Cours de Morphologie Mathématique

Géodésie
Ouvertures / fermetures

Hugues Talbot

talboth@esiee.fr

ISBS / ESIEE

1er semestre 2004-2005

Rappel du cours précédent

- Erosions, dilatations
- Définitions algébrique (commute avec inf ou sup resp.)
- Définitions géométrique (translations d'image ou d'ES)
- s algorithmiques (voisinage)

Notation de Minkowski

Addition et soustraction ensembliste:

- Addition de Minkowski:

$$A \oplus B = \{y = a + b, a \in A, b \in B\}$$

d'où :

$$\delta_B(A) = A \oplus \check{B}$$

- Soustraction de Minkowski:

$$A \ominus B = \{y = a - b, a \in A, b \in B\}$$

d'où :

$$\epsilon_B(A) = A \ominus \check{B}$$

Choix de l'élément structurant

- Pour des raisons pratiques le choix de l'ES est toujours limité:
  - ES de la trame (carré, lozange (ou diamant), hexagone)
  - Lignes, polygones
  - Bipoints
  - Disques Euclidiens ou leurs applications
  - Cas rares d'ES arbitraires

Notions sur la géodésie

Dilatation géodésique

Dilatation unitaire à l’intérieur d’un masque g:

$$\delta_g^{(1)} = \delta^{(1)} \wedge g$$

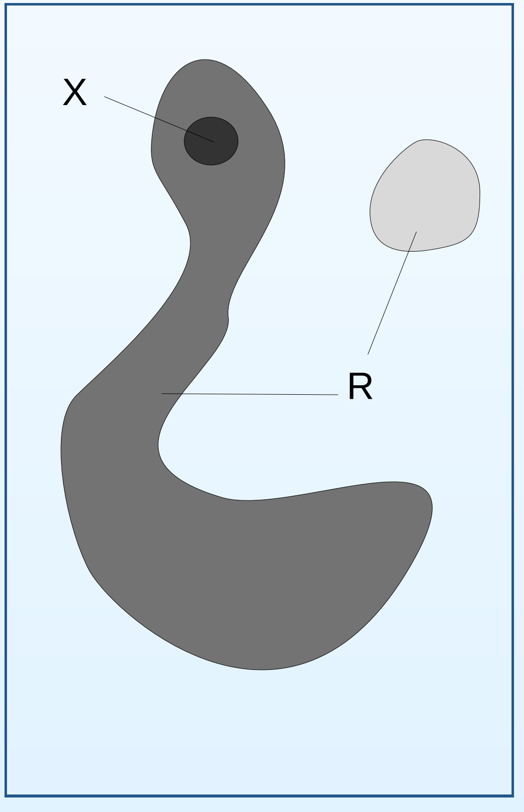
De façon récursive:

$$\delta_g^{(n)} = \delta_g^{(1)}[\delta_g^{(n-1)}]$$

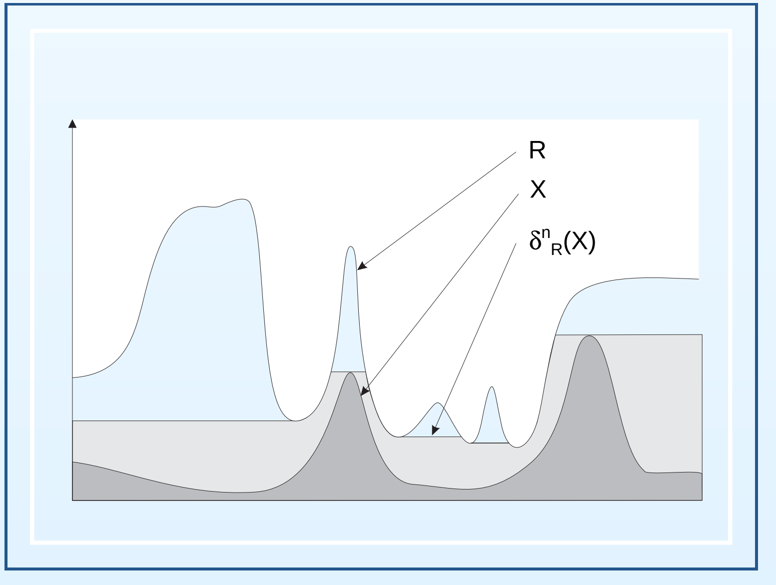
Reconstruction

La reconstruction est une opération morphologique itérée jusqu'à idempotence:

$$R_g(f) = \delta_g^{(i)}(f)$$

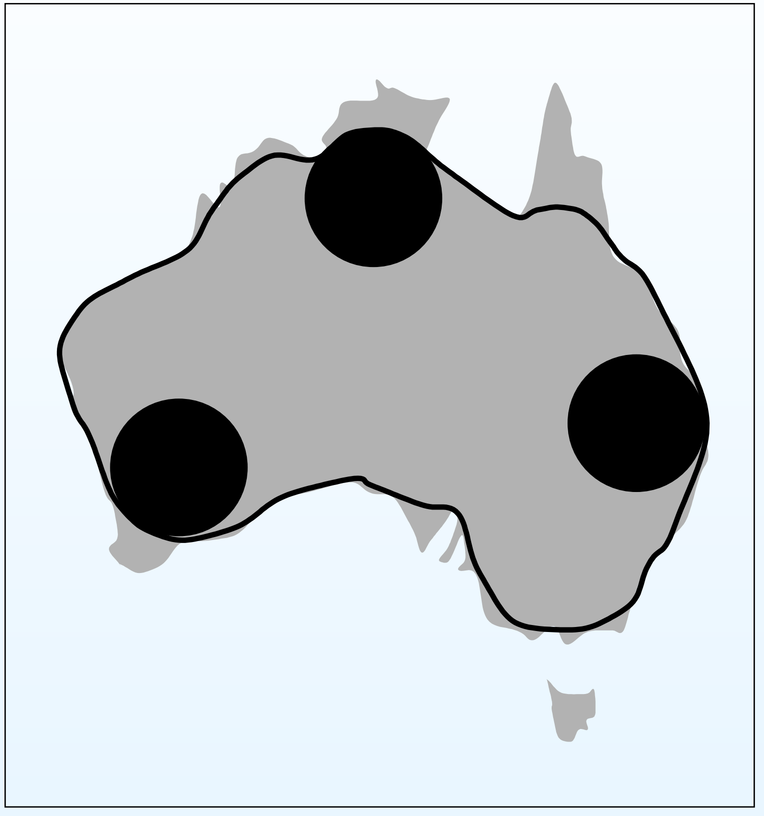


(a)

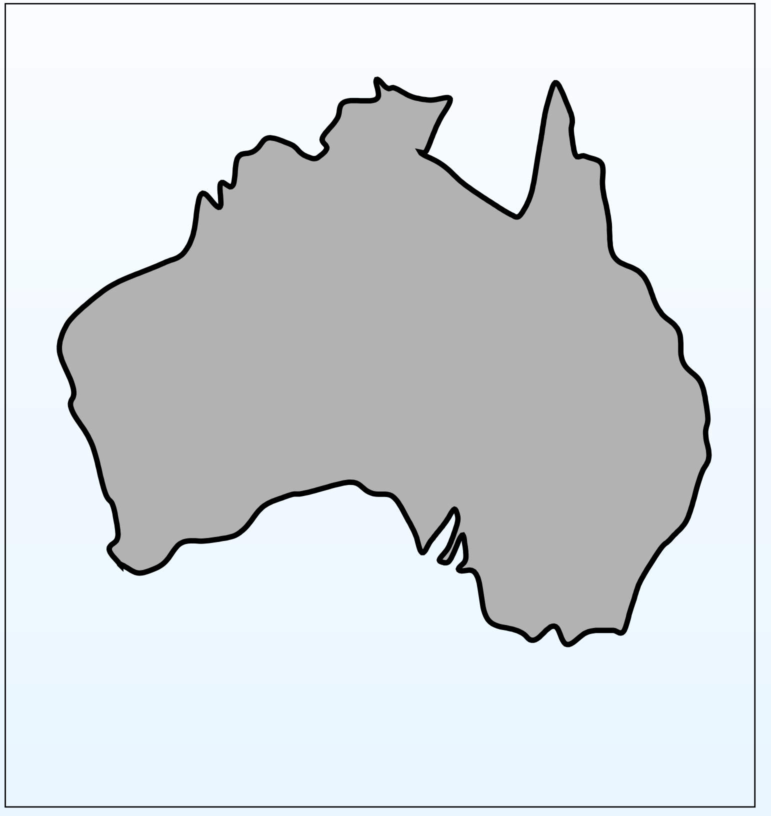


(b)

