantillonnage a donc pour effet de dupliquer (ou périodiser) le spectre.

# 2.3 Fréquence limite d'échantillonnage. Théorème de Shannon

Quand on réduit fe, il arrive un moment ou les spectres se superposent ; on parle alors de recouvrement (ou d'aliasing en anglais). Il y a alors une erreur de traitement car il sera impossible de retrouver le signal de départ.



Figure 13 : recouvrement des spectres

Le cas limite ou les spectres se superposent est :  $fe - f \max = f \max \Rightarrow fe = 2.f \max$ 

Le *théorème de Shannon ou condition de Nyquist* stipule que la fréquence d'échantillonnage doit être égale à au moins deux fois la fréquence maximale du signal.

# 2.4 Rôle du filtre de sortie

Le filtre analogique de sortie permet d'atténuer les composantes du spectre dues à l'échantillonnage au-dessus de la fréquence fmax. Les caractéristiques du filtre fc (fréquence de coupure et fa fréquence d'atténuation) doivent être choisies en fonction des caractéristiques du signal. La raideur du filtre (son ordre) dépend de la dynamique du signal d'entrée et du rapport  $\frac{f_1 \max}{f_e}$ . En effet, pour ne pas augmenter le bruit du signal, en d'autres termes pour conserver le rapport signal à bruit, la composante du spectre à la fréquence fe – fmax doit être suffisamment atténuée.

# 2.5 Rôle du filtre d'entrée

Juste après la mesure du signal par l'amplificateur d'entrée, il est placé un filtre qui limite la fréquence du signal d'entrée.

Les spectres des signaux que nous avons considérés jusqu'à présent étaient idéaux. Nous n'avons pas considéré le bruit qui pouvait se superposer. En présence de bruit, il est aussi replié autour de la fréquence fe comme montré sur la Figure 14.



Figure 14 : influence du bruit sur le spectre

Pour éviter de détériorer le rapport signal à bruit du signal, on place un filtre en entrée de la chaîne d'acquisition qui limite le spectre du signal et du bruit. Les caractéristiques du filtre sont choisies pour qu'il atténue suffisamment le bruit au dessus de la fréquence  $f_{max}$ .

# 2.6 Calcul de l'ordre du filtre en fonction de la fréquence d'échantillonnage et de l'ordre du filtre

Le filtre anti repliement d'entrée limite la bande passante du signal d'entrée au delà de la fréquence de Nyquist  $f_N = fe/2$  (dans le cas ou fe = 2.  $f_{max}$ ). Plus l'ordre du filtre est important et plus l'atténuation est élevée au dessus de la fréquence de coupure fc.

# Calcul de l'ordre du filtre de Butterworth

Soit un signal parasite de fréquence fp supérieure à la fréquence de Nyquist  $f_N=fe/2$ . Ce signal, s'il n'était pas filtré, donnerait par repliement dans le spectre utile un signal de fréquence fe-fp et d'amplitude Ep.

On détermine les caractéristiques du filtre (de type Butterworth) telles que cette amplitude soit ramenée à  $\epsilon$ .

$$\left| T\left(f\right) \right| = \frac{\varepsilon}{Ep} \le \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{fp}{fc}\right)^{2k}}}$$
  
Si fp > fc,  $\frac{\varepsilon}{Ep} \le \left(\frac{fc}{fp}\right)^{k}$   
 $fp \ge f_N \Longrightarrow \frac{\varepsilon}{Ep} \le \left(\frac{fc}{f_N}\right)^{k}$ 

$$\sqrt[k]{\frac{\varepsilon}{Ep}} \leq \frac{fc}{f_N} \Longrightarrow fc \geq f_N \sqrt[k]{\frac{\varepsilon}{Ep}}$$

Exemple : pour 1 % d'erreur avec un ordre 2.

$$fc \ge f_N \sqrt{0.01} = 0,05. fe \Longrightarrow \frac{fe}{fc} \ge 20$$

Si on réduit la fréquence d'échantillonnage tout en restant au dessus de fmax, l'ordre du filtre doit augmenter.

# 2.7 Modification du spectre par blocage d'ordre 0

Un bloqueur d'ordre 0 est utilisé pour modéliser, l'opération réalisée par l'échantillonneur bloqueur pour le maintien de la tension constante et pour le CNA. Ce dernier maintien la tension constante entre deux conversions.



Figure 15 : échantillonnage et blocage

Calculons le spectre du signal bloqué. Appliquons pour cela un dirac en entrée du bloqueur.



Figure 16 : signal servant à faire l'échantillonnage



Figure 17 : spectre du signal échantillonné et bloqué

# 3 Calcul du développement en série de Fourier du signal échantillonné

# 3.1 Développement en série de Fourier d'un signal périodique

Soit f une fonction périodique de période T telle que  $\int f^2(t) dt < \infty$ . Les nombres suivants s'appellent coefficient de Fourier.

$$A_{0} = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} f(t) dt , A_{n} = \frac{2}{T} \int_{0}^{T} f(t) \cos n \omega t dt \text{ et } B_{n} = \frac{2}{T} \int_{0}^{T} f(t) \sin n \omega t dt .$$

L'expression suivante :

 $f(t) = A_0 + A_1 .\cos(\omega t) + B_1 .\sin(\omega t) + A_2 .\cos(2\omega t) + B_2 .\sin(2\omega t) + \dots + A_n .\cos(n\omega t) + B_n .\sin(n\omega t)$ s'appelle développement en série de Fourier de f(t).

 $A_0$  est la valeur moyenne et  $A_1,...,A_n$  et  $B_1,...,B_n$  sont les amplitudes des harmoniques. Nous démontrons dans le paragraphes suivant les relations permettant de déterminer les coefficients  $A_0$  et  $A_1,...,A_n$  et  $B_1,...,B_n$ .

# 3.2 Démonstration des relations permettant le calcul des coefficients

#### 3.2.1 Démonstration de la relation permettant le calcul de la valeur moyenne

A partir de la relation donnant f(t), on calcule :

$$\int_{0}^{T} f(t)dt = \int_{0}^{T} A_{0} dt + \int_{0}^{T} \sum_{n=0}^{\infty} (A_{n} \cos n\omega t + B_{n} \sin n\omega t) dt$$
$$= A_{0} T + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{A_{n}}{n\omega} [\sin n\omega t]_{0}^{T} + \frac{B_{n}}{n\omega} [-\cos n\omega t]_{0}^{T} \right)$$

Les termes  $\left[\sin n\omega t\right]_{0}^{T} \left[-\cos n\omega t\right]_{0}^{T}$  sont nuls car ils représentent tous les deux l'intégration sur une ou plusieurs périodes d'une sinusoïde. Leur valeur moyenne est donc nulle. On obtient donc cette relation pour le calcul de la valeur moyenne :

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$$

#### 3.2.2 Démonstration de la relation permettant le calcul des coefficients An

$$\int_{0}^{T} \cos n\omega t \cdot f(t) dt = \int_{0}^{T} A_{0} \cos n\omega t \cdot dt + \int_{0}^{T} A_{n} \cos^{2} n\omega t \cdot dt + \int_{0}^{T} B_{n} \cos n\omega t \cdot \sin n\omega t dt$$

