

# *Cours de Morphologie Mathématique*

## *Concepts de base*

Hugues Talbot

`talboth@esiee.fr`

ISBS / ESIEE

1<sup>er</sup> semestre 2004-2005

# Ressources

---

- Le cours sera mis en ligne au fur et à mesure:

<http://www.esiee.fr/~talboth/ISBS/Morpho/>

- Photocopie des transparents la semaine prochaine.

# Questions

1. Questions sur le cours précédent ?
2. Remarques ?
3. Questions sur la suite du cours?

## Suite du cours

---

1. Aujourd'hui séance de 2h, cours seulement.
2. semaine prochaine: 4h, cours + TD, format et lieu à décider.
3. jusqu'au 17 janvier: 4h systématique.
4. 2 séances de TPs, première pour l'instant juste avant Noël, mais on cherche à changer cela (un peu tard).
5. Désolé de ce manque de préparation.

# *Représentation d'images*

## Tableaux en 2-D de données 8-bit

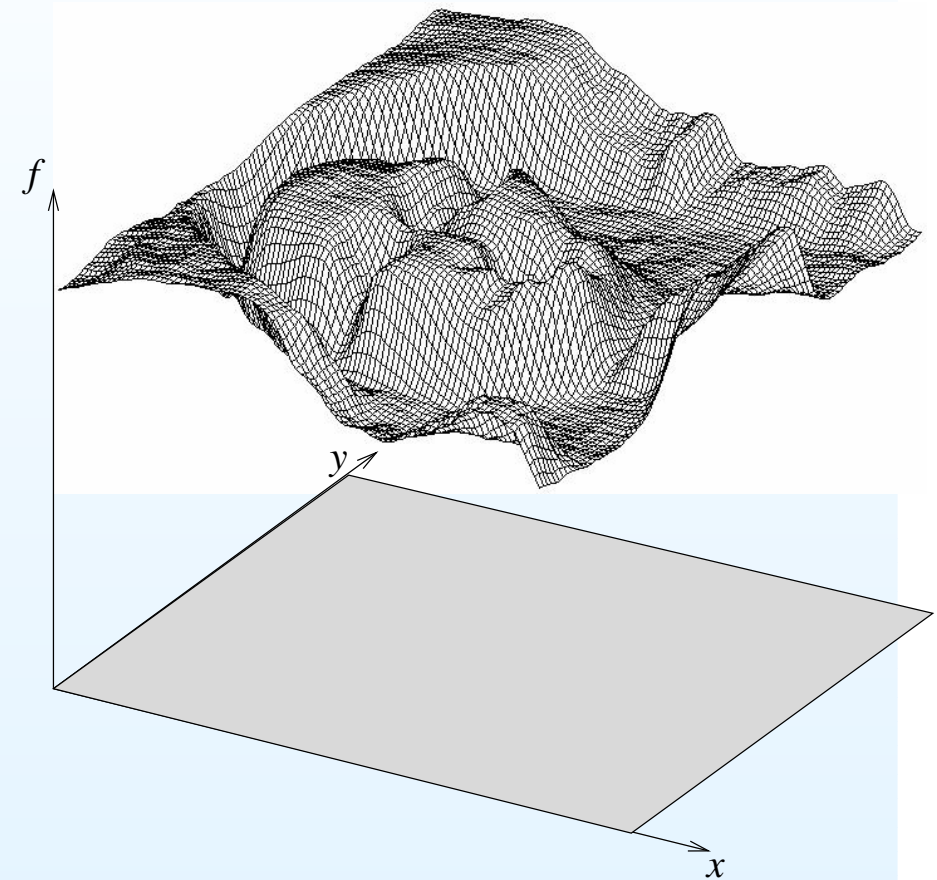
---

- Représentation la plus simple: collection of 1 (N&B) or 3 (Couleur) tableau(x) 2-D en 8 bits.
- Suffisant pour représenter la plupart des niveaux de gris visibles (256) et des couleurs visibles ( $255^3 = 16$  millions).
- La plupart des problèmes possibles peuvent être illustrées dans ce contexte.