Exemple de reconstruction

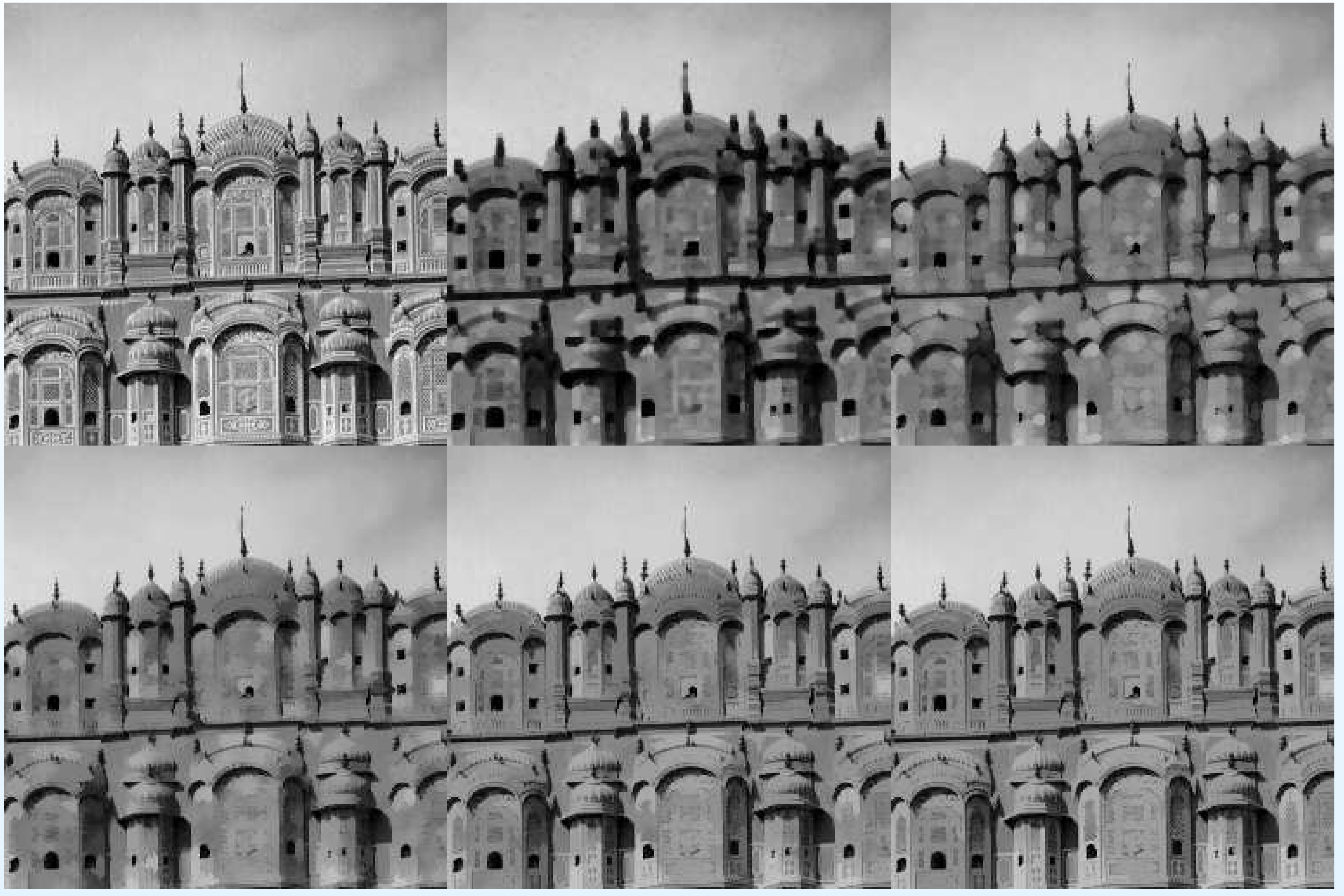


Ouverture par disques



Reconstruction

Reconstruction pour les fonctions



Algorithmes pour la reconstruction

- Algorithme trivial trop lent (beaucoup de passes sur l'image)
- Passes récursives dans le sens vidéo et anti-vidéo résoud l'essentiel du problème (mais pas dans les régions en spirales).
- On finit avec un algorithme à base de queues.

Note: la forme de l'ES n'a quasiment pas d'importance (pourquoi?).

Ouvertures et fermetures

Compositions d’érosion/dilatation

- On peut se demander ce qui se passe lorsqu’on compose une dilatation et une érosion ou vice-versa.
- L’un n’est pas l’inverse de l’autre
- Attention aux problèmes de symétrie de l’ES.

Ouverture

Il n'existe pas d'inverse de l'érosion. Lorsqu'on dilate un objet précédemment érodé avec le même élément structurant, on obtient la plus grande opération morphologique qui puisse récupérer une partie de l'information.
Cette opération est appelée l'ouverture.

$$\gamma_B(f) = \delta_{\check{B}}[\epsilon_B(f)]$$

Note: le résultat est indépendent de la position de l'origine.

Définition par les ensembles

En terme d'opération sur les ensembles binaires on a:

$$\gamma_B(X) = \bigcup \{B | B \subseteq X\}$$

Définition qui ressemble à celle de l'érosion, mais cette fois on garde tout l'ES, et non seulement son origine.
Une ouverture fait disparaître les petites extrusions mais laisse les intrusions inactes.

Définition sur les fonctions

En terme d'opérateur sur les fonctions, on définit l'ouverture par

$$\gamma_B(X) = \bigvee \{B | B \leq X\}$$

Sur les fonctions, une ouverture laisse les vallées intacte mais enlève les pics.

