Cours de Morphologie Mathématique

Résidus

Hugues Talbot

talboth@esiee.fr

ISBS / ESIEE

1er semestre 2004-2005

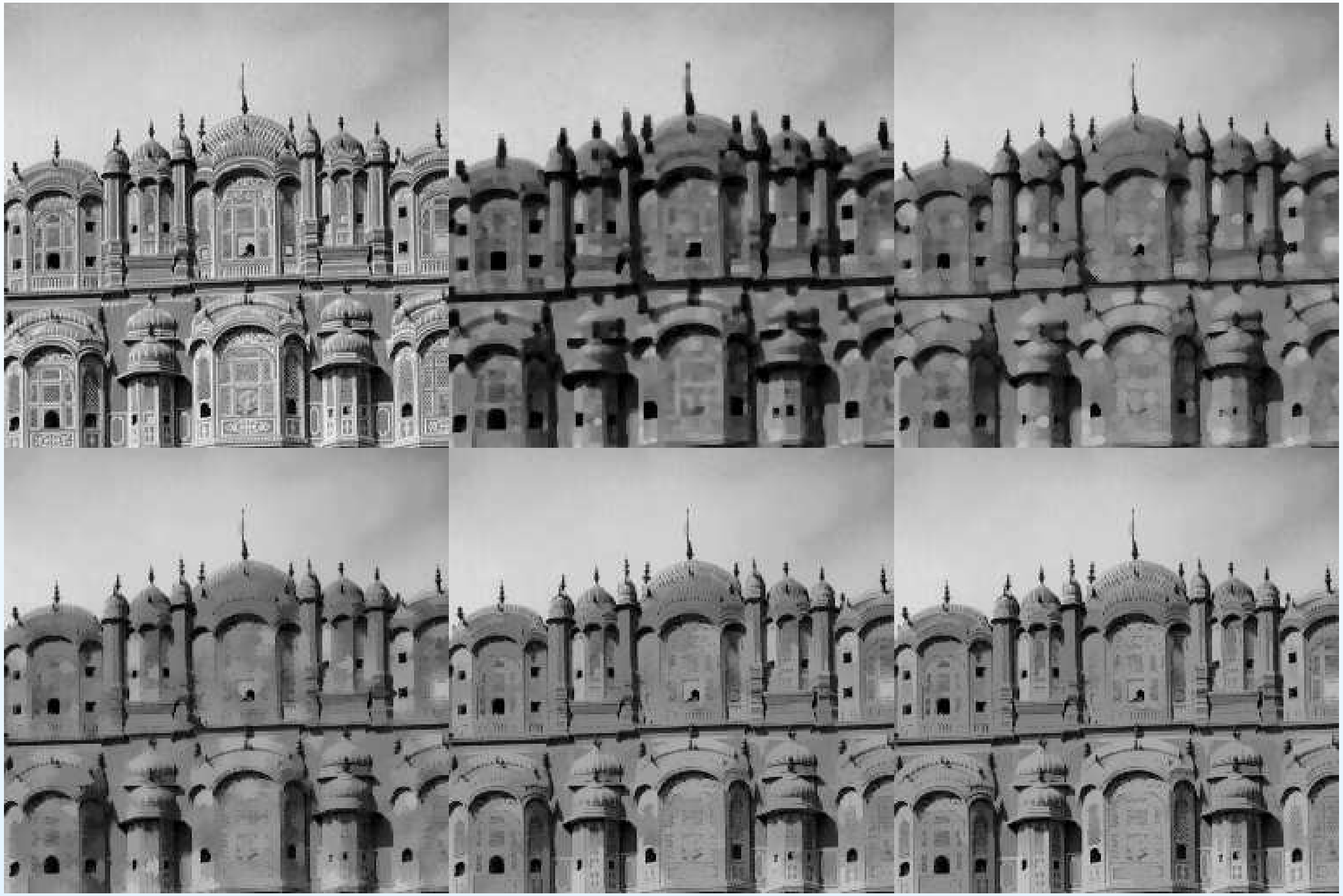
TP1: questions?

