Cours de Morphologie Mathématique

Géodésie – Résidus

Hugues Talbot

talboth@esiee.fr

ISBS / ESIEE

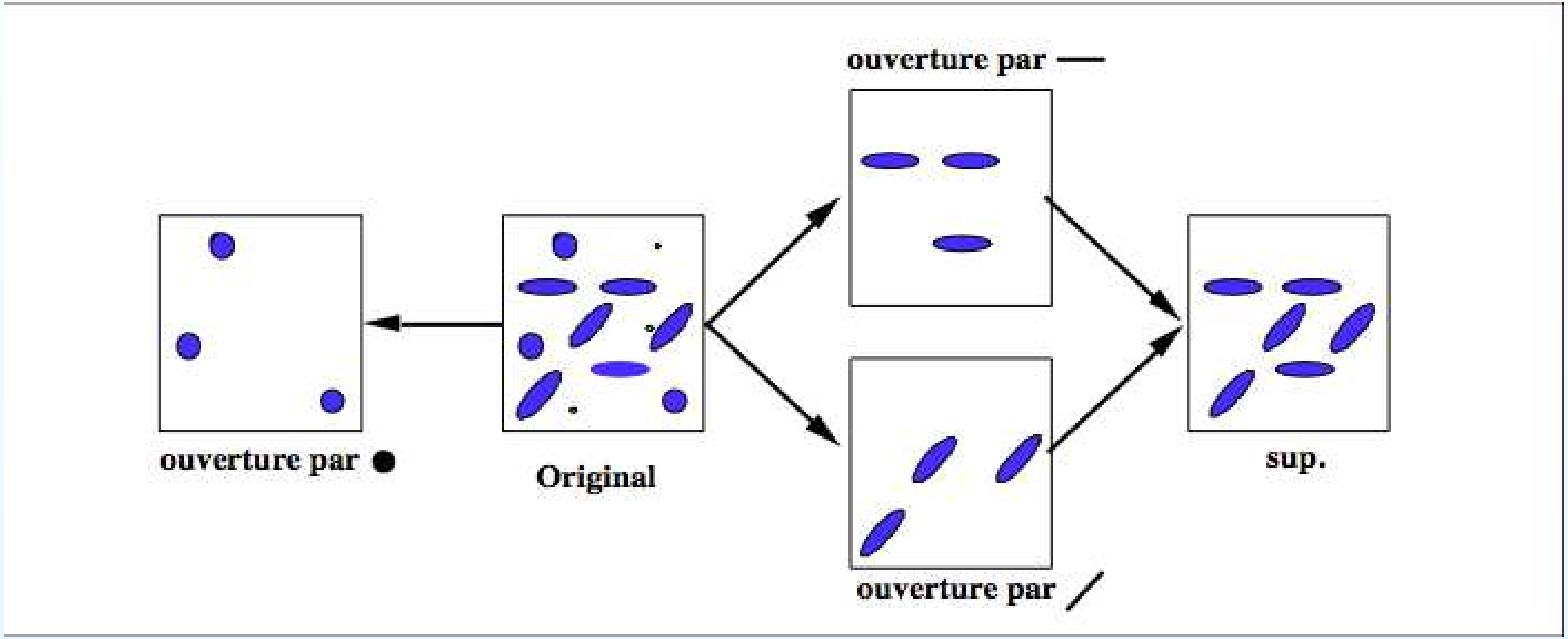
1er semestre 2004-2005

Rappel du cours précédent

- Ouverture morphologique = composition d'une érosion suivie d'une dilatation *adjointe*.
- Fermeture morphologique = composition d'une dilatation suivie d'une érosion *adjointe*.
- adjointe = ici, qui est complémentaire.
- Ouverture et fermeture algébriques = qui respectent les propriétés des ouvertures et fermetures:
  1. Extensivité (pour la fermeture), anti-extensivité (pour l'ouverture) ;
  2. Croissance ;
  3. Idempotence.
- Sup d'ouverture est une ouverture. Inf de fermeture est une fermeture.