Illustration pour l’ouverture

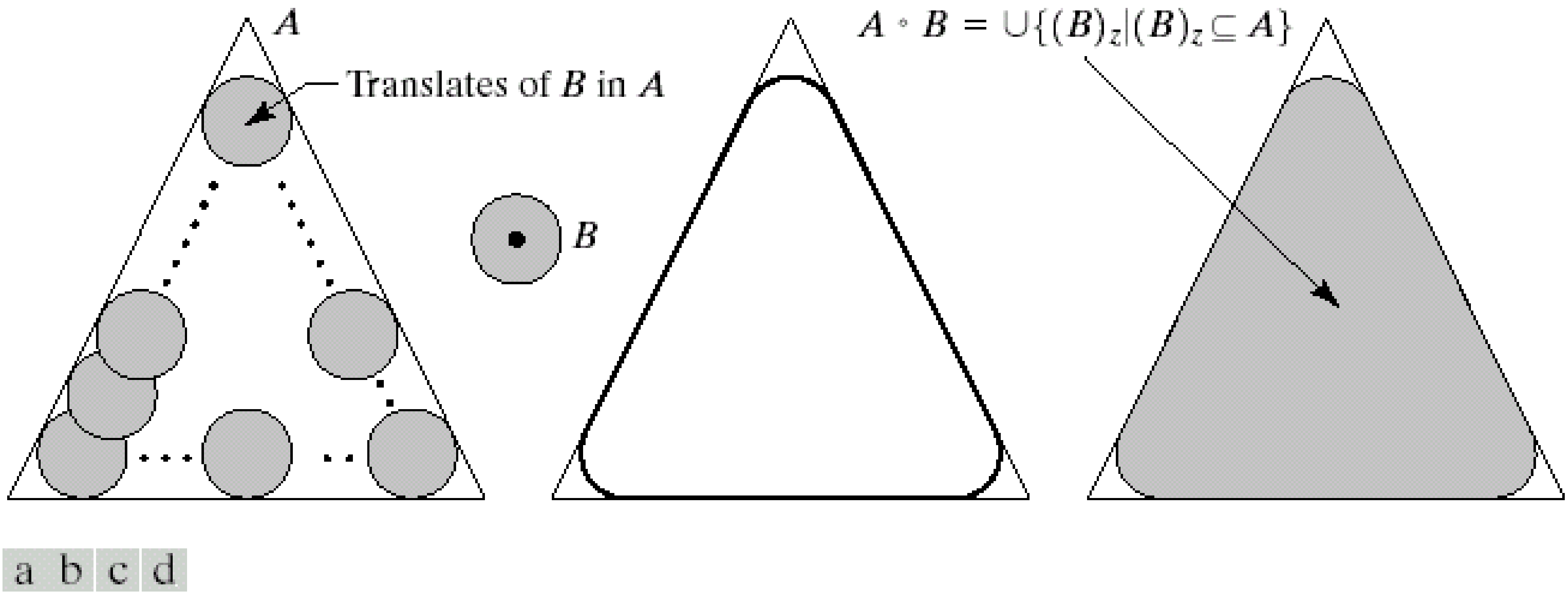


FIGURE 9.8 (a) Structuring element B “rolling” along the inner boundary of A (the dot indicates the origin of B). (c) The heavy line is the outer boundary of the opening. (d) Complete opening (shaded).

Fermeture

Il n'existe pas d'inverse de la dilatation. Sans information supplémentaire le mieux qu'on puisse faire est d'éroder l'image avec le même ES. Cette approche permet de définir l'opérateur de *fermeture*.

$$\phi_B(f) = \epsilon_{\check{B}}[\delta_B(f)]$$

Le résultat ne dépend pas de la localisation de l'origine.

Définition sur les ensembles

En utilisant la notation ensembliste:

$$\phi_B(X) = \bigcap \{B^c | X \subseteq B^c\}$$

La fermeture est le complément de l'ouverture.
Une fermeture garde les extrusions mais enlève les intrusions.