# Fonction 2-D



Image



Fonction

# Résolution



full



half



1/4



1/8



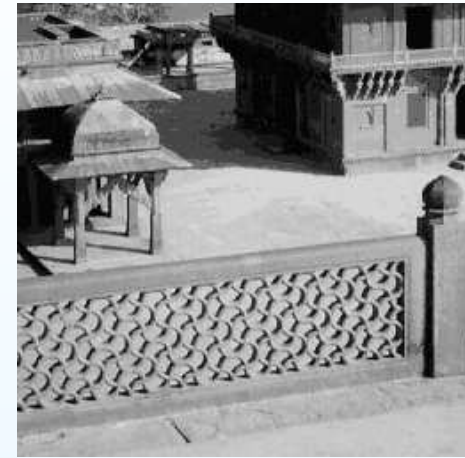
# Nombre de niveaux de gris



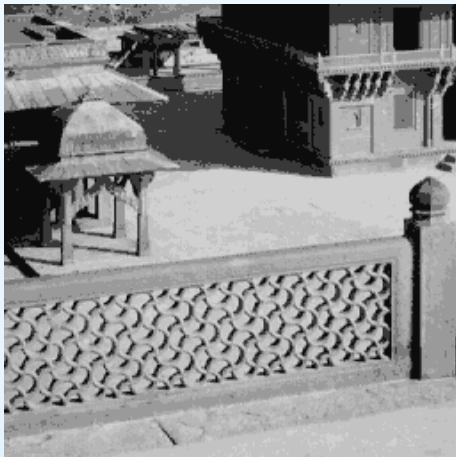
256 gl



64 gl



16 gl



8 gl

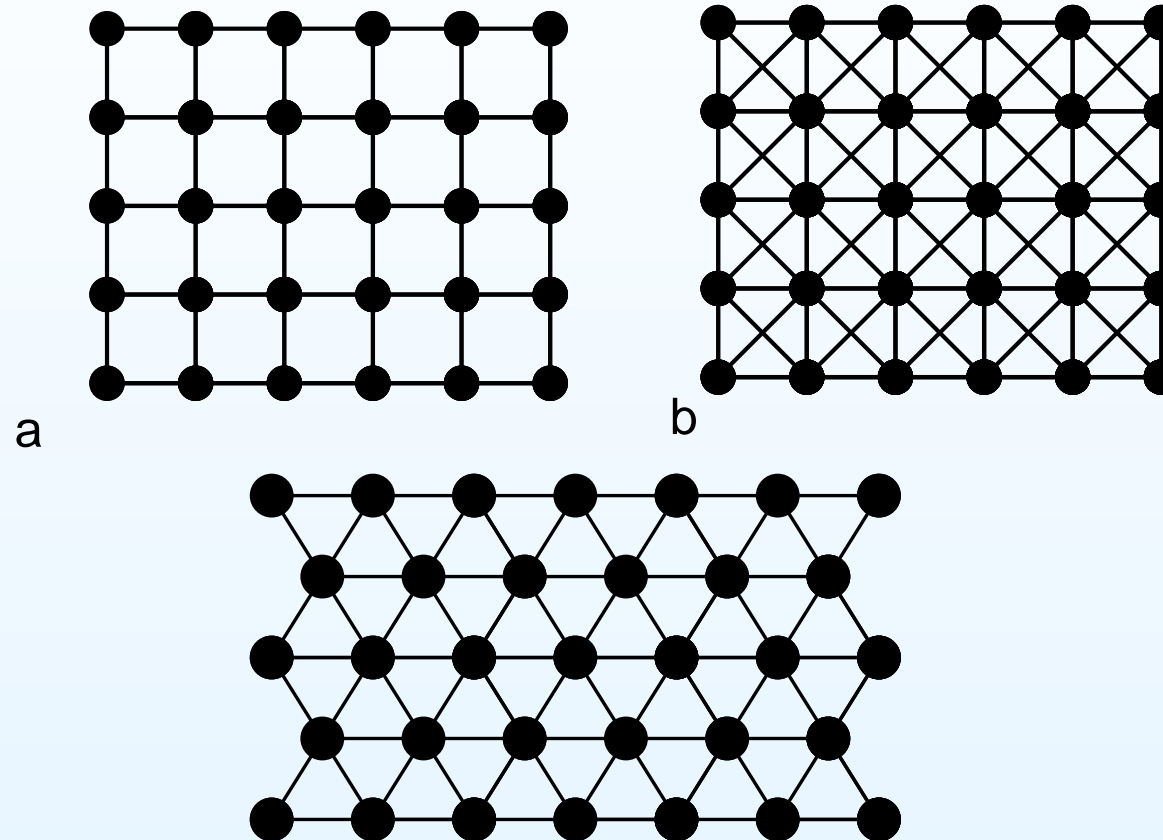


4 gl



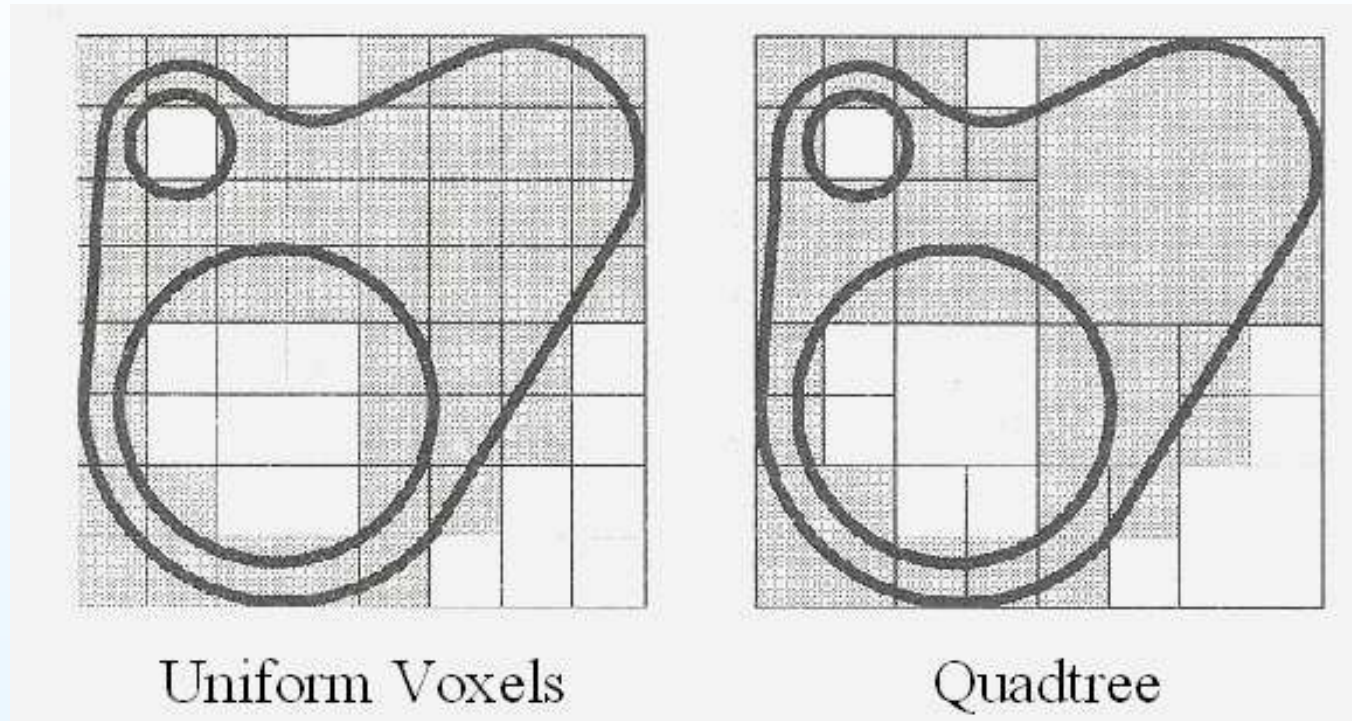
2 gl

# Graphe



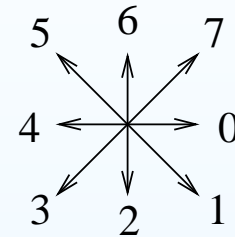
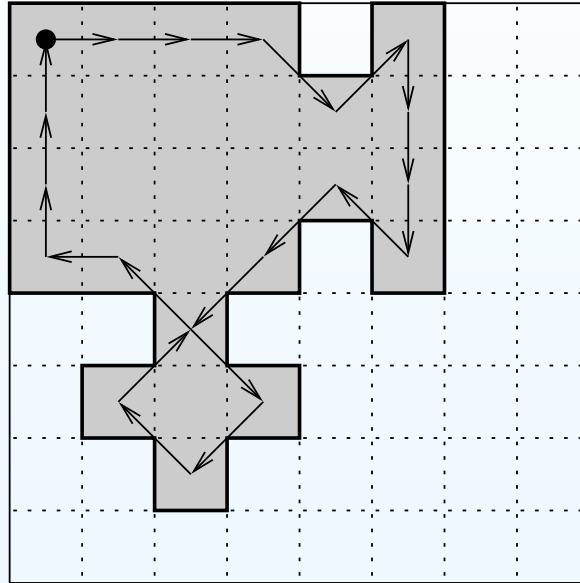