Exemple

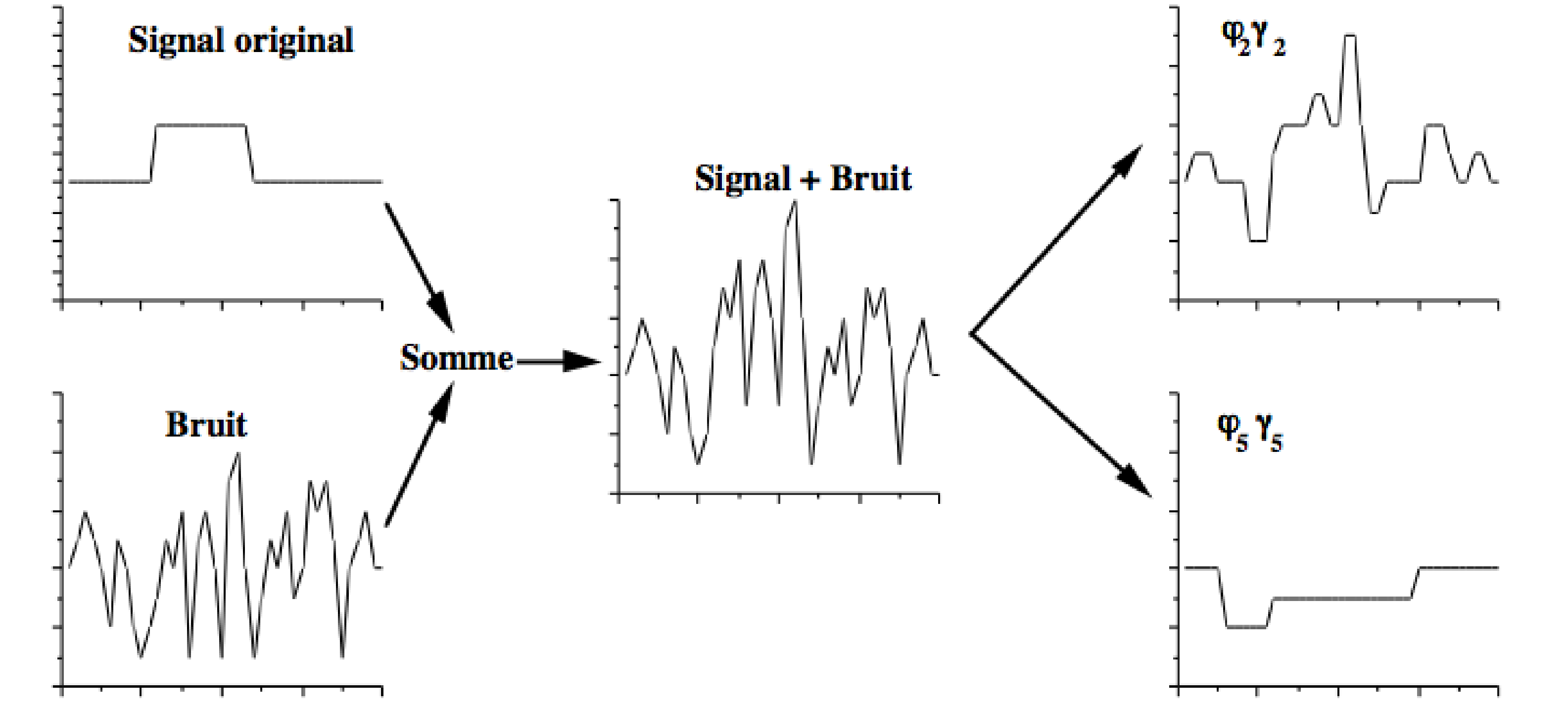
Illustration du filtrage morphologique simple:



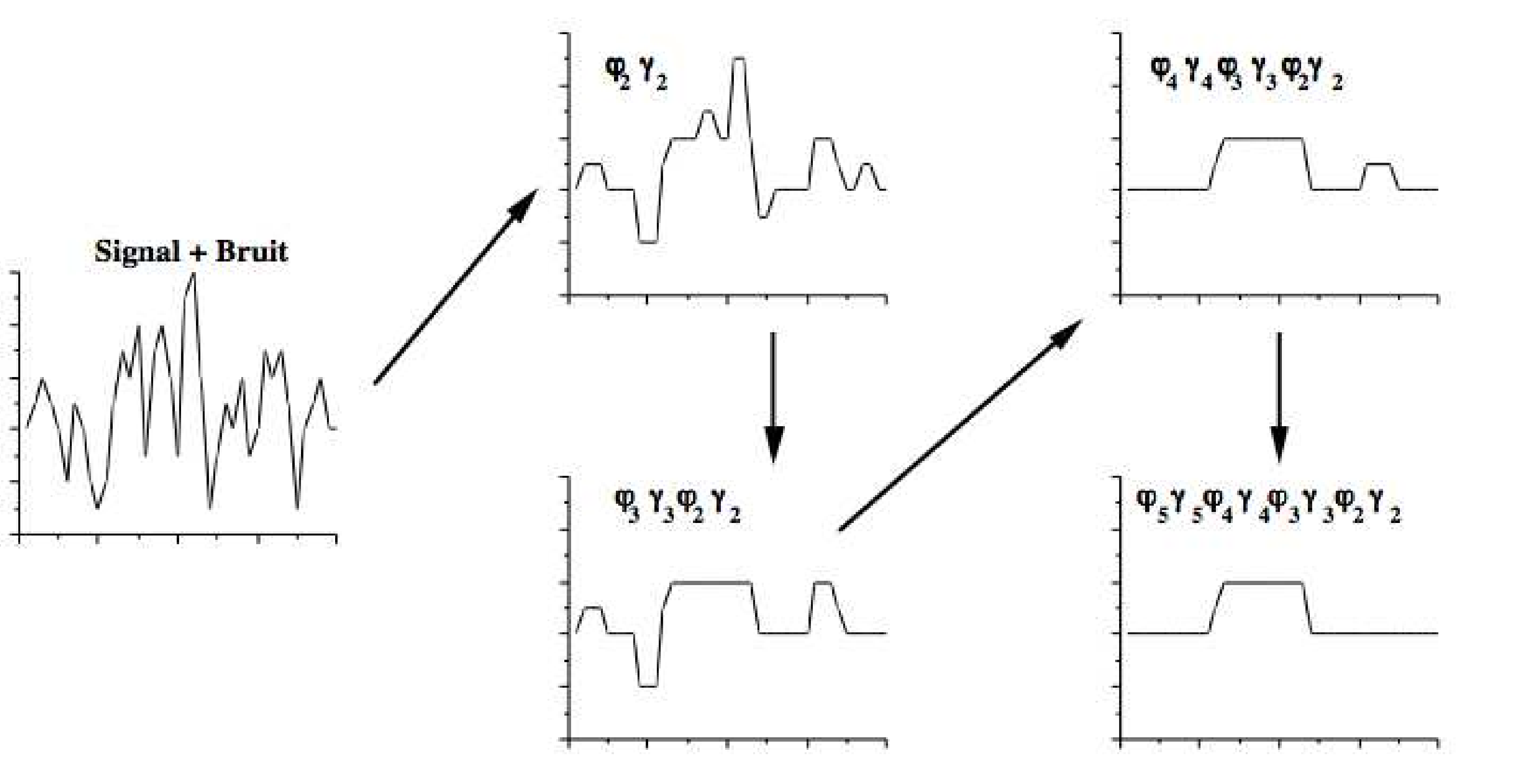
Filtres alternés sequentiels

- Combinaisons ouvertures/fermetures de taille croissantes - non auto-duales
- Permettent d'obtenir de meilleurs résultat qu'une combinaison simple

Filtre simple



Filtre alterné



Granulométries

Les ouvertures et fermetures permettent de définir la notion de granulométrie.