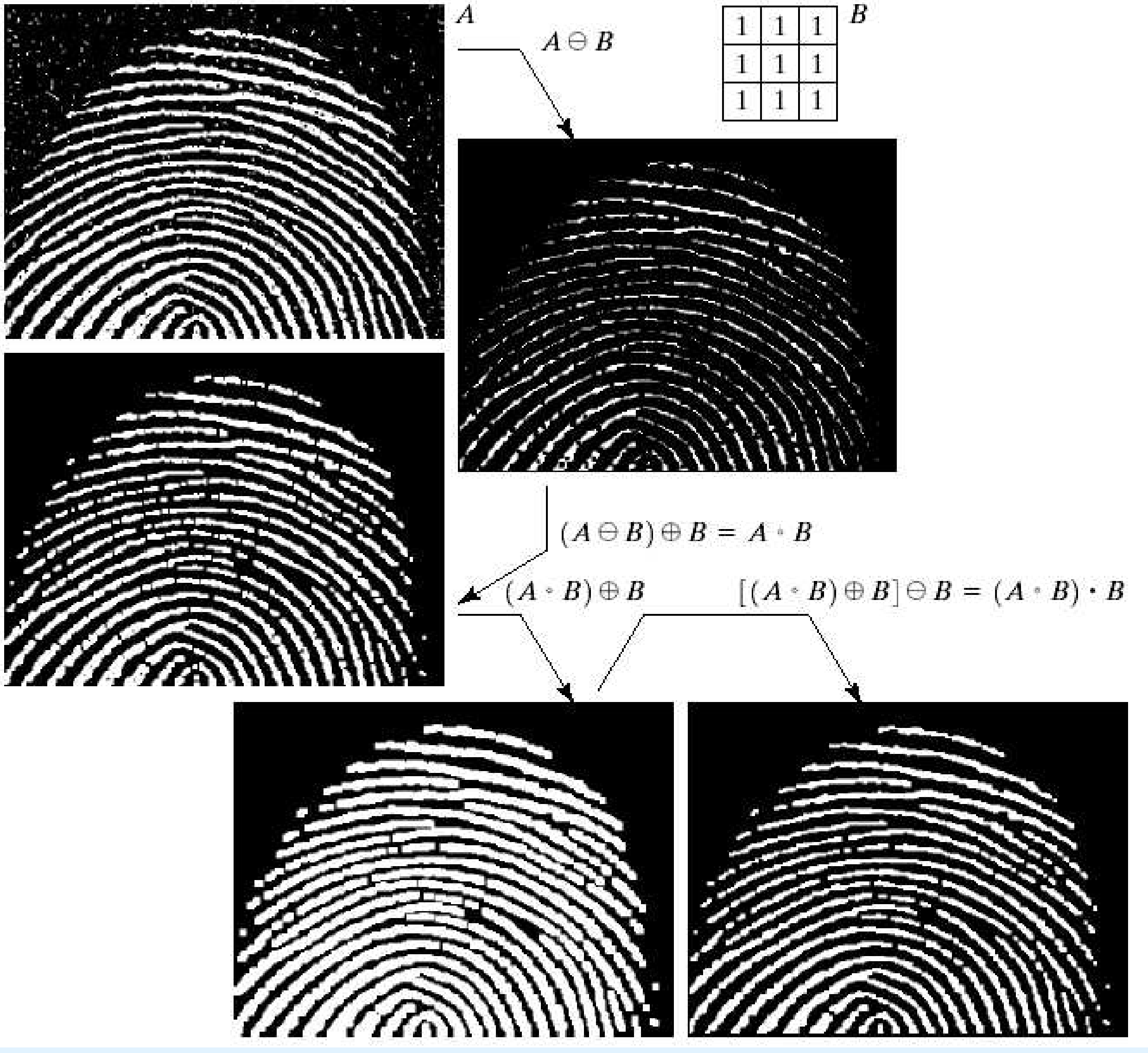
Définition sur les fonctions

En utilisant la notation fonctionnelle:

$$\phi_B(X) = \bigwedge \{-B | X \geq -B\}$$

Une fermeture remplit les vallées mais laisse les pics intacts.

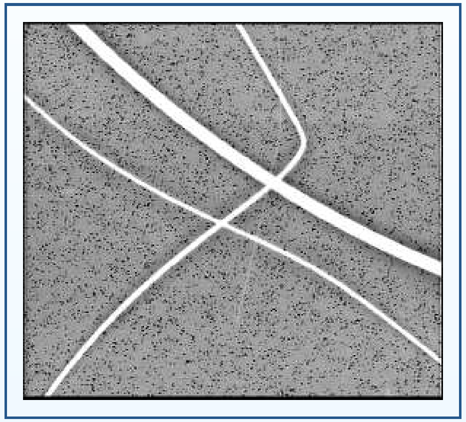
Suppression du bruit



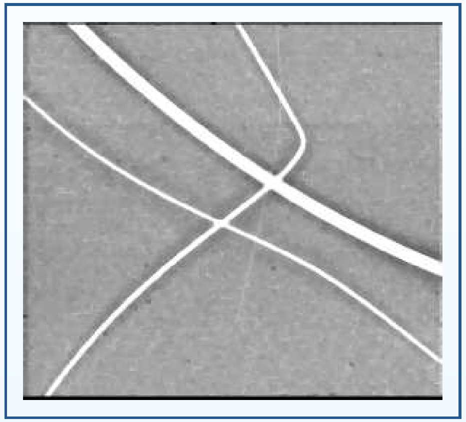
a b c d e f

FIGURE 9.11 (a) Noisy image. (c) Eroded image. (d) Opening of A. (d) Dilation of the opening. (e) Closing of the opening. (Original image for this example courtesy of the National Institute of Standards and Technology.)

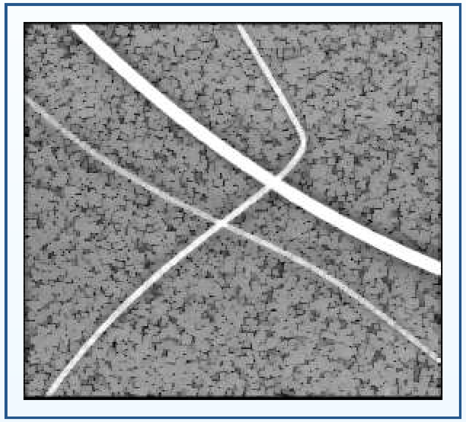
Ouverture/fermeture: Illustration



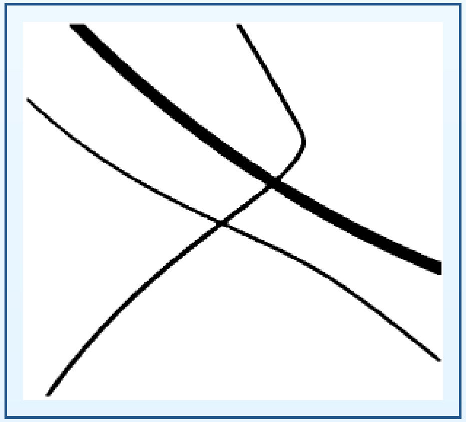
orig.