Le 1<sup>er</sup> terme du second membre est nul. Le second terme peut être remplacé par la fonction suivante :  $\int_{0}^{T} A_n \cos^2 n \omega t.dt = \int_{0}^{T} \frac{A_n}{2} (1 + \cos 2n \omega t).dt$ . Par ailleurs, le troisième terme peut être remplacé par :  $\int_{0}^{T} B_n \cos n \omega t.\sin n \omega t dt = \int_{0}^{T} \frac{B_n}{2} (\sin 2n \omega t).dt = 0$ .

$$\int_{0}^{T} \cos n \, \omega t. f(t) dt = \int_{0}^{T} \frac{A_n}{2} dt = \frac{A_n}{2} T$$
$$A_n = \frac{2}{T} \int_{0}^{T} f(t) \cdot \cos n \, \omega t \, dt$$

#### 3.2.3 Démonstration de la relation permettant le calcul des coefficients Bn

$$\int_{0}^{T} \sin n\omega t \cdot f(t) dt = \int_{0}^{T} A_{0} \sin n\omega t \cdot dt + \int_{0}^{T} A_{n} \cos n\omega t \cdot \sin n\omega t \cdot dt + \int_{0}^{T} B_{n} \sin^{2} n\omega t dt$$

$$\int_{0}^{T} \sin n\omega t \cdot f(t) dt = \int_{0}^{T} \frac{A_{n}}{2} \sin n\omega t \cdot dt + \int_{0}^{T} \frac{B_{n}}{2} (1 - \cos 2n\omega t) dt = \int_{0}^{T} \frac{B_{n}}{2} dt = \frac{B_{n}}{2} T$$

$$B_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin n \, \omega t \, dt$$

# 3.2.4 Conclusion

Un signal périodique défini dans le domaine temporel peut être décomposé en une suite de sinusoïdes de différentes fréquences :

- A<sub>0</sub> est la valeur moyenne
- $\sqrt{A_1^2 + B_1^2}$  : valeur maximale du 1<sup>er</sup> harmonique
- $\sqrt{A_2^2 + B_2^2}$ : valeur maximale du 2<sup>ème</sup> harmonique
- $\sqrt{A_n^2 + B_n^2}$ : valeur maximale du n<sup>ième</sup> harmonique.

# 3.3 Exemple de calcul de la décomposition en série de Fourier

Soit le signal rectangulaire et périodique de la Figure 18 à décomposer en série de Fourier :



Figure 18 : signal à décomposer en série de Fourier

Calculons les coefficients  $A_0$ ,  $A_1$ ,..., $A_n$  et  $B_1$ ,..., $B_n$ .

# 3.3.1 Calcul de A0

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} (1) dt + \frac{1}{T} \int_{T/2}^T (-0.5) dt = \frac{1}{T} \left( \frac{T}{2} + (-0.5) \frac{T}{2} \right) = 0.25V$$

La valeur moyenne est de 0,25 volt.

# 3.3.2 Calcul des coefficients An

$$A_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos n\omega t \, dt = \frac{2}{T} \left( \int_0^{T/2} \cos n\omega t \, dt + \int_{T/2}^T (-0.5) \cos n\omega t \, dt \right)$$

$$A_{n} = \frac{2}{T} \left( \frac{1}{n\omega} \left[ \sin n\omega t \right]_{0}^{T/2} - \frac{1}{2n\omega} \left[ \sin n\omega t \right]_{T/2}^{T} \right) = \frac{2}{T} \left( \frac{1}{n\omega} \left( \sin n\frac{2\pi}{T}\frac{T}{2} \right) - \frac{1}{2n\omega} \left( \sin n\frac{2\pi}{T}T - \sin n\frac{2\pi}{T}\frac{T}{2} \right) \right) = 0$$

Les coefficients An sont nuls car la fonction f(t), débarrassé de sa composante continue, est impaire. Comme elle est impaire, elle ne peut être représentée par des cosinus qui eux sont pairs.

# 3.3.3 Calcul des coefficients Bn

$$B_{n} = \frac{2}{T} \int_{0}^{T} f(t) \sin n \omega t \, dt = \frac{2}{T} \left( \int_{0}^{T/2} \sin n \omega t \, dt + \int_{T/2}^{T} (-0.5) \sin n \omega t \, dt \right)$$

$$B_{n} = \frac{2}{T} \left( \frac{1}{n \omega} \left[ -\cos n \omega t \int_{0}^{T/2} - \frac{1}{2n \omega} \left[ -\cos n \omega t \int_{T/2}^{T} \right] \right] = \frac{2}{T} \left( \frac{1}{n \omega} \left( 1 - \cos n \frac{2\pi}{T} \frac{T}{2} \right) - \frac{1}{2n \omega} \left( \cos n \frac{2\pi}{T} \frac{T}{2} - \cos n \frac{2\pi}{T} T \right) \right)$$

$$B_{n} = 2 \left( \frac{1}{n2\pi} (1 - \cos n \pi) - \frac{1}{2} \frac{1}{n2\pi} (\cos n \pi - \cos n 2\pi) \right) = \frac{1}{n\pi} \left( 1 - (-1)^{n} - \frac{1}{2} (-1)^{n} + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{n\pi} \left( \frac{3}{2} - \frac{3}{2} (-1)^{n} \right)$$

$$B_{n} = \frac{3}{2n\pi} \left( 1 - (-1)^{n} \right)$$

$$B_{1} = \frac{3}{2} \frac{1}{\pi} 2 = \frac{3}{\pi} \qquad B_{2} = 0$$

$$B_{3} = \frac{3}{6} \frac{1}{\pi} 2 = \frac{1}{\pi} \qquad B_{4} = 0$$

$$B_{5} = \frac{3}{2} \frac{1}{5\pi} 2 = \frac{3}{5\pi} \qquad B_{6} = 0$$

$$B_{7} = \frac{3}{7\pi} \qquad B_{8} = 0$$

La fonction f(t) décrite par la Figure 18 peut donc s'écrire sous la forme :

$$f(t) = 0.25 + \frac{3}{\pi} .\sin(\omega t) + \frac{1}{\pi} .\sin(3\omega t) + \frac{3}{5\pi} .\sin(5\omega t) + \frac{3}{7\pi} .\sin(7\omega t) + \frac{1}{3\pi} .\sin(9\omega t)$$

La valeur des coefficients décroît quand la fréquence augmente car dans le cas contraire l'énergie tendrait vers l'infini pour une fréquence infinie.

Voyons maintenant ce que cela donne quand on compare le signal de la Figure 18 et son équivalent calculé à partir de la relation précédente.

#### 3.3.4 Composition avec 3 harmoniques

Considérons le signal composé des trois premières harmoniques. Sur la Figure 19, les trois harmoniques sont représentés en haut de la figure et le signal composite sur le bas de la figure. Avec trois sinusoïdes, le signal composite et le signal rectangulaire sont assez différent.



Figure 19 : forme du signal composé de trois harmoniques

# 3.3.5 Composition avec 5 harmoniques

Le signal composite est composé de 5 sinusoïdes : H1 à la fréquence de 1 kHz, H3 à la fréquence de 3 kHz et H5 à la fréquence de 5 kHz. Le signal composite est représenté sur le bas de la Figure 20. La différence entre le signal rectangulaire et le signal composite est réduite.



Figure 20 : signal composé de cinq sinusoïdes

# 3.3.6 Composition avec 7 harmoniques

Sept harmoniques représentent le signal de la Figure 21.



Figure 21 : composition avec 7 sinusoïdes

# 3.3.7 Composition avec 20 harmoniques

Le signal composite est représenté à l'aide de vingt sinusoïdes sur la Figure 22. Il subsiste une différence entre le signal rectangulaire et le signal composite, mais l'erreur est réduite.