Synonymes: graphe de connexion, grille.

## Autres représentations: Quadrees



Les quadrees sont une représentation hiérarchique de la structure d'une image. L'idée de base étant qu'un quadrant peut être découpé récursivement en 4 autres sous-quadrants.

## Autre représentation: chaîne de contour



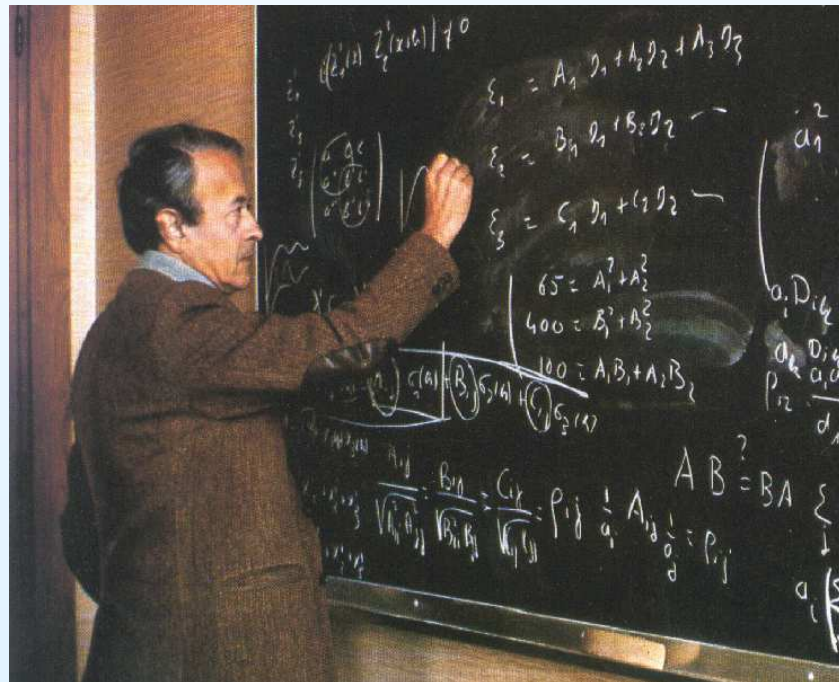
Code : 00017222533135754666

Permettent de représenter les contours de façon efficace.

# *Concepts de morphologie mathématique*

## Un peu d'histoire

- La morphologie mathématique (MM) a été conçue au milieu des années 60 à l'ENSMP, au laboratoire de Fontainebleau.
- Les inventeurs principaux ont été Georges Matheron et son étudiant en thèse Jean Serra. GM est mort en l'an 2000. JS est maintenant à la retraite (il est maire adjoint de Fontainebleau en fait).