- Tous le monde a récupéré ses données ?
- Vous avez pu commencer le rapport ?
- Avez vous des questions sur ce qui est à rendre ou sur le contenu du TP ?

Rappel du cours précédent

- Notions de géodésie
- Reconstruction = dilatation ou érosion géodésique itérée jusqu'à idempotence.
- Reconstruction en niveaux de gris.

Reconstruction pour les fonctions



TD

- Définition de l'érosion géodesique ?
- Quel est l'intérêt tout particulier de la géodésie dans le cas de l'analyse des images réelles, à savoir non d'extension infinies ?
- Comment utiliser les notions géodesique pour, en morphologie sur les ensembles:
  1. Enlever les particules touchant le bord d'une image ?
  2. Boucher les trous des objets ?

Algorithmes pour la reconstruction

- Algorithme trivial trop lent (beaucoup de passes sur l'image)
- Passes récursives dans le sens vidéo et anti-vidéo résoud l'essentiel du problème (mais pas dans les régions en spirales).
- On termine avec un algorithme à base de queues.

Note: la forme de l'ES n'a quasiment pas d'importance (pourquoi?).

Résidus

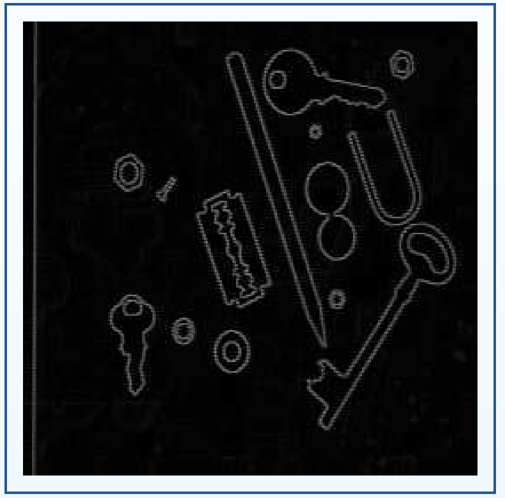
Notions de résidus

Lorsque certaines des propriétés vues auparavant deviennent utiles.

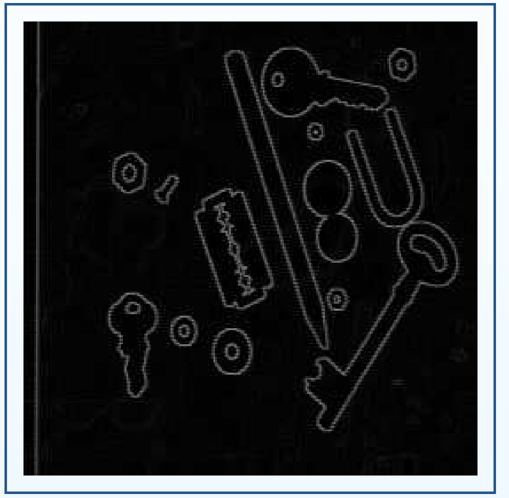
- Du fait que $\gamma \leq I \leq \phi$, $\mathrm{CB} = I - \gamma$ and $\mathrm{CN} = \phi - I$ ont de bonnes propriétés et se comportent bien. On appelle ces transformations “Chapeaux haut-de-forme”.
- De façon similaire $\mathrm{D}_e = \delta - \epsilon$, $\mathrm{D}_i = I - \epsilon$ and $\mathrm{D}_o = \delta - I$ sont toutes des gradients.
- Au coeur de la méthode morphologique : On enlève ce qu’on ne veut pas, on garde ce qu’on veut. On décrit ce qu’on souhaite garder ou enlever par des critères géométriques.