Figure 22 : signal composé de vingt sinusoïdes

# 3.4 Calcul de la décomposition en série de Fourier du signal servant à l'échantillonnage

La Figure 23 décrit les signaux nécessaires au calcul du spectre du signal échantillonné.



Figure 23 : signal échantillonné sans maintien

Le signal h(t) est pair; le terme Bn est donc nul. On calcule le développement en série de Fourier de h(t).

#### 3.4.1 Calcul de A0

$$A_{0} = \frac{1}{T_{e}} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} dt = \tau.fe$$

# 3.4.2 Calcul de An

$$A_{n} = \frac{2}{T_{e}} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos(n\omega t) dt = \frac{2}{T_{e}} \frac{1}{n\omega} \left[ \sin n\omega t \right]_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} = \frac{2}{T_{e}} \frac{1}{n\frac{2\pi}{Te}} \left( \sin n\frac{2\pi}{Te} \frac{\tau}{2} - \sin\left(-\frac{2\pi}{Te} \frac{\tau}{2}\right) \right)$$
$$A_{n} = \frac{2}{n\pi} (\sin n\pi\tau f e) = 2\tau f e \frac{\sin n\pi\tau f e}{n\pi\tau f e}$$

Le deuxième terme de l'expression est de la forme  $\frac{\sin x}{x}$ . L'allure de la fonction  $\frac{\sin x}{x}$  est représentée à la Figure 24.



Figure 24 : fonction  $\frac{\sin x}{x}$ 

Nous considérons la relation de An quand x =0 pour simplifier les calculs. Nous pourrons remarquer dans les simulations faites plus tard que les courbes des spectres calculés sont modifiés par la présence de  $\frac{\sin x}{x}$ .

Le développement en série de Fourier du signal h(t) est donc donné par la relation suivante :

$$h(t) = \tau f e + \sum_{n=1}^{\infty} 2\tau . f e \cos(n 2\pi f e.t)$$

#### 3.5 Développement en série de Fourier du signal échantillonné

Avec 
$$ve(t) = E \sin 2\pi f_1 t$$

Donc :

$$\begin{aligned} vs(t) &= E\tau fe.\sin(2\pi f_1.t) + 2E\tau.fe\sum_{n=1}^{\infty} \sin(2\pi f_1.t)\cos(n2\pi fe.t) \\ &= E\tau fe.\sin(2\pi f_1.t) + E\tau.fe\sum_{n=1}^{\infty} \sin(2\pi t(f_1 + nfe)) + E\tau.fe\sum_{n=1}^{\infty} \sin(2\pi t(f_1 - nfe)) \\ vs(t) &= E\tau fe.\sin(2\pi f_1.t) + E\tau.fe\sin(2\pi t(fe + f_1)) + E\tau.fe\sin(2\pi t(fe - f_1))) \\ &+ E\tau.fe\sin(2\pi t(2fe + f_1)) + E\tau.fe\sin(2\pi t(2fe - f_1)) + E\tau.fe\sin(2\pi t(3fe + f_1)) + E\tau.fe\sin(2\pi t(3fe - f_1))) \\ &+ E\tau.fe\sin(2\pi t(4fe + f_1)) + E\tau.fe\sin(2\pi t(4fe - f_1)) + E\tau.fe\sin(2\pi t(5fe + f_1)) + E\tau.fe\sin(2\pi t(5fe - f_1))) \\ &+ ...... \end{aligned}$$

Sur la Figure 25, le module du spectre du signal échantillonné est présenté : on retrouve la composante du signal avant échantillonnage et beaucoup d'autres composantes apparaissent. De multiples composantes sont présentes aux harmoniques (n.fe-f1) et (n.fe+f1).



Figure 25 : module du spectre échantillonné

En fait, le spectre est un peu plus compliqué car les raies sont atténuées en amplitude par le module de  $\frac{\sin x}{x}$ . Dans la réalité, le spectre de raies suit la Figure 26.



Figure 26 : spectre de raies modifié par le module de  $\frac{\sin x}{2}$ 

#### Simulation de l'effet de l'échantillonnage 4

Nous étudierons l'échantillonnage d'un signal complexe constitué par la somme de plusieurs sinusoïdes. Cette approche se fera par le biais de la simulation sur Matlab. Considérons le signal constitué par la somme de 4 sinusoïdes de fréquences différentes :

- l'amplitude du fondamental de 1 kHz est de 1 V,
- l'amplitude du 2<sup>ème</sup> harmonique à 2 kHz est de 1V, l'amplitude du 3<sup>ème</sup> harmonique à 3 kHz est de 1V,
- •
- l'amplitude du  $4^{eme}$  harmonique à 4 kHz est de 1V.

$$v(t) = \sin(2.\Pi.10^{3}.t) + \sin(4.\Pi.10^{3}.t) + \sin(6.\Pi.10^{3}.t) + \sin(8.\Pi.10^{3}.t)$$

Le signal v(t) est représenté en fonction du temps en haut de la Figure 27. Son spectre est représenté en bas de la figure. On retrouve bien 4 harmoniques à 1 kHz, 2 kHz, 3 kHz et 4 kHz. Il apparaît aussi 4 harmoniques aux fréquences de 99 kHz, 98 kHz, 97 kHz et 96 kHz. Ces 4 dernières harmoniques sont dues à la troncature de la fenêtre d'acquisition et sont liés à la simulation.

Sur la Figure 28, le signal est échantillonné avec une acquisition toutes les 50 µs. En dehors de ces temps, la tension est nulle. Le spectre montre une périodisation du spectre autour d'un multiple de la fréquence d'échantillonnage. Il n'y a pas de modifications de l'amplitude des raies car l'échantillonnage se fait avec un temps qui est très court.





Figure 28 : signal échantillonné et son spectre

Le signal échantillonné bloqué est représenté sur la Figure 29. La tension est maintenue constante entre deux acquisitions successives. La fréquence d'échantillonnage est de 20 kHz.

L'amplitude des harmoniques est nettement modifiée par la présence du  $\frac{\sin x}{x}$ 



Figure 29 : signal échantillonné bloqué et son spectre

# 5 Rapport signal à bruit en fonction du nombre de bits

Le rapport signal à bruit représente le rapport de la puissance du signal à la puissance du bruit. Le rapport signal à bruit s'exprime souvent en décibel suivant la relation :  $S/B = 10\log\left(\frac{Psignal}{Pbruit}\right)$ .

Nous considérons dans notre cas un signal sinusoïdal de valeur efficace  $\frac{E}{2\sqrt{2}}$  superposé à une composante continue de E/2 comme le signal représenté sur la Figure 30. Ce signal est appliqué sur l'entrée du CAN et l'amplitude varie entre 0 et V<sub>PE</sub> (la tension pleine échelle).



Figure 30 : signal analogique avant numérisation

La puissance du signal est donc fixé par :  $Ps = \frac{E^2}{8R}$ . Nous prendrons une résistance de 1  $\Omega$  pour avoir une puissance normalisée.



Figure 31 : caractéristique du CAN

Dans le cas d'un CAN avec une caractéristique centrée comme représenté sur la Figure 31, l'erreur  $\varepsilon$  entre la droite idéale et la caractéristique en escalier est reproduite sur la Figure 32. La caractéristique a été centrée afin que la droite idéale (passant par le milieu de chaque palier horizontal) passe par zéro.