## Encore un peu d'histoire

---

- Le nom “Morphologie Mathématique” à été choisi dans un bar.
- La morphologie mathématique est devenue reconnue internationalement seulement après la publication du livre de Serra en Anglais de 1982 et les articles de Haralick/Sternberg/Zhuang dans IEEE PAMI en 1987.

## Histoire (3)

---

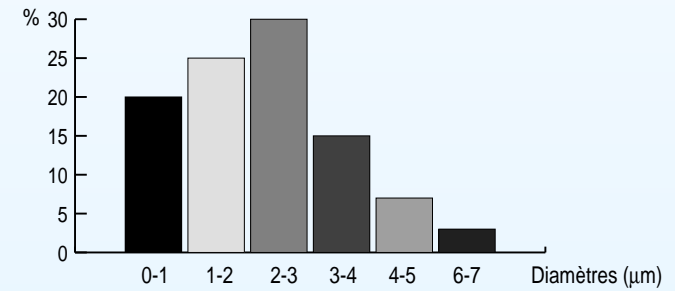
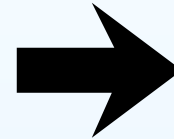
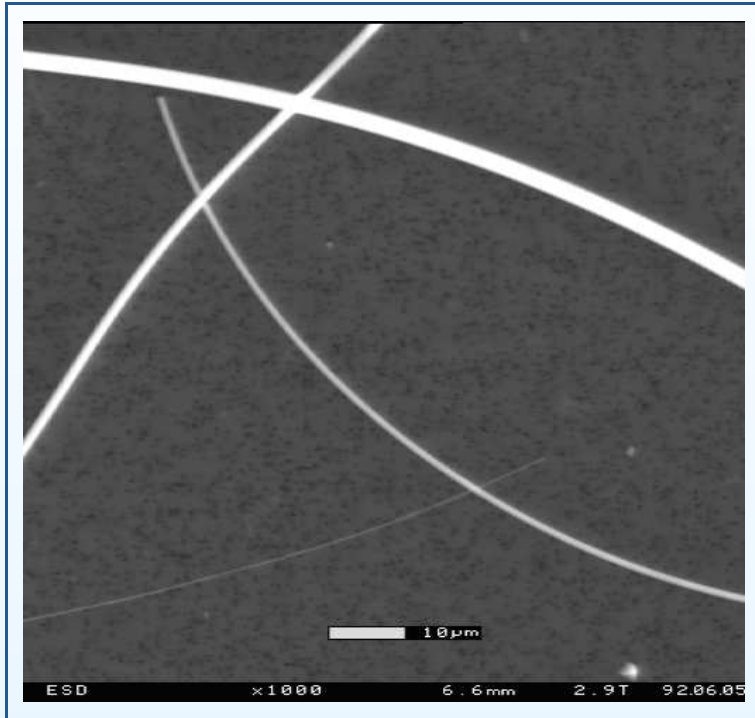
- Certains concepts datent de Minkowski (1901), Birkhoff (1948) et Hawidger (1957).
- Le développement de la MM est très actif:
  - Conférences (ISMM, Scale-space, DGCI)
  - Une société pour la MM (ISMM also...)
  - Des journaux (JMIV, PAMI, etc)
- Intégrée dans une nouvelle série de théories
  - Scale-space
  - EDPs pour la segmentation et le filtrage.



# Démarches en analyse d'images

	Espace "géométrique"	Espace de données
Linéaire	Convolution Fourier, Ondelettes Tomographie (recons. 3-D)	Analyse multivariée Réseaux de neurones Stéréologie
Non-linéaire	Morphologie Géométrie discrète Ensembles aléatoires Segmentation	Démarches syntactiques Grammaires Indexation

# Rappel de ce qu'on veut faire ?



# Caractéristiques de la MM

---

Synérgie entre la théorie/les algorithmes/les applications

- La première théorie non-linéaire du traitement d'images.
- Beaucoup d'algorithmes sont rapides et efficaces.
- Beaucoup d'applications.