- Intuitivement la granulométrie est l'étude de la *taille* des objets. Physiquement elle correspond au tamisage pour les grains et aux études de porosité par fluide pour les trous.
- Pour le tamisage, une suite de tamis à trous de plus en plus gros permettent de classifier une population de grains. Un tamis de taille λ_1 arrète certain grains qui sont passés par un tamis de taille $\lambda_2 > \lambda_1$.
- La forme des grains est importante : renvoi à la notion d'élément structurant.

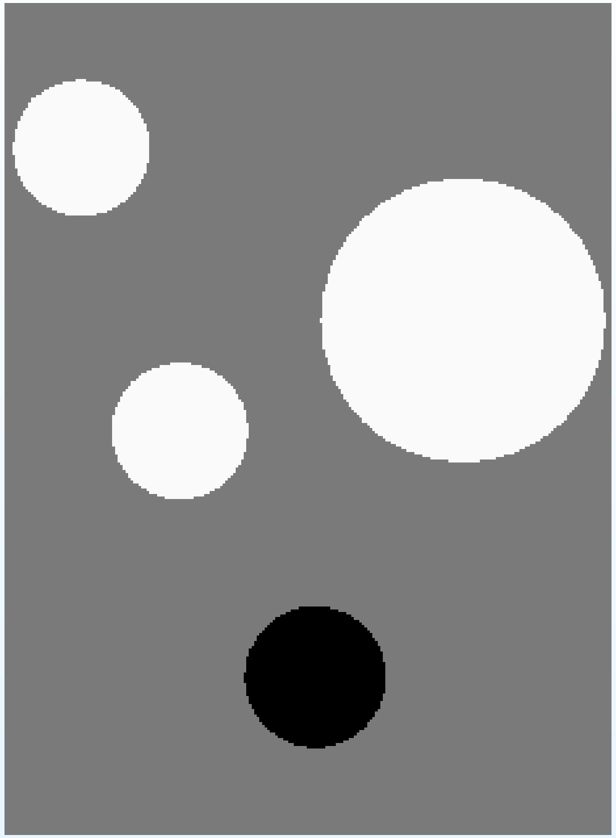
Granulométries en MM

On définit comme granulométrie toute famille d'ouvertures γ_λ, avec λ un paramètre positif tel que $\lambda \geq \mu \Rightarrow \gamma_\lambda \leq \gamma_\mu$. Cette seconde condition est aussi appelée *loi d'absorption* parce que $\gamma_\lambda\gamma_\mu = \gamma_\mu\gamma_\lambda = \gamma_{\vee\{\lambda,\mu\}}$.
On construit la *courbe granulométrique* de la façon suivante, avec un paramètre $lambda$ discret:

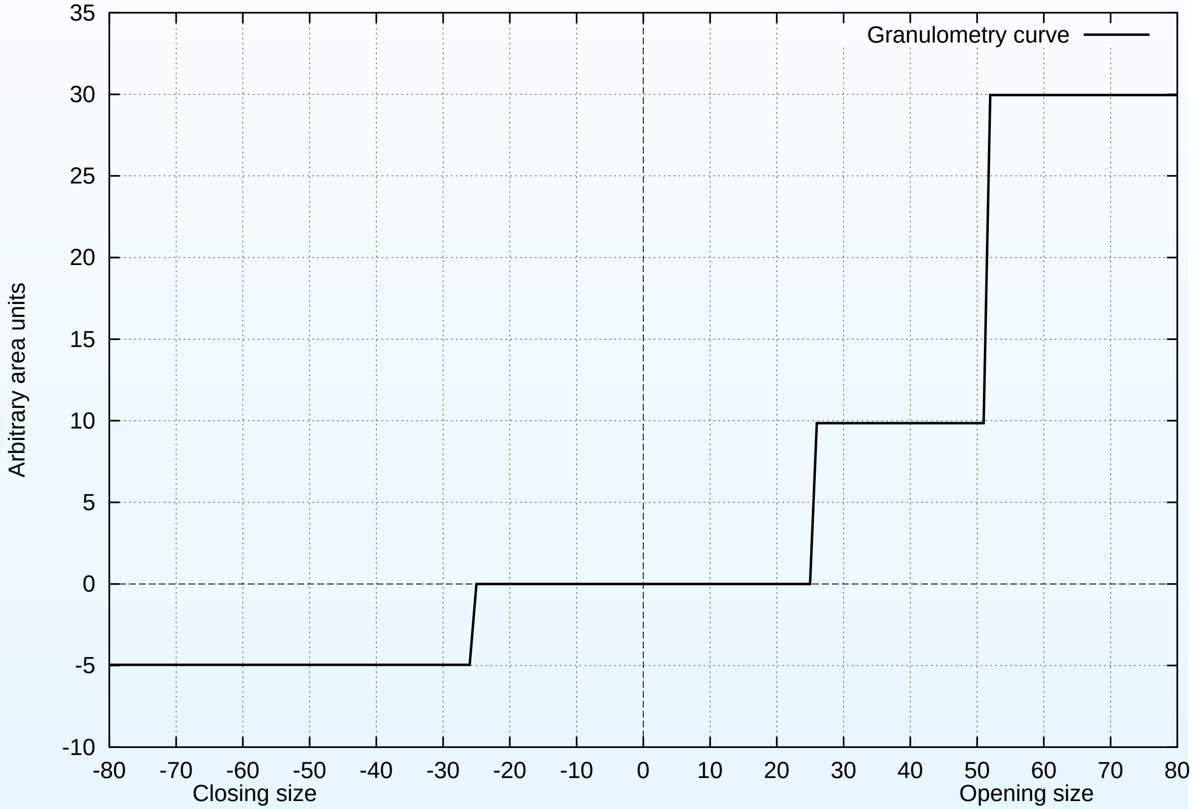
$$G_f(r) = \sum f - \sum \gamma_\lambda(f) \qquad \lambda \in [0, 1, 2, \ldots, R] \tag{1}$$

Où f est l'image, $\sum f$ est la somme des pixels de l'image (l'intégrale) et R le point où plus rien ne change. Pour garantir une courbe monotone on doit aussi utiliser un ES convexe. On peut obtenir une courbe duale avec des fermetures.