Figure 32 : signal d'erreur

Le CAN est commandé à la fréquence d'échantillonnage fe et la périodicité du signal de la Figure 32 est donc Te. Pour calculer la puissance du bruit, nous raisonnerons sur la Figure 33.



Figure 33 : calcul de la puissance de bruit

Le calcul de la puissance de bruit Pb est le suivant :

$$Pb = \frac{2}{Te} \int_{0}^{Te/2} \left(\frac{q/2}{Te/2}t\right)^{2} dt = \frac{2}{Te} \frac{q^{2}}{Te^{2}} \left[\frac{t^{3}}{3}\right]_{0}^{Te/2} = \frac{2}{Te^{3}} q^{2} \frac{Te^{3}}{24} = \frac{q^{2}}{12}$$

Le rapport signal à bruit exprimé en décibel est donc :

$$(S / B)_{dB} = 10 \log \left(\frac{Ps}{Pb}\right) = 10 \log \left(\frac{E^2 / 8}{q^2 / 12}\right) = 10 \log \left(\frac{E^2 / 8}{\left(\frac{E}{2^n}\right)^2 \frac{1}{12}}\right)$$

 $(S/B)_{dB} = 10\log\left(\frac{12}{8}\right) + 10\log(2^{2n}) = 1,76 + 6.n$ 

Dans le cas du disque CD, le signal est numérisé lors de l'enregistrement sur 16 bits. Le rapport signal à bruit est donc d'environ 97,7 dB.

# 6 Echantillonneur Bloqueur

Le rôle de l'échantillonneur bloqueur (E/B) est de maintenir la tension constante pendant la phase de conversion du signal analogique en numérique. Ce circuit a deux modes de travail qui sont l'échantillonnage et le maintien. Le passage de l'un à l'autre mode s'obtient en modifiant la commande de l'E/B. Son schéma de base est celui représenté sur la Figure 34. Quand l'interrupteur K est fermé pendant la durée  $t_{ON}$ , c'est la phase d'acquisition du signal. La tension aux bornes de la capacité évolue de la tension précédente à la nouvelle valeur de ve et suit celle-ci. Quand l'interrupteur K est ouvert pendant la durée  $t_{OFF}$ , c'est la phase de maintien et le CAN convertit en numérique le signal analogique. La tension pendant cette phase doit donc rester constante sinon il y a erreur de conversion. La période d'échantillonnage est appelée Te.



Figure 34 : schéma de base d'un échantillonneur bloqueur

Il est important que la tension échantillonnée soit effectivement la tension ve et que la tension vs ne varie pas avec le temps. Les sources d'erreurs sont multiples et sont dues :

- à l'interrupteur K qui possède une résistance à l'état passant r<sub>ON</sub> et une résistance à l'état ouvert r<sub>OFF</sub>. C'est le modèle de l'interrupteur généralement utilisé en statique. r<sub>ON</sub> et r<sub>OFF</sub> dépendent de la technologie employée pour réaliser K (bipolaire, MOS (CD 4016), ou FET (DG181)).
- au condensateur dont les fuites du diélectrique peuvent être modélisées par une résistance en parallèle de la capacité. D'une façon générale sur les E/B de précision, il sera fait attention à la qualité de la capacité mais nous reviendrons sur ce point. Une résistance en parallèle de la capacité (lié au diélectrique de la capacité) à le même effet de décharge que la résistance r<sub>OFF</sub>.
- à l'électronique connecté avant et après l'interrupteur K. Un amplificateur situé avant K avec une résistance de sortie importante augmente r<sub>ON</sub>. Un amplificateur avec une faible impédance d'entrée situé après K réduit r<sub>OFF</sub>, ce qui contribue à augmenter la source des erreurs.

En statique, le modèle de l'interrupteur K se ramène à la Figure 35.



Figure 35 : schéma équivalent en statique de K

# 6.1 Influence de $r_{ON}$ et $r_{OFF}$ sur les courbes de vs

Une valeur de  $r_{ON}$  importante cause un retard à l'échantillonnage comme on peut le constater sur la Figure 36 et une erreur sur la mise en mémoire de la tension dans la capacité. Une valeur de  $r_{OFF}$  cause une décharge de la capacité Ch. La tension ne reste pas constante pendant la phase de conversion par le CAN et il s'ensuit une erreur sur la valeur numérique de sortie.



Figure 36 : manifestation des défauts de K sur vs

# 6.2 Erreur liée à la charge de la capacité

# 6.2.1 Calcul de la durée de fermeture de K

Supposons que la capacité Ch soit déchargée et que la tension délivrée par ve à t = 0 soit égale à ve. Lors de la fermeture de K la tension va évoluer suivant la courbe de la Figure 37. La durée de fermeture de K est fonction de la précision que l'on souhaite.



Figure 37 : erreur lié à la charge de Ch

La tension aux bornes de Ch est donnée par la relation suivante :  $vs(t) = ve \cdot \left(1 - e^{-\frac{t_{ON}}{r_{ON}Ch}}\right)$ . Supposons à t < 0 vs(t) = 0 et ve  $(t \rightarrow \infty)$  = ve. Calculons l'erreur relative :  $\varepsilon_1 = \frac{ve - vs}{ve}$ .  $\varepsilon_1 = e^{-\frac{t_{ON}}{r_{ON}Ch}}$ Eq 3. 1

Le **Erreur ! Source du renvoi introuvable.** donne la durée de fermeture  $t_{ON}$  en fonction de la précision d'échantillonnage. La précision de la chaîne de conversion est un des critères important de dimensionnement de celle-ci. Elle définit la précision à laquelle on désire travailler.

$\boldsymbol{\epsilon}_1$	t <sub>ON</sub>
$10^{-2}$	4,6.r <sub>ON</sub> .C
$10^{-3}$	6,9.r <sub>ON</sub> .C
$10^{-4}$	9,2.r <sub>ON</sub> .C

Tableau 1 : choix de la durée de fermeture de l'E/B en fonction de la précision recherchée

Plus la précision de la chaîne d'acquisition est grande plus le temps de fermeture de l'interrupteur devra être important ce qui est incompatible avec des fréquences élevées de fonctionnement.

#### 6.3 Erreur liée à la décharge de la capacité

La capacité est déchargée par la résistance parasite de l'interrupteur à l'état ouvert  $r_{OFF}$  et par la résistance d'entrée Re de l'amplificateur placée après. Appelons R =  $r_{OFF}$  // Re.

L'équation de la décharge est :  $Vs(t = t_{OFF}) = Vs(t = 0).e^{-\frac{t_{OFF}}{R.Ch}}$ . La durée de décharge  $t_{OFF}$  est inférieure à Te mais pour se placer dans un cas ou on maximalise l'erreur, nous considérons que  $t_{OFF}$  = Te. La décharge est faible et on peut donc remplacer le terme en exponentielle par son développement limité au 1<sup>er</sup> ordre. Ainsi,

$$Vs(Te) = Vs(0) \cdot \left(1 - \frac{Te}{R.Ch}\right) \Rightarrow \frac{Vs(0) - Vs(Te)}{Vs(0)} = \frac{Te}{R.Ch}$$

L'erreur relative est donc :

$$\varepsilon_2 = \frac{Te}{R.Ch}$$
 Eq 3. 2

# 6.4 Exemple de dimensionnement de l'échantillonneur bloqueur

# 6.4.1 Choix de l'interrupteur

On choisit la précision de l'échantillonnage égale à 0,1 %. Répartissons les erreurs suivantes :  $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 0,05$  %.