Exemples de gradients

$\phi - \gamma$



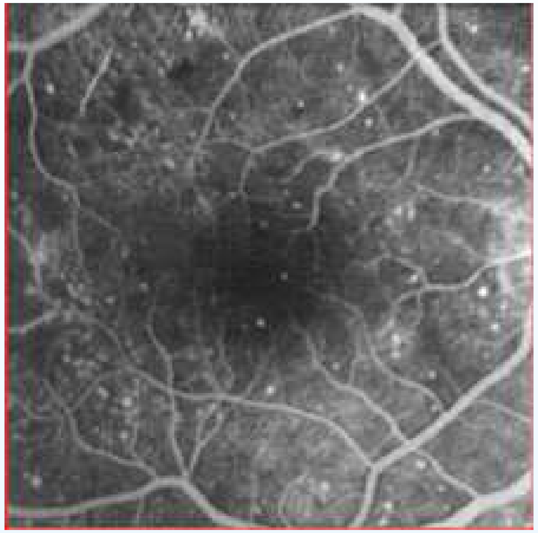
$I - \gamma$



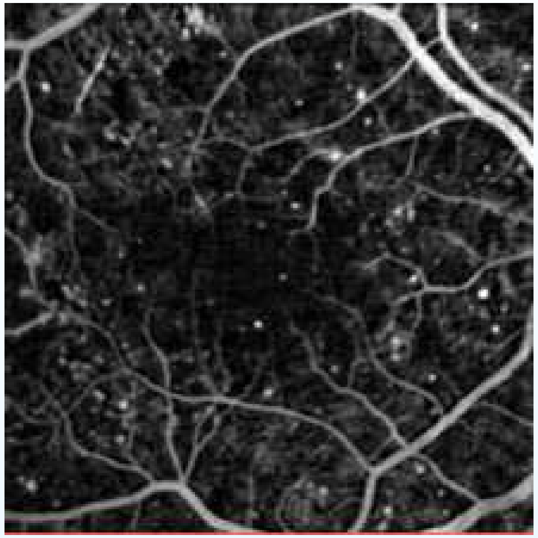
$\phi - I$

Le gradient morphologique ne se compose que de sa magnitude. On perd l'information sur la direction.

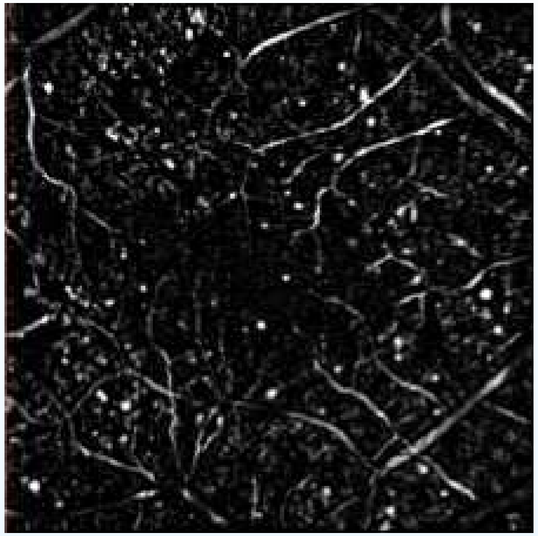
Exemples de chapeaux



Original



Chapeau ES carré



Chapeau par lignes

Dans cet exemple, le premier chapeau est obtenu en utilisant une ouverture morphologique par carré de taille 3. Le second utilise un sup d'ouvertures par lignes de longueur 15.