# Concept de base: l'ordre

---

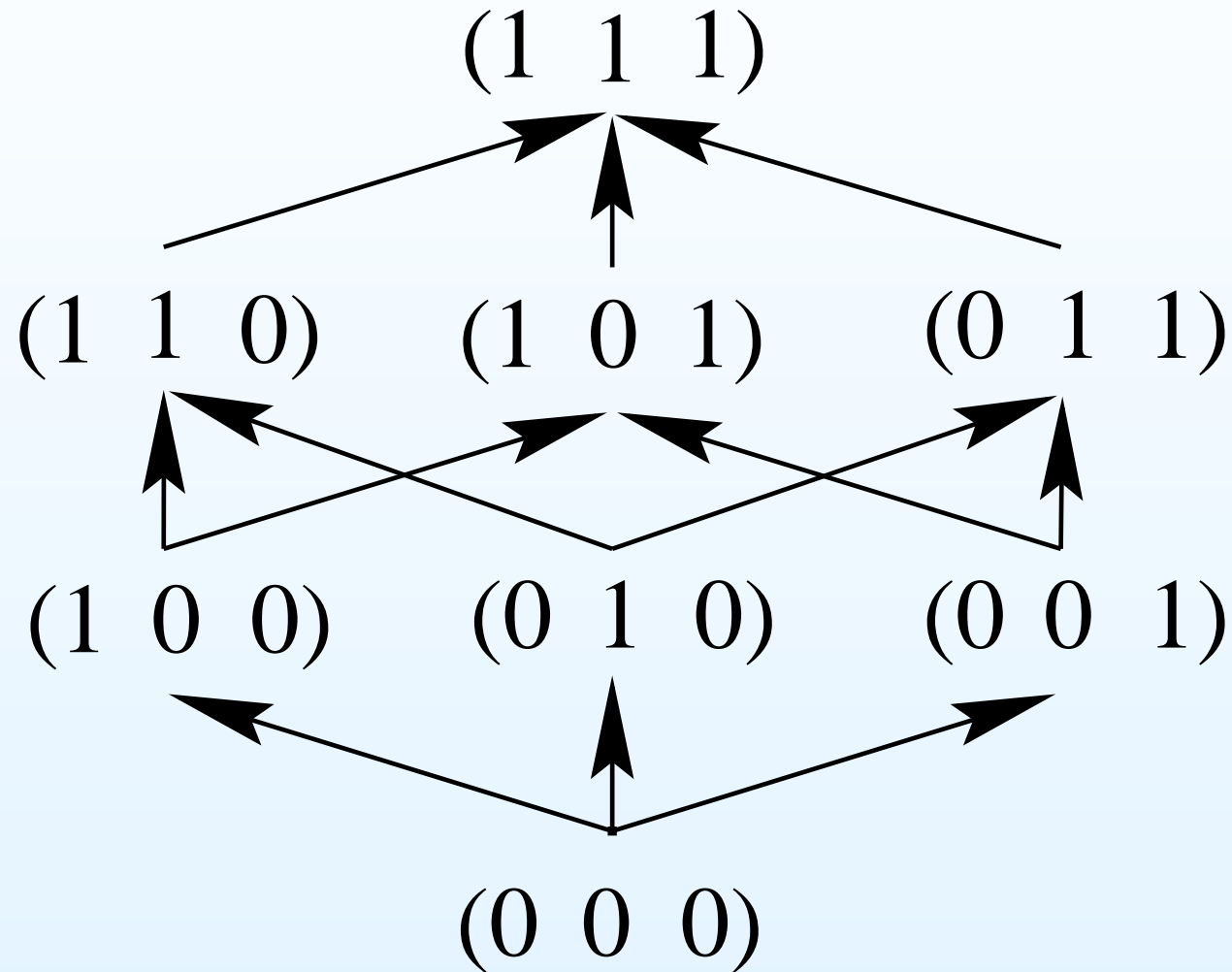
- La relation d'ordre est au coeur de la MM.
- Relation d'ordre:
  - $a \leq a$
  - $a \leq b, b \leq a \Rightarrow a = b$
  - $a \leq b, b \leq c \Rightarrow a \leq c$
- Notion de sup=plus petit majorant.
- Notion d'inf: plus grand minorant.