Considérons l'Eq. 3.1, on obtient :  $t_{ON} = 7,6.r_{ON}$ .Ch. Considérons une fréquence d'échantillonnage de 10 MHz, il vient :  $R.Ch = 2.10^{-4}$ . La valeur de R dépasse difficilement 1 M $\Omega$  et pour cette valeur Ch = 100 pF. On choisit la durée de  $t_{ON}$  de Te/2. La valeur de  $r_{ON}$  est alors de :  $r_{ON} = \frac{Te/2}{7,6.Ch} = 65\Omega$ . Le respect de la précision pour la fréquence d'échantillonnage

de 10 MHz conduit aux caractéristiques suivantes de l'interrupteur :  $r_{ON} = 65 \Omega$ ,  $R = 1 M\Omega$ .

Ces caractéristiques ne sont pas atteignables avec n'importe quel interrupteur et il devra être fait attention au choix de celui-ci.

Nous n'avons pas parlé du choix de la technologie de la capacité mais celle-ci a une importance. Pour ce qui est strictement des valeurs, la technologie de type plastique ou de type céramique fait l'affaire. Mais au point de vue de la qualité du diélectrique, ces capacités ne sont pas équivalentes. Voici quelques types de diélectriques plastique ou céramiques courant :

- Plastique de type polycarbonate, polypropylène, polyester, polystyrène,
- Céramique de type 1 ou 2.

Il est préférable d'utiliser des capacités de type polycarbonate. Elles présentent un angle de perte plus faible, une résistance d'isolement plus importante, une bonne stabilité et une faible absorption diélectrique.

# 6.4.2 Choix de la capacité Ch

Une capacité n'est jamais parfaite. Elle possède une résistance série Rs, une résistance parallèle Rp, et une inductance série L.



Figure 38 : schéma équivalent de la capacité

De plus, elles présentent une caractéristique qui n'est pas modélisée par le schéma équivalent de la Figure 38 à savoir l'absorption diélectrique. L'absorption diélectrique caractérise le fait, que lorsqu'une capacité est chargée sous une tension puis déchargée en court-circuitant ses bornes et de nouveau ouverte, il apparaît une tension ce qui constitue une erreur. Cette tension est due aux charges qui sont « piégés » dans le diélectrique car elles ne sont pas évacuées lors du court-circuit. Cette tension n'est pas nulle et elle fausse la charge de la capacité. La technologie de la capacité doit être choisie pour réduire cette caractéristique.

L'autre caractéristique qui figure dans les documentations est l'angle de perte  $tg(\delta)$ . C'est un angle qui caractérise la qualité de la capacité réelle : si celle-ci est de qualité, la résistance série est faible ou la résistance parallèle est élevée ; l'angle de déphasage entre la partie réelle et imaginaire est alors très proche de  $\pi/2$ .  $tg(\delta)$  est calculé à partir du modèle série ou du modèle parallèle de la Figure 39.



Figure 39 : modèle série ou parallèle de la capacité

L'impédance du modèle série donne :  $Z = Rs + \frac{1}{jC\omega}$ . L'impédance du modèle parallèle

donne : 
$$Z = \frac{\frac{1}{jC'\omega}}{Rp + \frac{1}{jC'\omega}} = \frac{Rp}{1 + jRp.C'\omega} = \frac{Rp}{1 + (Rp.C'\omega)^2} - \frac{jRp^2C'\omega}{1 + (Rp.C'\omega)^2}$$
. L'égalité des parties

réelle et imaginaire des deux relations précédentes conduit à :

$$Rs = \frac{Rp}{1 + (Rp.C'\omega)^2} \quad \text{et} \quad C = \frac{1 + (Rp.C'\omega)^2}{jRp^2C'\omega^2}$$

A partir de l'impédance en mode parallèle, nous représentons sur la Figure 40 l'angle de perte :



Figure 40 : angle de perte

On peut calculer facilement l'angle de perte par :  $tg \delta \approx \delta = \frac{1}{Rp.C.\omega}$ . La Figure 41 donne l'angle de perte (DF) et la résistance d'isolement en fonction de la température pour un type de capacité de type polyester à film métallisé.



Figure 41 : caractéristiques importantes d'une capacité

#### 6.5 Réduction de l'importance de r<sub>ON</sub>

La réduction de l'influence de  $r_{ON}$  quand K est fermé s'obtient en commandant la tension en aval de l'interrupteur par un amplificateur qui mesure la différence entre la tension aux bornes de la capacité Ch et la tension ve. Le schéma permettant ceci est représenté sur la Figure 42.



Figure 42 : échantillonneur en boucle

Montrons que l'influence de r<sub>ON</sub> est réduite.

$$v1 = A_1 (Ve - Vs)$$

$$v1 = r_{ON} Ch \frac{dv2}{dt} + v2$$

$$Vs = A_2 \cdot v2 \Longrightarrow v2 = \frac{Vs}{A_2}$$

$$\Longrightarrow r_{ON} Ch \frac{dv2}{dt} + \frac{Vs}{A_2} = A_1 (Ve - Vs)$$

$$Ve = Vs(1 + \frac{1}{A_1A_2}) + \frac{r_{ON} Ch}{A_1A_2} \frac{dVs}{dt}$$

Quand A1 et A2 sont grand, on a alors  $Vs \cong Ve$ .

Exemple d'échantillonneur intégré : LF 398. La structure interne reproduite sur la Figure 43 rappelle celle étudiée plus haut. Les deux diodes évitent la saturation des amplificateurs.



Figure 43 : structure interne du LF 398

# 6.6 Paramètres de choix de l'E/B

Le fonctionnement de l'E/B peut se diviser en 4 phases :

- Echantillonnage
- Transition échantillonnage-maintien
- Maintien
- Maintien échantillonnage

# 6.6.1 Echantillonnage

Correspond à la fermeture de l'interrupteur. *L'erreur de décalage* est causée par les AOP. Elle correspond à la tension qui existe en sortie quand le signal d'entrée est nul. *L'erreur de gain* signifie que le signal de sortie n'est pas égal au signal d'entrée et elle peut être causée par l'absorption diélectrique du condensateur. En effet la tension qui apparaît aux bornes de Ch vient s'ajouter à la tension Ve.

# 6.6.2 Transition échantillonnage maintien

Lorsque la commande de l'interrupteur se bloque, le signal de sortie ne se fige pas instantanément. Ceci est causée par le temps de retard de l'interrupteur.

Pendant la phase de transition, une partie du courant présent sur la commande se retrouve via la capacité parasite entre la commande et la sortie, sur le signal de sortie. On réduit ce phénomène en choisissant un interrupteur à faible capacité d'entrée. Le modèle que nous avons considéré en statique est complété en dynamique par des capacités : entre la commande et les deux bornes de sortie, entre l'entrée et la sortie.

# 6.6.3 Maintien

La transparence caractérise la fraction du signal d'entrée qui passe en sortie via la capacité parasite entre l'entrée et la sortie de l'interrupteur. Il y a donc un intérêt important à réduire les capacités parasites de l'interrupteur. Mais il est difficile voir incompatible d'obtenir un faible  $r_{ON}$  et de faibles capacités.

# 6.6.4 Transition maintien échantillonnage

Le temps d'acquisition dépend des caractéristiques de l'amplificateur. Celui-ci par sa résistance de sortie limite la variation de la tension aux bornes de Ch.