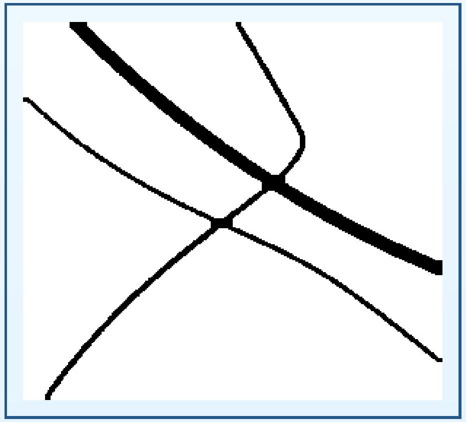
fermeture



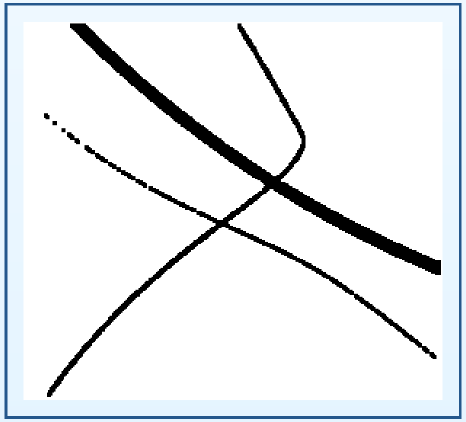
ouverture



orig.



fermeture



ouverture

Propriétés

- dualité: $\phi_B(f) = -\gamma_B(-f)$
- préservation de l'ordre (extensivité/anti-extensivité): $\gamma \leq I \leq \phi$
- croissance: $f \leq g \Rightarrow \gamma(f) \leq \gamma(g); \phi(f) \leq \phi(g)$
- idempotence: $\gamma\gamma = \gamma$; $\phi\phi = \phi$

Application : correction du fond

original.

ouverture avec un grand carré.

différence $\times$ 2.

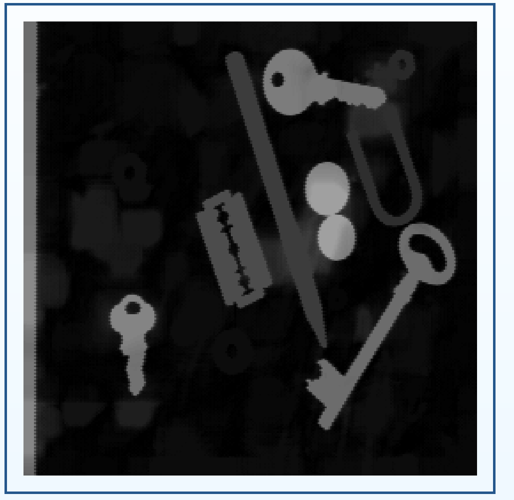
Ouvertures & fermetures algébriques

- Même propriétés que l'ouverture/fermeture, mais ne sont plus basées sur des ES.
- Sup d'ouvertures est une ouverture.
- Inf de fermetures est une fermeture.
- Exemples (ouvertures):
  - Ouvertures par attributs (par exemple la surface)
  - Sup d'ouvertures par des lignes
  - Ouvertures de rang max
  - Enveloppe convexe
  - Ouverture par des chemins
  - Ouverture par reconstruction

Exemple d'opérateurs algébriques

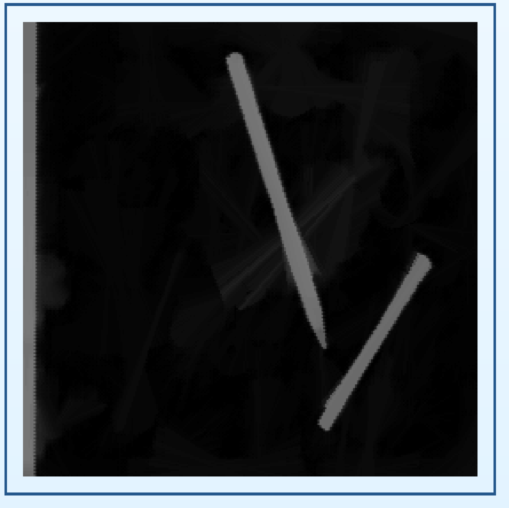
Outils.

Érosion.

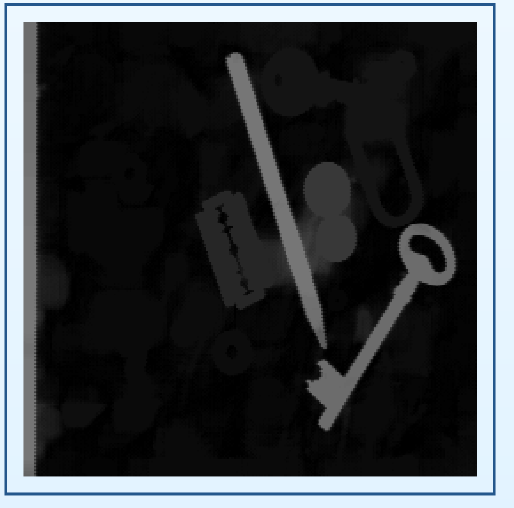


Reconstruction.