Exemple simple



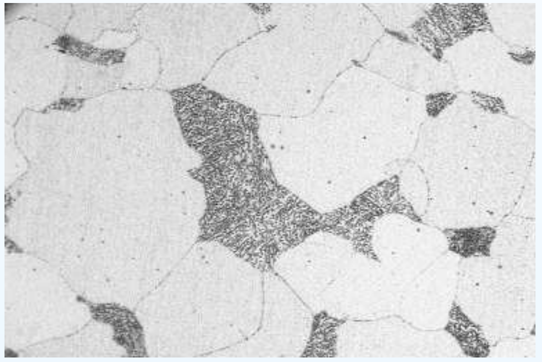
Image



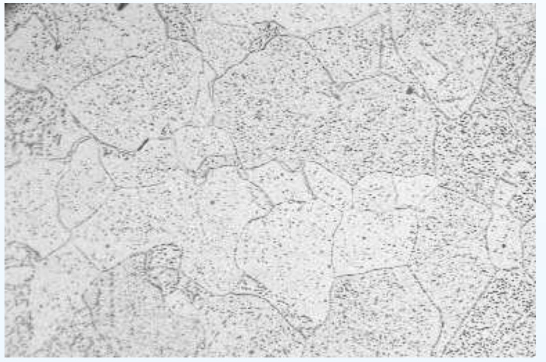
Courbe

Exemple d'application

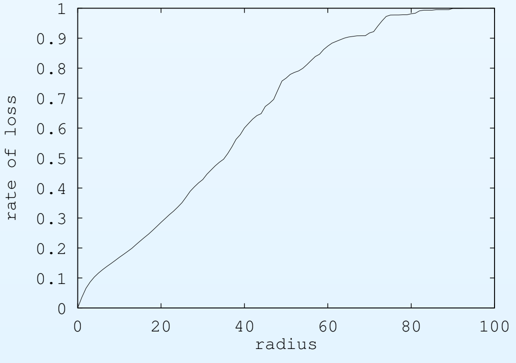
Étude du vieillissement de conduites de vapeur pour génération d'électricité.



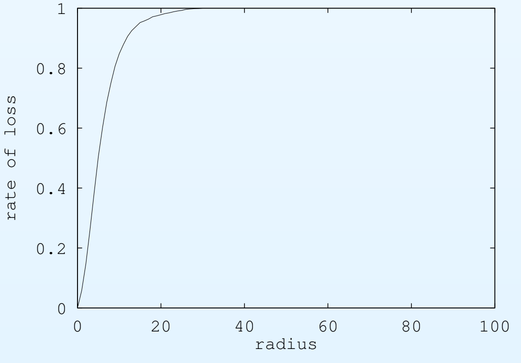
échantillon jeune



échantillon vieux



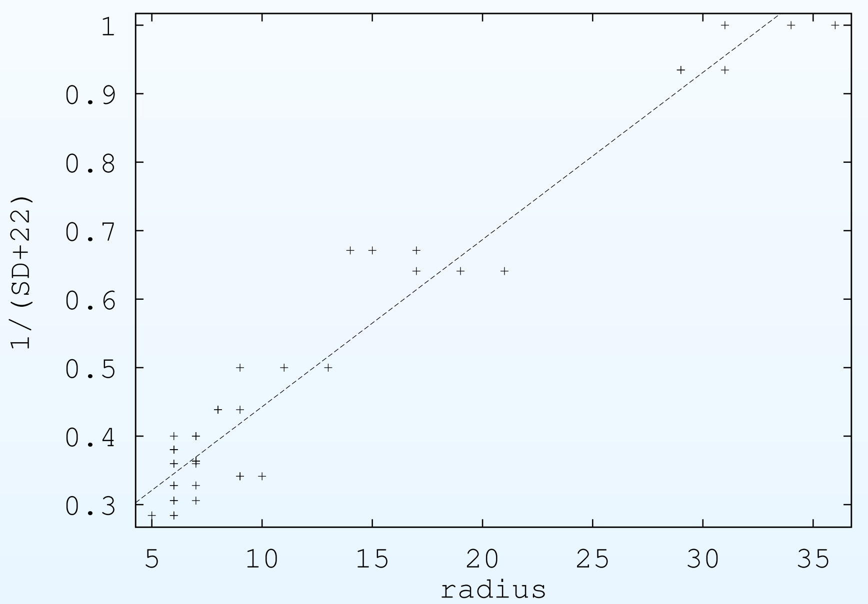
courbe jeune



courbe vieux

Indicateur de vieillissement

On prend comme mesure de vieillissement le paramètre λ pour lequel 50% du niveau d'idempotence à été atteint.



Courbe de régression granulométrie – vieillissement, avec $SD = \frac{1}{a+bx} - 22$, $a = 0.198769$, $b = 0.024406$.