Les convertisseurs numériques analogiques utilisent pour fonctionner des commutateurs analogiques, des résistances, des sources de courant et de tension. Les circuits délivrent une tension ou un courant qui est l'image du mot numérique d'entrée suivant la caractéristique de la Figure 44.



Figure 44 : caractéristique de transfert du CNA

La conversion est assurée sur n sorties du mot numérique de sortie. On parle souvent de « bits » de sortie. q représente la plus petite variation du signal numérique de sortie et est appelé le quantum.

# 7 Principaux types de CNA

# 7.1 CNA à résistances pondérées

La structure générale repose sur celle de la Figure 45. Le courant I est établi par la fermeture des interrupteurs aux bornes des résistances. Ce courant est ensuite traduit en tension Vs par l'AOP monté en convertisseur courant tension. L'entrée - de l'AOP est à un potentiel nul.



Figure 45 : synoptique CNA à résistances pondérées

Le mot numérique est ici représenté sur 4 bits. Le « MSB » est le bit de poids fort (Most Significant Bit) et le LSB le bit de poids faible (Least Significant Bit). La représentation binaire du mot numérique est :  $(d_4 d_3 d_2 d_1)_2$ .

D'une façon générale, le courant I s'écrit :

$$I = Vref\left(d_1 \frac{1}{8R} + d_2 \frac{1}{4R} + d_3 \frac{1}{2R} + d_4 \frac{1}{R}\right)$$

La tension Vs est :

$$Vs = -Vref\left(\frac{d_1}{8} + \frac{d_2}{4} + \frac{d_3}{2} + \frac{d_4}{1}\right) = -\frac{Vref}{8}\left(8.d_4 + 4.d_3 + 2.d_2 + d_1\right)$$
  
$$Vs = -Vref.N$$

Pour avoir la correspondance du mot binaire en décimal, N s'exprime par : N =  $(8.d_4 + 4.d_3 + 2.d_2 + d_1)$ .

On obtient : 
$$Vs = -Vref\left(\frac{1}{8} + \frac{1}{4}\right) = -\frac{3}{8}Vref$$

Le principe de ce convertisseur est très simple mais il est limité à quelques bits de conversion. En effet, il est difficile d'obtenir des valeurs de résistances qui ont des valeurs très différentes et qui ont la même plage de variation en fonction de la température. De plus la structure présentée juste après est beaucoup plus intéressante car elle n'utilise que deux types de résistances.

#### 7.2 CNA à réseau R-2R

Il n'est utilisé que deux valeurs de résistance suivant la configuration de la Figure 46. Cette configuration du pont de résistances permet une division par deux du courant dans chaque branche. Quel que soit la position de l'interrupteur, le bas des résistances 2R est toujours « virtuellement » à la masse ; en effet en dynamique la source de tension Vref constitue un court-circuit. L'entrée – de l'AOP constitue une masse virtuelle.



Figure 46 : CNA à réseau R-2R

Comme les deux connexions des interrupteurs référencés « 0 » et « 1 » sont des masses en signal alternatif, la mise en parallèle des deux résistances 2R tout à gauche est équivalente à une résistance R. En série avec la résistance R, on obtient à nouveau une résistance 2R. Cette simplification des résistances est résumée sur la Figure 47.



Figure 47 : simplification du réseau R-2R

La résistance complète du réseau se ramène à une seule résistance de valeur 2R//2R = R. En s'aidant de cette simplification, déterminons les courants  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_4$  et  $I_8$ . Nous utiliserons le théorème de superposition des états d'équilibre en fermant successivement K1, K2, K4 et K8. Le courant sera calculé pour chacune de ces configurations.

Quand seulement K1 est fermé, la résistance 2R qui est connectée sur l'entrée – de l'AOP a une tension Vref à ses bornes. Le courant I1 vaut donc :  $I_1 = \frac{Vref}{2R}$ .

Quand seulement K2 est fermé, la tension V aux bornes de la résistance 2R en série avec K2 vaut  $V = \frac{Vref}{2}$ . Le courant I2 a donc pour valeur :  $I_2 = \frac{Vref}{4R}$ . Par suite des diverses simplifications, le courant I est :  $I = \frac{Vref}{2R} + \frac{Vref}{4R} + \frac{Vref}{8R} + \frac{Vref}{16R}$ . Dans le cas ou tous les interrupteurs sont sur la position ''1'', la tension de sortie est donc :  $Vs = -R\left(\frac{Vref}{2R} + \frac{Vref}{4R} + \frac{Vref}{8R} + \frac{Vref}{16R}\right) = -\frac{Vref}{16}(8+4+2+1)$ 

On peut écrire Vs sous la forme :  $Vs = -Vref(2^3K8 + 2^2K4 + 2^1K2 + 2^0K1)$ 

La tension maximale est :  $Vs = -Vref \frac{15}{16} = -Vref + q$  avec  $q = \frac{Vref}{16}$ . Pour un CNA n bits, le quantum est  $q = \frac{Vref}{2^n}$ .

Cette structure de conversion peut encore s'améliorer avec le CNA suivant. En effet, dans celle que nous venons d'étudier, le courant dans chaque interrupteur ne reste pas constant. Les brusques commutations de courant se voient limitées dans leurs variations par les capacités parasites associées aux interrupteurs.

# 7.3 CNA à réseau R-2R à échelle inversée

Les circuits utilisent toujours un réseau R-2R mais le courant dans les résistances reste constant. En effet, le potentiel dans les deux positions des interrupteurs est identique comme on peut le voir sur la Figure 48.



Figure 48 : CNA 8 bits

La résistance équivalente entre Vref et la masse est 2R. La tension au point A par rapport à la masse est donc  $\frac{Vref}{2}$ . Le courant I0 est :  $I0 = \frac{Vref}{4R}$  et comme nous l'avons vu précédemment, le courant est divisé par deux dans chaque branche successive. On a donc :

$$I = \frac{Vref}{4R} y_0 + \frac{Vref}{8R} y_1 + \dots + \frac{Vref}{512R} y_7 = \frac{Vref}{4R} \sum_{i=0}^7 \frac{y_i}{2^i}$$

Le calcul précédent ne doit pas être généralisé trop rapidement car cela est la source de beaucoup d'erreurs par les étudiants dans les contrôles. De plus, la présence comme ici de R en série avec Vref ou l'absence change la forme de l'équation donnant le courant ou la tension de sortie. *Cette relation doit donc être établie pas à pas en re-démontrant la solution*.

La tension de sortie est donc donnée par l'expression suivante :

$$Vs = -\frac{Vref}{4} \sum_{i=0}^{7} \frac{y_i}{2^i}$$

# 7.4 Exemple de CNA : AD7533

#### 7.4.1 Conversion unipolaire

Le courant de sortie est exploité par un convertisseur courant tension. Il n'y a pas de résistance en série avec Vref. La résistance équivalente entre Vref et la masse est R. Le courant I dans Vref est donc :  $I = \frac{Vref}{R}$ . Il y division par deux du courant dans chaque branche. Les courants de sortie sont donc :

$$Iout1 = \frac{Vref}{R} \left( \frac{y_0}{2^1} + \frac{y_1}{2^2} + \frac{y_2}{2^3} + \dots + \frac{y_9}{2^{10}} \right) \quad et \quad Iout2 = \overline{Iout1} = \frac{Vref}{R} \left( \frac{\overline{y_0}}{2^1} + \frac{\overline{y_1}}{2^2} + \frac{\overline{y_2}}{2^3} + \dots + \frac{\overline{y_9}}{2^{10}} \right)$$



Figure 49 : conversion unipolaire

Les courants peuvent encore s'écrire sous la forme :

$$Iout1 = \frac{Vref}{R.1024} (512y_0 + 256y_1 + \dots + y_9) \quad et \quad Iout2 = \frac{Vref}{R.1024} (512\overline{y_0} + 256\overline{y_1} + \dots + \overline{y_9})$$

La tension de sortie est donc :  $Vs = -\frac{Vref}{1024}(512y_0 + 256y_1 + \dots + y_9)$ . Dans le Tableau 2, on donne la tension Vs en fonction du mot numérique de sortie. La tension de sortie est toujours du même signe quelque soit le mot numérique d'entrée.