Outils.

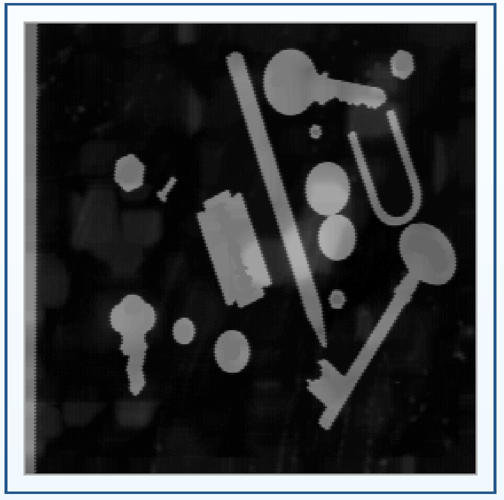


Union de lignes.

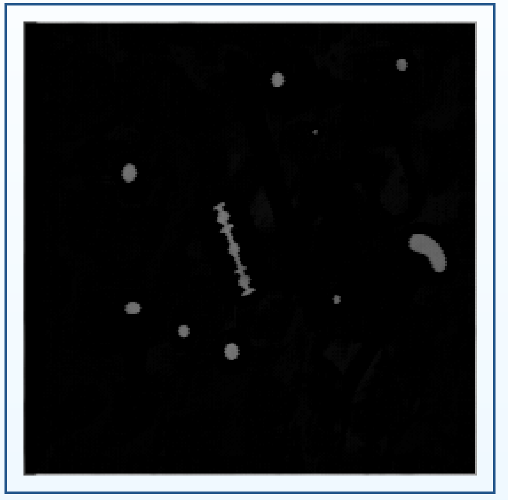


Reconstruction.

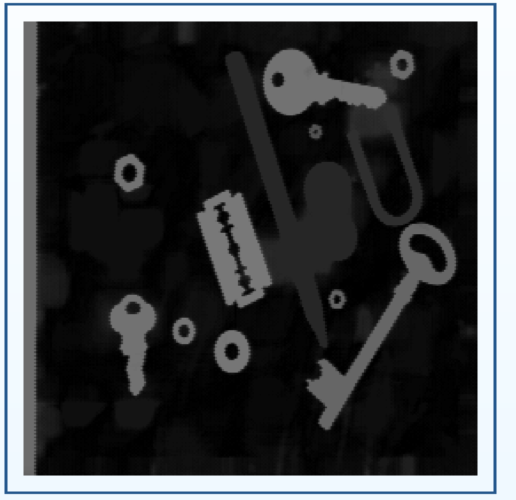
Opérateurs algébriques (suite)



Fermeture surfacique.

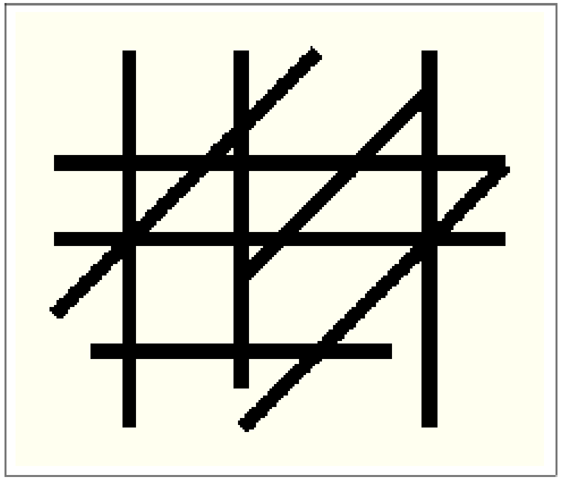


Detection des trous.

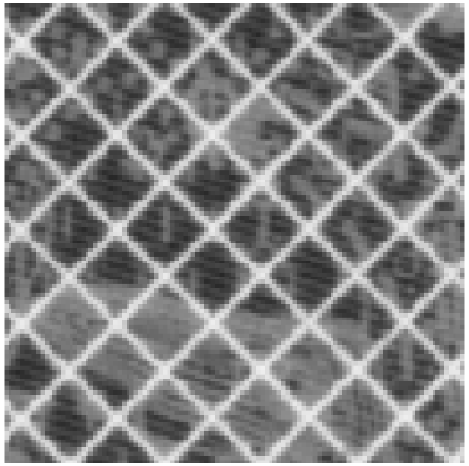


Reconstruction.