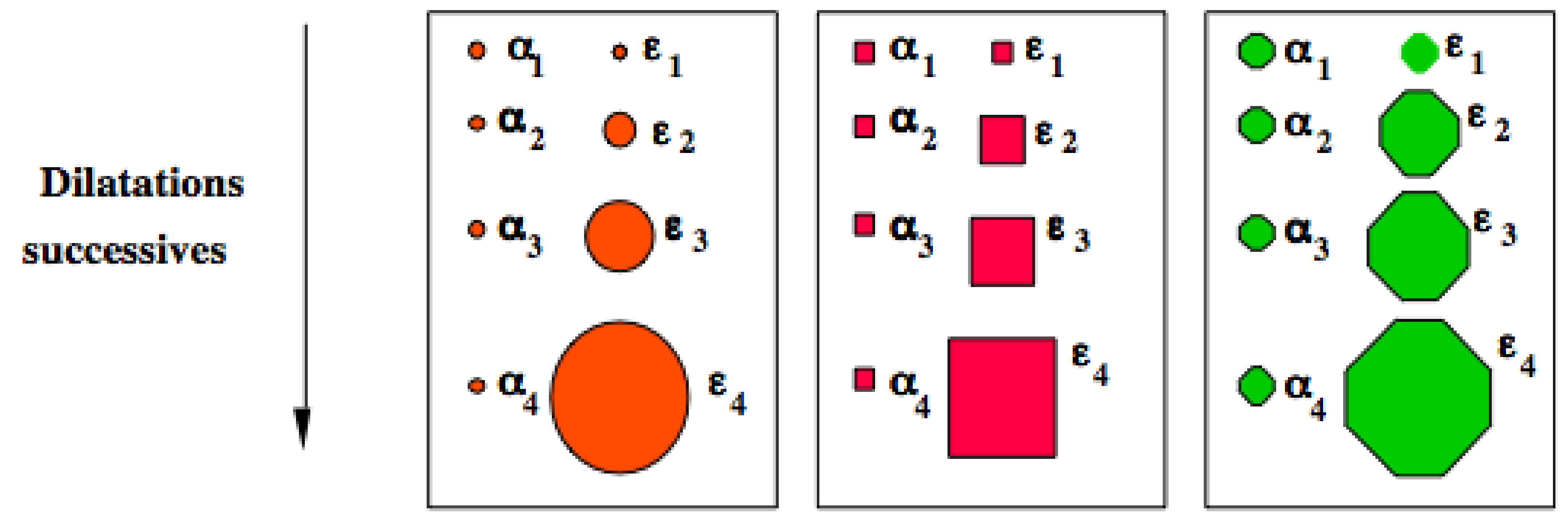
Autres résidus

- Laplacien morphologique (dérivée seconde) : $\mathrm{D}_o - \mathrm{D}_i$
- squelettes, fonction d'extinction, fonction bissectrice.
- Érodés ultimes
- Transformées en tout-ou-rien