Entrée numérique y0y1y2y3y4y5y6y7y8y9 MSB LSB	Vs
1111111111=(1024) <sub>10</sub>	Vs = -1023/1024.Vref
0111111111=(511) <sub>10</sub>	Vs = -511/1024.Vref
000000001=(1) <sub>10</sub>	Vs = -1/1024.Vref
0000000000=(0)10	Vs = 0

Tableau 2 : Vs en fonction du mot numérique d'entrée

La Figure 50 donne le schéma d'application de l'AD7533. La résistance R1 est ajustable pour régler la résistance globale vue de l'entrée 15 connecté à une source extérieure Vref. Cela permet de faire varier l'amplitude de la tension de sortie. La résistance de contre réaction ( $R_{FB}$  pour feed back) est intégré à l'intérieur du circuit entre la broche 1 et la broche 16. C1 évite les oscillations de la sortie lors des rapides variations du courant Iout1.



Figure 50 : schéma d'application de l'AD7533

# 7.4.2 Tension de sortie bipolaire

A partir des deux sorties Iout1 et Iout2, il est utilisé le schéma de la Figure 51.



Figure 51 : conversion bipolaire avec le AD7533

Vs1 = -R1.Iout2 et Vs1 = R2.I. Pour R1 = R2, on a I = -Iout2.

$$Vs = -R(Iout1 - Iout2)$$

On peut calculer Iout1+Iout2 et remplacer Iout2 en fonction de Iout1.

$$Iout1 + Iout2 = \frac{Vref}{R.1024} (512 + 256 + \dots + 1) = \frac{Vref}{R} \frac{1023}{1024}$$

En remplaçant cette dernière expression dans l'expression donnant Vs, on obtient :

$$Vs = -R.\left(2.Iout1 - \frac{Vref}{R}\frac{1023}{1024}\right) \cong Vref - 2R.Iout1$$

Ce qui s'écrit encore :

$$Vs = Vref\left(1 - 2\frac{N}{1024}\right)$$

N est la représentation décimale du mot binaire. Quand N varie de 0 à  $(1023)_{10} = (11111 1111)_2$  le Tableau 3 donne la tension de sortie en fonction du mot d'entrée. La tension de sortie est bipolaire et son amplitude de variation a doublé par rapport à la conversion unipolaire. Le quantum a donc doublé et est égal à :  $\frac{Vref}{512}$ .

Entrée numérique y0y1y2y3y4y5y6y7y8y9 MSB LSB	Vs
1111111111=(1024) <sub>10</sub>	Vs = -Vref
100000000=(512)10	Vs = 0
000000001=(1)10	Vs = 511/512.Vref
0000000000=(0)10	Vs = Vref

Tableau 3 : Tension de sortie en fonction du mot d'entrée

Le schéma extrait de la documentation du AD7533 est représenté à la Figure 52. La résistance R4 permet de rajouter un courant d'offset constant en sortie pour décaler la tension de sortie. La résistance R6 a pour rôle de compenser les courants de polarisation de l'AOP A2.



Figure 52 : conversion bipolaire

Le convertisseur analogique numérique (CAN) effectue la conversion d'une tension analogique en 1 mot numérique codé sur n bits. On distingue plusieurs types de CAN :

- CAN parallèle (Flash Semi Flash),
- CAN à approximation successives,
- CAN à comptages d'impulsions (rampe).

La Figure 53 décrit les différentes technologies des CAN en fonction de la fréquence de fonctionnement et de son nombre de bits (en abscisse). La puissance dissipée par le composant est également représentée.



Figure 53 : choix du principe de fonctionnement du CAN en fonction de la fréquence de fonctionnement et de son nombre de bits

# 8 CAN parallèles ou convertisseur de type flash

La tension à convertir est comparé à une multitude de tensions sous multiple de la tension de référence. Le mot de sortie résulte de la synthèse logique des résultats des comparaisons. Pour un CAN 3 bits, le principe est celui représenté sur la Figure 54. La tension de référence est divisée en  $2^n$ -1 (ici 7 car n=3) et la tension à convertir est entrée sur Vx.



Figure 54 : schéma interne d'un CAN de type flash

Pour le CAN de la Figure 54, les tensions Vi ont les valeurs suivantes :  $V1 = Vref.\frac{R/2}{7R}$ ;  $V2 = Vref.\frac{3.R/2}{7R}$ ;  $V3 = Vref.\frac{5.R/2}{7R}$ .....

Par exemple, pour une tension  $Vx = Vref \frac{4}{14}$  avec  $V2 \le Vx \le V3$ , la sortie des comparateurs A1 et A2 est au niveau 1 tandis-que la sortie des autres comparateurs est au niveau 0. Le mot de sortie est alors 010.

Ce type de convertisseur est très rapide mais limité en résolution. En effet, le nombre de comparateur augmente fortement avec le nombre de bit de la tension à convertir : pour 8 bits, il y a 255 comparateurs. L'application typique de ce type de convertisseur est la conversion vidéo.

Exemple : AD9066 : résolution 6 bits et temps de conversion 4 ns. Vitesse 60 MIPS (Million d'Instructions par Seconde).

#### 8.1 Convertisseur semi flash

Il est utilisé deux CAN parallèle associé à un CNA. Le  $1^{er}$  CAN s'occupe des bits de poids forts et le  $2^{eme}$  CAN s'occupe des poids faible suivant un schéma interne similaire à celui de la Figure 55.



Figure 55 : principe d'un CAN de type flash utilisant une architecture ½ Flash

Le CAN 1 détermine les bits de poids fort. Sa tension de référence est Vref. Le mot numérique est converti en analogique par le CNA et la tension d'entrée, retranchée de la tension de sortie du CNA, est convertie en numérique et délivre les bits de poids faible. La tension de référence du CAN 2 est réduite. On peut voir ceci sur la Figure 56.



Figure 56 : principe de conversion d'un mot de n+m bits

Si la plage de la tension d'entrée varie de 0 à 10V, le quantum du CAN 1 est de  $\frac{10}{2^3} = 1,25V$ . La tension de sortie du CNA varie de 0 à 10V par palier de 1,25V. La tension de conversion V1 est donc égale à Vref. La tension maximale appliquée à l'entrée du CAN 2 est inférieure à 1,25V. Sa tension de référence est V2=1,25V. Le convertisseur ADC 1061 utilise un principe similaire comme on peut le voir sur la Figure 56. Comme dans beaucoup de convertisseur, l'E/B est intégré. La conversion est assurée en deux fois : 6 bits pour les bits de poids fort et ensuite les 4 autres bits. Une tension différentielle pour Vref (Vref+ et Vref-) permet de réduire l'influence des bruits par soustraction.