Notions sur la géodésie

Dilatation géodésique

Dilatation unitaire à l'intérieur d'un masque g:

$$\delta_g^{(1)} = \delta^{(1)} \wedge g$$

De façon récursive:

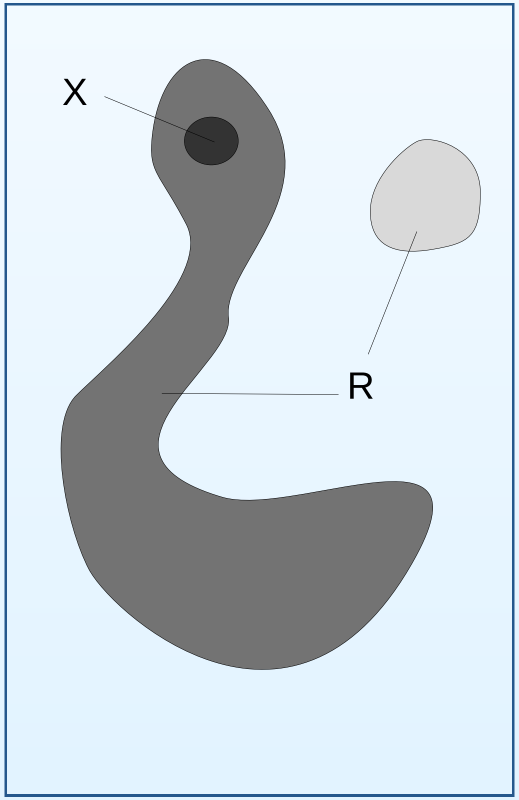
$$\delta_g^{(n)} = \delta_g^{(1)}[\delta_g^{(n-1)}]$$

Note: notion de distance géodésique, toujours plus grande que la distance non-géodésique, et peut-être infinie.

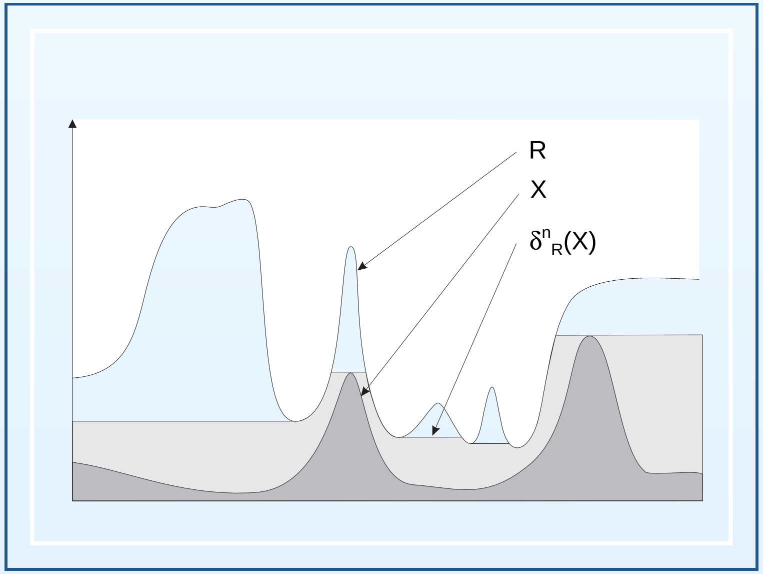
Reconstruction

La reconstruction est une opération morphologique itérée jusqu'à idempotence:

$$R_g(f) = \delta_g^{(i)}(f)$$

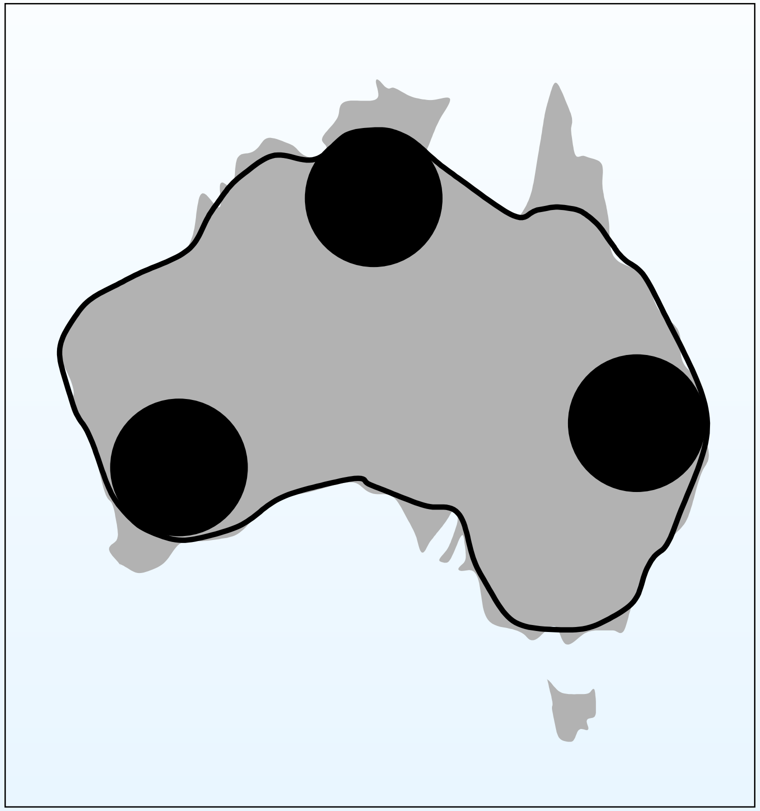


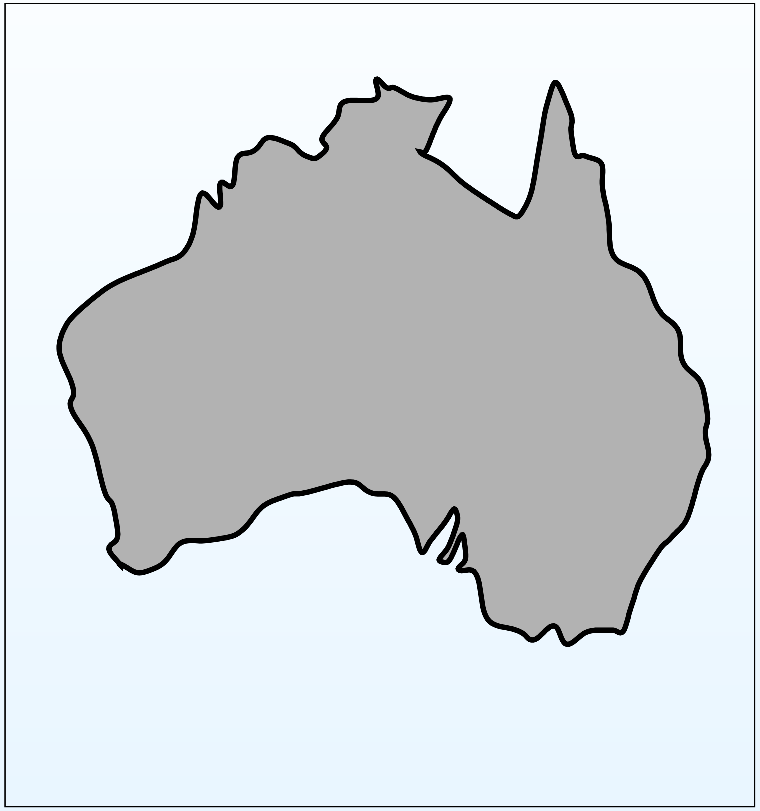
(a)



(b)

Exemple de reconstruction

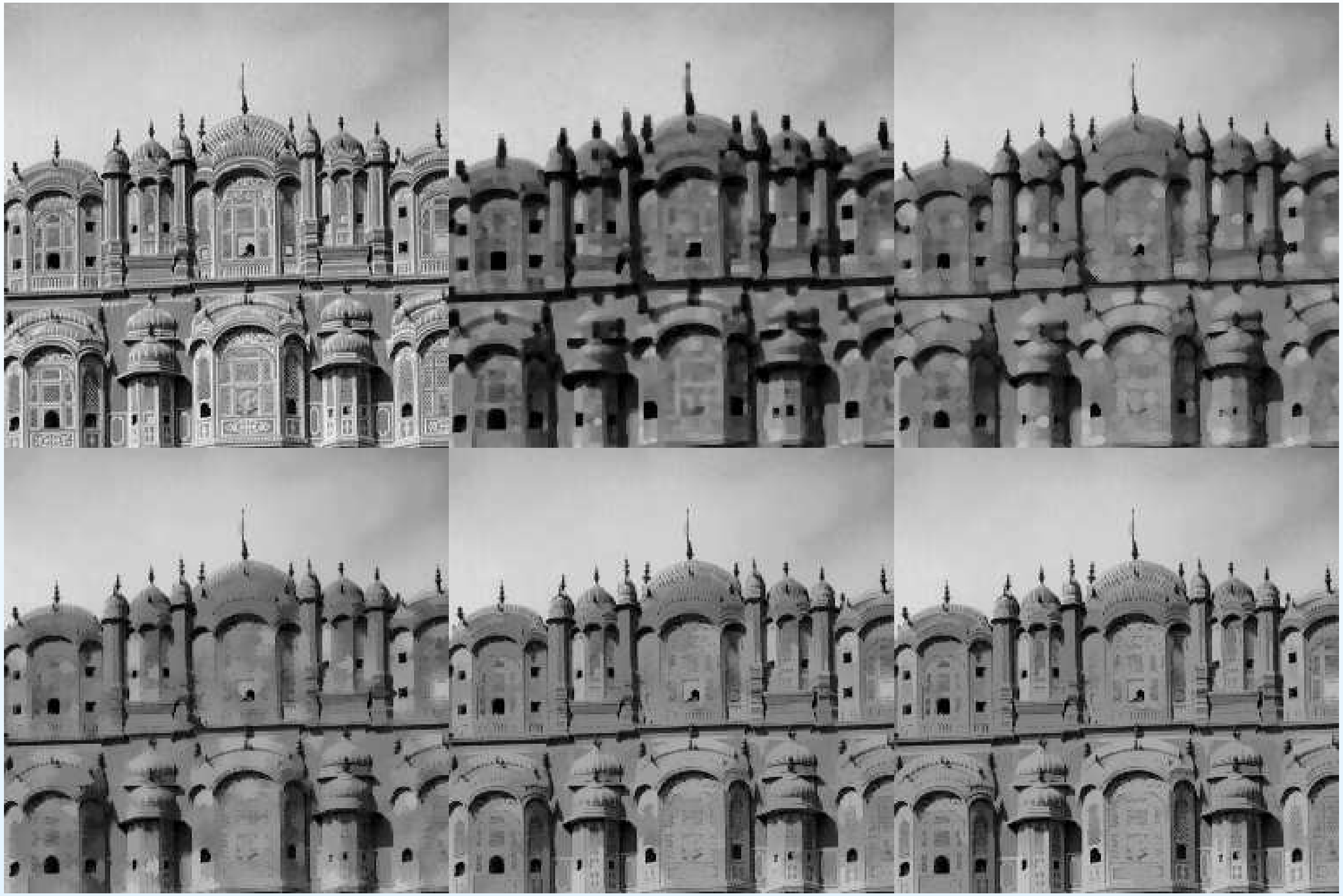




Ouverture par disques — Reconstruction

Notez qu'on a pas récupéré la Tasmanie.

Reconstruction pour les fonctions



TD

- Définition de l'érosion géodesique ?
- Quel est l'intérêt tout particulier de la géodésie dans le cas de l'analyse des images réelles, à savoir non d'extension infinies ?
- Comment utiliser les notions géodesique pour, en morphologie sur les ensembles:
  1. Enlever les particules touchant le bord d'une image ?
  2. Boucher les trous des objets ?