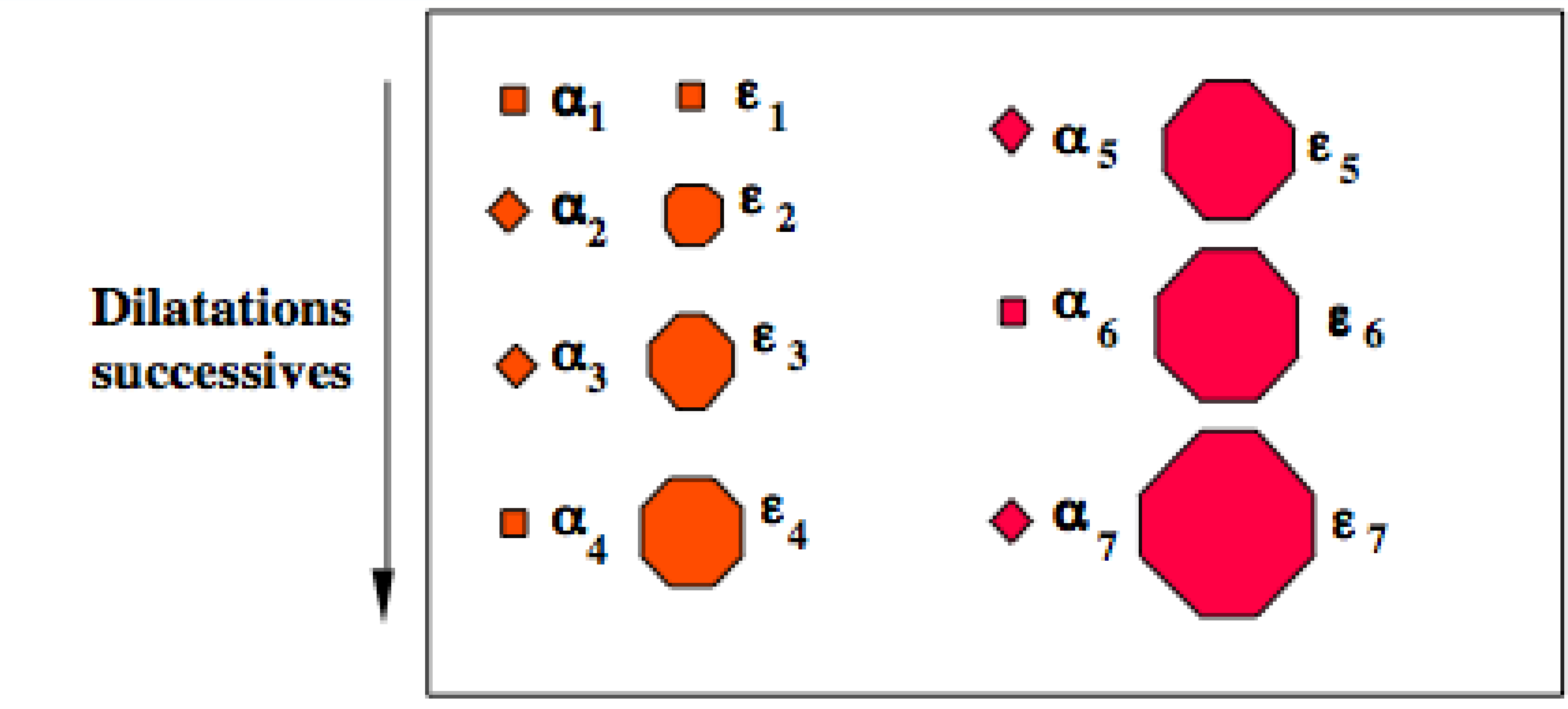
Érodés ultimes

1. On définit une famille d'érosions $\{\alpha_i\}$ dites *élémentaires* par des éléments structurants convexes indexés par un entier i, et l'ouverture γ_i associée.
2. On construit la famille d'érosion $\epsilon_i = \alpha_i \ldots \alpha_2 \alpha_1$.
3. Les éléments structurants correspondants à ces érosions définissent une famille *granulométrique* $\{\delta_i\}$, car chaque δ_i est ouvert par tous les δ_j pour $j \leq i$.
4. Le plus souvent on utilise une famille homogène, c-à-d lorsque toutes les érosions élémentaires sont identiques: $\forall i \alpha_i = \alpha_1 = \alpha$, ce qui implique $\epsilon_i = (\alpha)^i$.

Famille homogène



Famille inhomogène



Les familles hétérogènes peuvent servir à obtenir un contrôle un peu plus fin sur la granulométrie.