# Structure de treillis

---

- La structure principale est le *treillis complet*.
- Un treillis est un ensemble ordonné  $X$  tel que pour deux éléments quelconque  $X_1$  et  $X_2$  de  $X$  on puisse définir un plus petit élément ( $X_1 \wedge X_2$ ) et un plus grand élément ( $X_1 \vee X_2$ ).
- Un treillis *complet* est un ensemble ordonné  $X$  (muni d'une relation d'ordre) tel que n'importe quel sous ensemble  $X_i \subset X$  possède à la fois un plus petit et un plus grand élément.

## Exemple de treillis complet simple



Le treillis des images binaires  $3 \times 1$ .

## Autres exemple de treillis

---

- Treillis des parties  $\mathcal{P}(E)$  d'un ensemble  $E$ . Ordre défini par l'inclusion.  $\text{Sup}=\cap$ ,  $\text{Inf}=\cup$ . Extrêmes= $E$ ,  $\cdot$ .
- Treillis des réels. Ordre=ordre numérique sur  $R$ . Sup et Inf au sens usuel, Extrêmes= $-\infty$ ,  $+\infty$ .
- Treillis des ensembles convexes. Sup=enveloppe convexe de l'union. Inf=intersection.

# Exemples de treillis complets intéressants

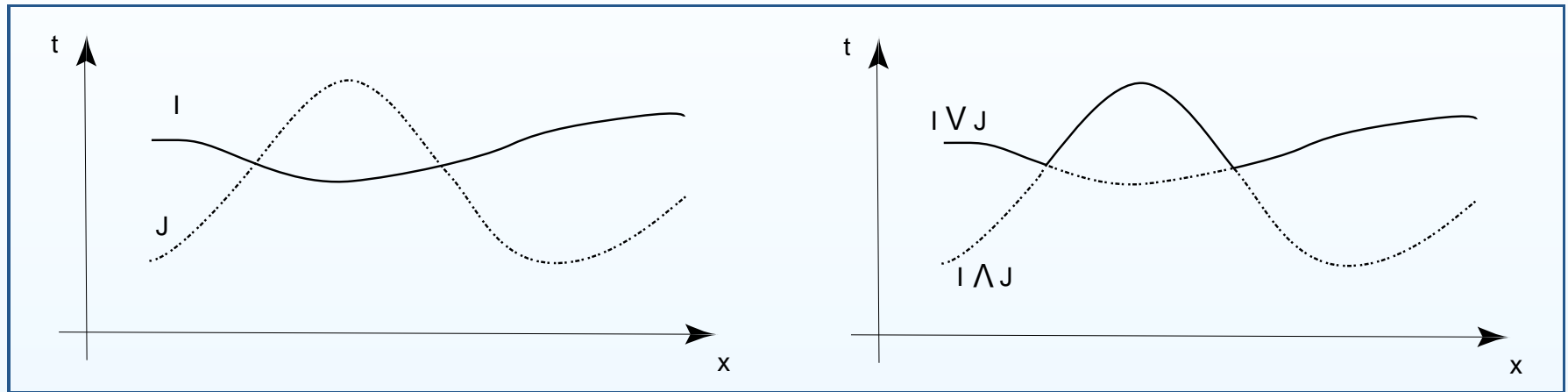
---

- Le treillis Booléen des ensembles: définit la MM des images binaires.
- Le treillis des images semi-continues en haut: définit la MM des images en niveaux de gris.
- Le treillis des fonctions multi-valuées: MM des images couleurs.

Note: la dimensionnalité n'a pas d'importance (2-D, 3-D, etc), du moins en théorie.



# Treillis des fonctions



sup et inf de deux images 1-D