Algorithmes pour la reconstruction

- Algorithme trivial trop lent (beaucoup de passes sur l'image)
- Passes récursives dans le sens vidéo et anti-vidéo résoud l'essentiel du problème (mais pas dans les régions en spirales).
- On termine avec un algorithme à base de queues.

Note: la forme de l'ES n'a quasiment pas d'importance (pourquoi?).

Résidus

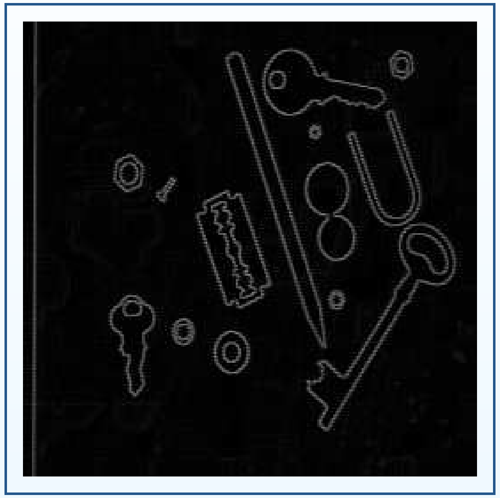
Notions de résidus

Lorsque toutes les propriétés vues auparavant deviennent utiles.

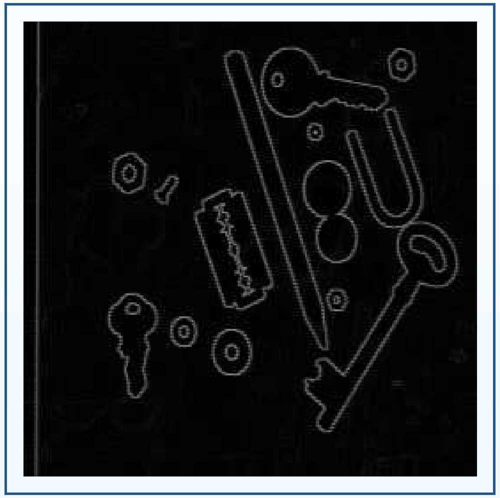
- Du fait que $\gamma \leq I \leq \phi$, CB $= I - \gamma$ and CN $= \phi - I$ ont de bonnes propriétés et se comportent bien. On appelle ces transformations “Chapeaux haut-de-forme”.
- De façon similaire $\mathrm{D}_e = \delta - \epsilon$, $\mathrm{D}_i = I - \epsilon$ and $\mathrm{D}_o = \delta - I$ sont toutes des gradients.
- Au coeur de la méthode morphologique : On enlève ce qu’on ne veut pas, on garde ce qu’on veut. On décrit ce qu’on souhaite garder ou enlever par des critères géométriques.

Exemples de gradients

$\phi - \gamma$



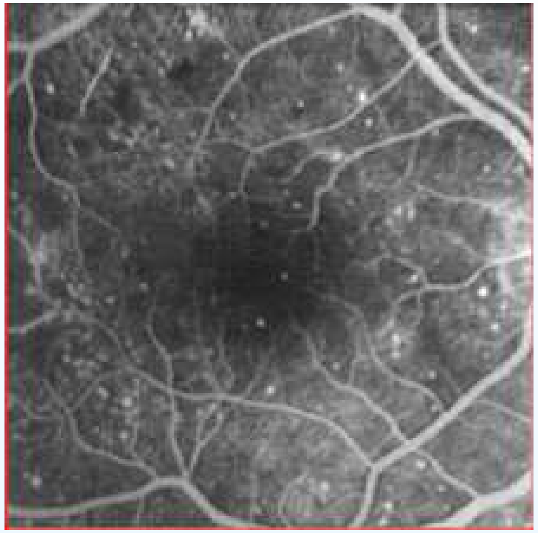
$I - \gamma$



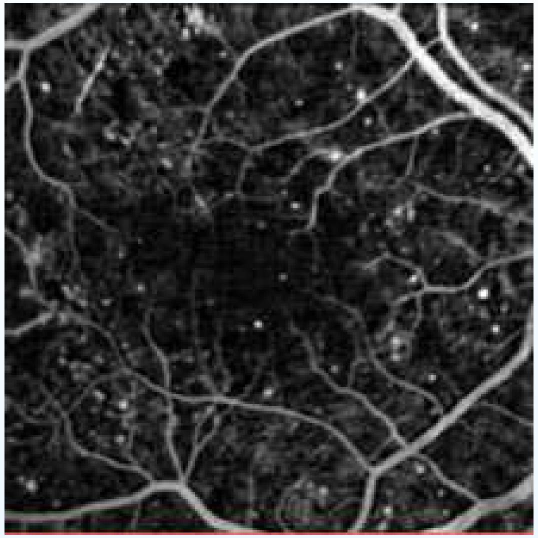
$\phi - I$

Le gradient morphologique ne se compose que de sa magnitude. On perd la direction.