Figure 56 : architecture interne du circuit ADC 1061

# 8.2 Convertisseur à approximations successives

L'idée mise en jeu ici est d'utiliser un CNA type R/2R pour constituer un CAN. Il est appliqué divers mot numérique sur le CNA pour obtenir un mot numérique jusqu'à que la tension analogique en sortie du CNA soit la plus proche (au quantum près) de la tension à convertir. Ainsi, une méthode peu performante consisterait pour un convertisseur 8 bits à appliquer au plus 256 mots numériques en entrée et à retenir le mot numérique qui délivre une tension analogique la plus proche possible de celle que l'on désire convertir. Heureusement, pour des questions de rapidité et donc de temps de conversion, l'algorithme d'obtention du mot numérique est plus performant.

L'algorithme utilise un principe de dichotomie. Ceci signifie que l'intervalle de comparaison est divisé par deux à l'issue de chaque comparaison. La structure d'un convertisseur à approximation successive apparaît sur la Figure 57.



Figure 57 : CAN à approximation successive

Exemple : soit à convertir sur 3 bits une tension Vx de 3.5 V avec Vref = 8V. Le quantum vaut Vref/8 = 1V. La Figure 58 donne le résultat de la conversion. La conversion est assurée en 3 coups d'horloge et on peut établir une règle générale car une conversion sur n bits prend n coups d'horloge.



Figure 58 : conversion sur 3 bits

Sur la Figure 59 on visualise la structure interne de l'AD 573. On distingue le registre à approximation successives (SAR *Successives Approximation Register*) 10 bits qui pilote le convertisseur numérique analogique (DAC *Digital Analog Converter*). L'horloge est interne et le temps de conversion est de l'ordre de 20 µs.

La tension à convertir est placée sur l'entrée ANALOG IN. Une impulsion sur l'entrée CONVERT d'au moins 500 ns de large démarre la conversion. Le convertisseur numérique analogique est séquencé par le registre à approximation successive. Le 1<sup>er</sup> bit testé est le bit de poids fort et la comparaison du courant de sortie du DAC et du courant d'entrée  $\frac{Vin}{5k}$  permet de déterminer si le mot doit être augmenté ou s'il doit être réduit. Après test de tous les bits, le SAR contient le mot de 10 bits. Le passage de DATA READY au niveau bas indique que les sorties du SAR ont été transmises en sortie. Il est à noter que les masses analogiques et numériques du circuit sont différentes. La masse numérique est plus parasitée par le courant qui circule dans les circuits numériques. La masse seront reliées ensemble au niveau du routage sous le circuit intégré.



Figure 59 : structure interne de l'AD 573

# 8.3 CAN à comptage d'impulsions

Ce type de convertisseur réalise une conversion temps tension. Ce principe est simple et le convertisseur peut être très précis. Le temps de conversion est par contre beaucoup plus long que pour les principes étudiés jusqu'à présent.

# 8.3.1 Convertisseur simple rampe

Ce convertisseur est intéressant pour constater ses défauts car il n'est plus utilisé aujourd'hui. Le convertisseur double rampe le remplace.

Le principe de la Figure 60 est d'utiliser un générateur de rampe partant de 0 et de compter les impulsions d'horloge et d'arrêter le compteur quand la tension de la rampe est identique au signal d'entrée.



Figure 60 : CAN simple rampe

Le générateur de rampe est souvent réalisé à partir d'un montage tel que celui de la Figure 61. La tension de sortie Vs est alors :  $Vs = -\frac{1}{C}\int i.dt$  et  $i = \frac{Vref}{R}$ . Donc  $Vs = -Vref \frac{t}{RC} + cste$ . La constante correspond à la tension aux bornes de la capacité à t = 0.



Figure 61 : générateur de rampe

Quand Vs est égal à la tension à convertir Vx on  $a:Vx = -\frac{Vref}{R.C}N.T$ . T est la période d'horloge et N le nombre à la sortie du compteur. Ainsi, le nombre d'impulsions de période T est proportionnel à la tension à convertir.

La précision de conversion du montage simple rampe dépend de la stabilité de la fréquence d'horloge mais surtout de la précision de R et de C. On sait qu'il est difficile d'obtenir avec une bonne précision des composants passifs stables et le montage double rampe a pour but de palier à ce défaut.

# 8.3.2 Convertisseur double rampe

Dans ce cas la  $1^{\text{ère}}$  phase consiste à identifier le système pour réaliser la conversion ensuite. On charge donc à courant constant la capacité avec la tension à convertir Vx et on décharge à courant constant avec la tension de référence. La Figure 62 en donne le principe.



Figure 62 : schéma de principe du convertisseur double rampe





Figure 63 : tension en sortie du générateur de rampe

D'après la Figure 63 et en écrivant la variation de tension, on peut écrire :

$$V1 = \frac{Vx}{R.C} N1.T = \frac{Vref}{R.C} N2.T$$
. Donc  $N2 = \frac{Vx}{Vref} N1$ .

N1 est en général fixé à une valeur déterminé 1000 par exemple. Le nombre de période d'horloge N2 compté pendant t2 est indépendant de R et C. L'instabilité à long terme de l'horloge n'influence pas la mesure. Ce genre de convertisseur possède une réjection intrinsèque des parasites lié au secteur, car le « jitter » (instabilité sur le signal d'horloge) introduit sur le signal d'horloge, est moyenné sur un grand nombre de période. On choisit d'ailleurs la fréquence d'horloge comme étant un multiple de la fréquence du secteur.

Ce genre de convertisseur est lent mais très précis. Son application idéale est le multimètre de mesure. Par exemple le ICL7106 utilise une technique double rampe (*dual-slope*) et possède des sorties pour commander un afficheur LCD 3 digits <sup>1</sup>/<sub>2</sub>. Ce circuit possède 4 phases qui sont : phase d'auto zéro pour compenser les offsets des comparateurs et des intégrateurs. Les  $2^{\text{ème}}$  et  $3^{\text{ème}}$  phases sont celles décrites plus haut. La  $4^{\text{ème}}$  phase est destinée à décharger la capacité et réduire l'effet de l'absorption diélectrique de la capacité.



Figure 64 : schéma d'application du ICL 7106 (Maxim)

La fréquence de conversion est définie à partir d'un circuit R-C ou un quartz placé entre les bornes 38, 39, 40. Une fréquence d'horloge de 200 kHz, 100 kHz, 40 kHz... maximise la réjection du bruit lié à la tension induite par un champ magnétique à proximité. La conversion complète demande 16000 cycles d'horloge (4phases \* 2\*2000pts). A une fréquence de 200 kHz, le temps de conversion est de  $\frac{16000}{200000} = 8ms$ . Ce temps de conversion est très lent mais parfaitement compatible avec des systèmes de mesure de température, de pression ou de tension.

Le circuit possède une entrée différentielle de tension : cela permet de réduire la tension de mode commun présente sur les deux entrées en même temps. La réjection du mode commun (CMR *Common Mode Réjection Ratio*) est de 50  $\mu$ V/V. Exprimé en décibel, cela correspond à 86 dB ce qui est correct.

Pour en savoir plus

Acquisition de données. Du capteur à l'ordinateur. Dunod. Georges Asch (bibliothèque). Electronique des systèmes de mesures. Masson. Tran Tien Lang (bibliothèque). Fonctions à amplificateurs opérationnels. Eyrolles. A. Dziadowiec et M. Lescure.

Practical Design Techniques for signal conditionning. Analog Devices.