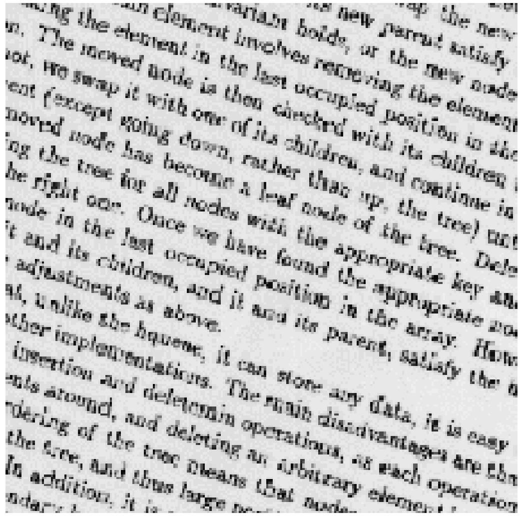
Rose des directions



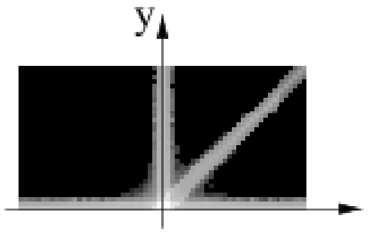
Network of lines



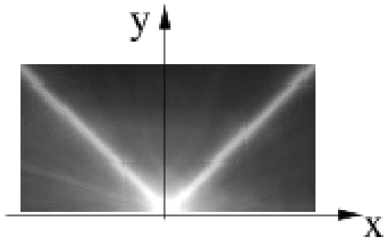
Texture on a soil map



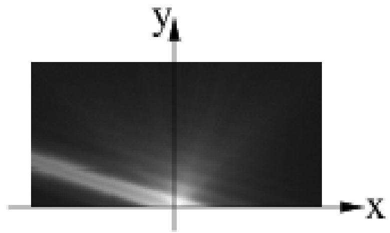
Slanted text



Rose of directions by openings

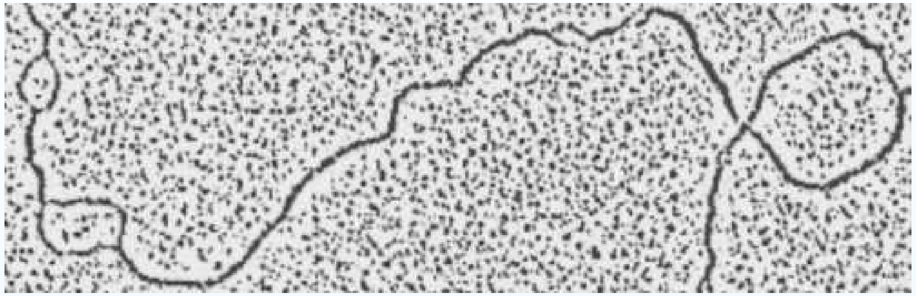


Rose of directions by openings

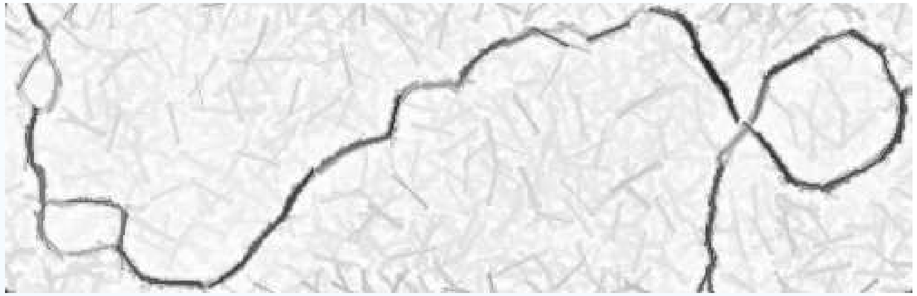


Rose of directions by openings

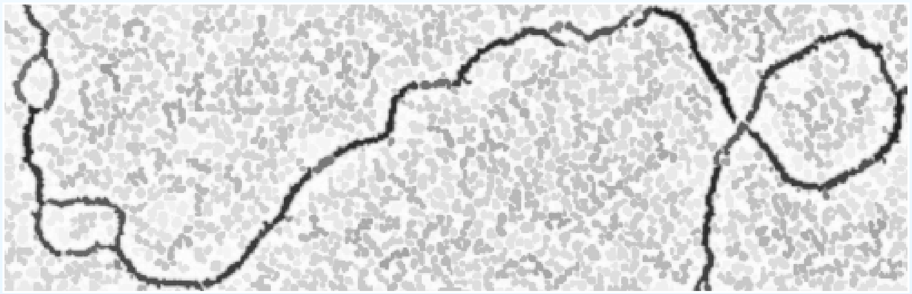
Autres fermetures algébriques



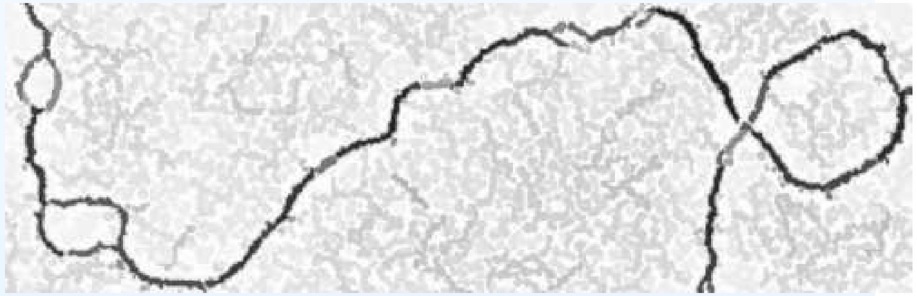
Micrographe d'ADN au microscope



Fermeture par $\bigcap$ de lignes



Fermeture par surface



Fermeture par chemins