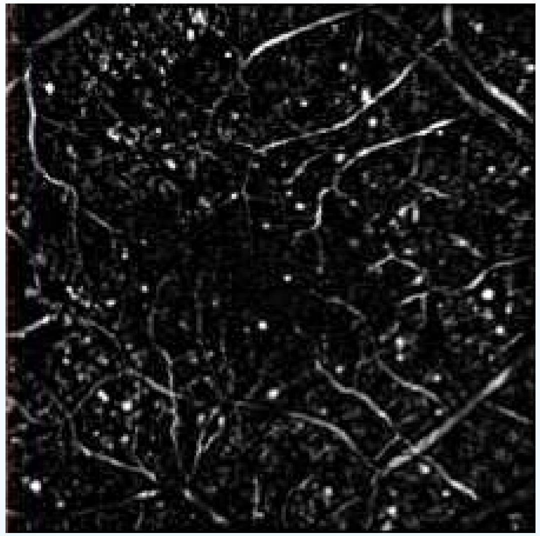
Exemples de chapeaux



Original



Chapeau ES carré



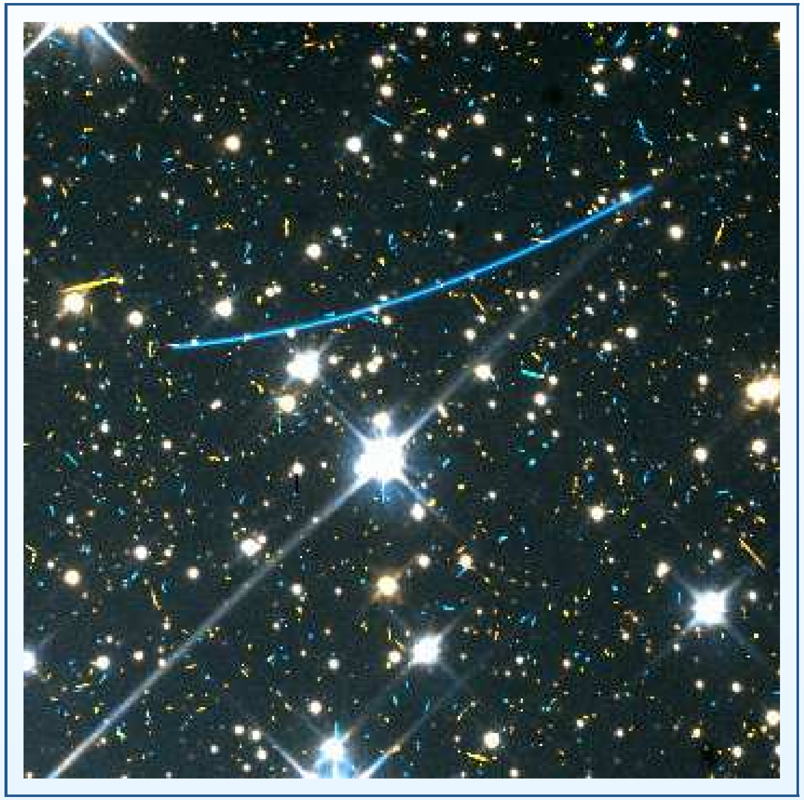
Chapeau par lignes

Dans cet exemple, le premier chapeau est obtenu en utilisant une ouverture morphologique par carré de taille 3. Le second utilise un sup d’ouvertures par lignes de longueur 15.

Autres résidus

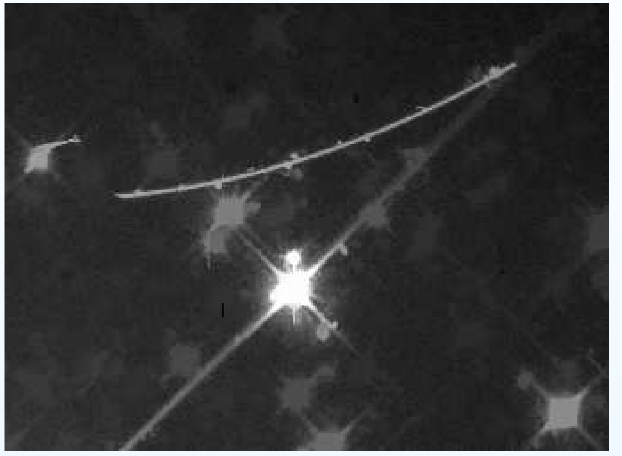
- Laplacien morphologique (dérivée seconde) : $\mathrm{D}_o - \mathrm{D}_i$
- squelettes, fonction d'extinction, fonction bissectrice.
- Érodés ultimes
- Transformées en tout-ou-rien

Une application : détection de trace d'astéroïdes

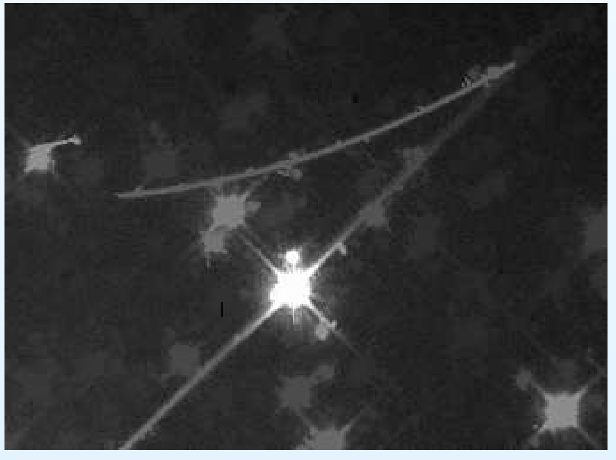


Traces d’astéroïdes, suite.

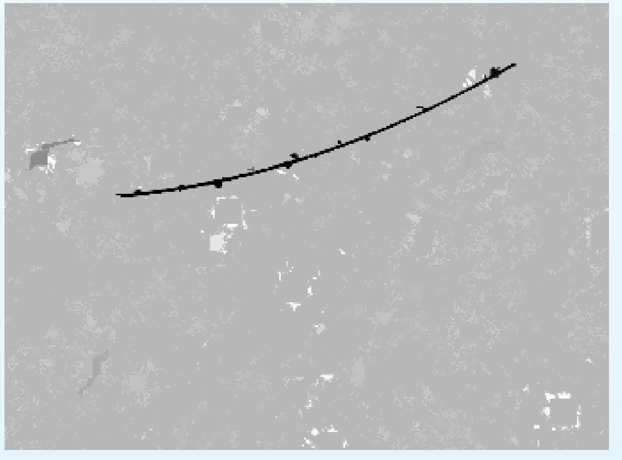
(traces)



(ouv. chemins)



(ouv. droites)



(Différence)

Images NASA/JPL/HST.