Érodé ultime

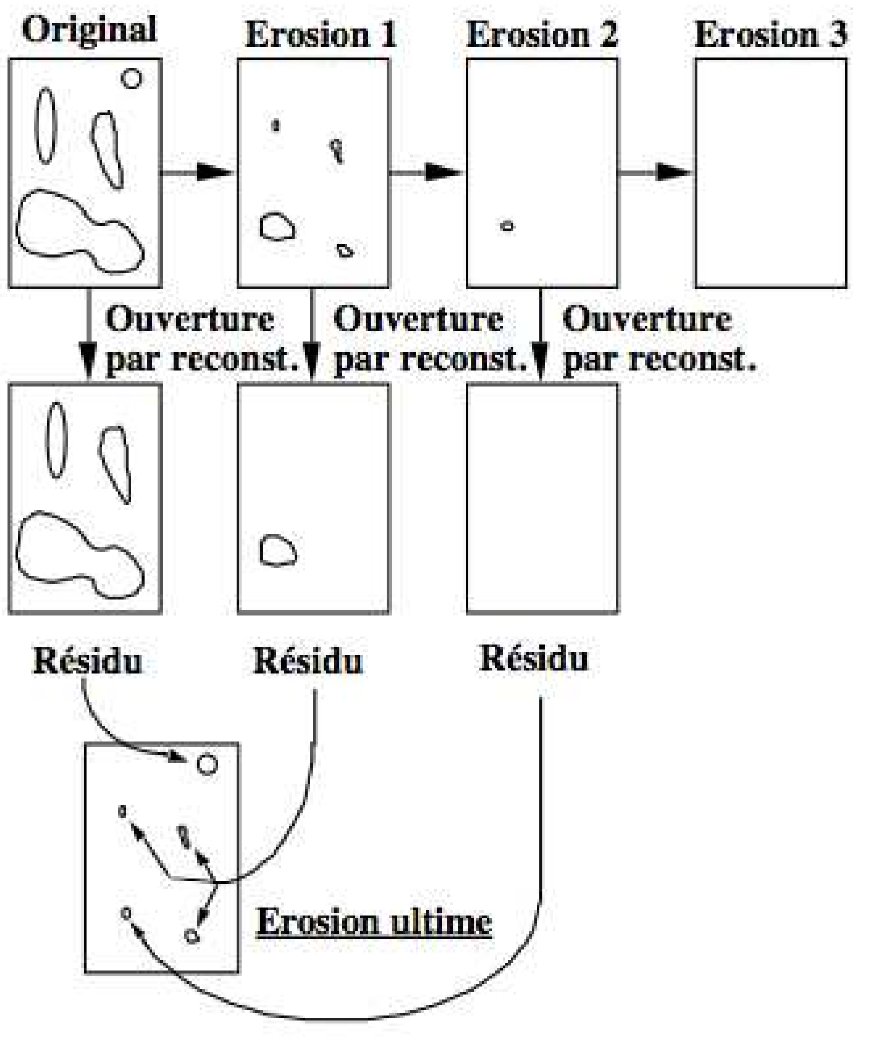
Étant donné ce qui précède, on définit l'érodé ultime U par la formule suivante:

$$U(X) = \bigcup_i \{U_i(X)\} = \bigcup_i \{\epsilon_i(X) \backslash \gamma^{rec}[\epsilon_i(X), \epsilon_{i+1}(X)], i = 0 \ldots N\}$$

l'érodé ultime est

- Croissante
- Anti-extensive
- Idempotente (donc ?)
- Tous les U_i sont disjoints
- Si on dilate un U_i par l'ES i, le résultat est une *boule maximale*.

Illustration



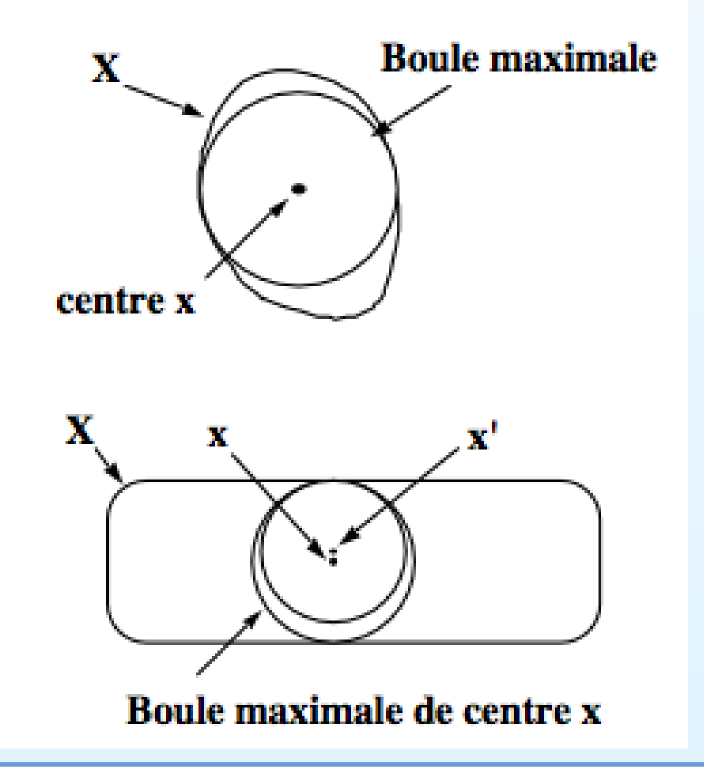
Extrémités d'une particule

1. On suppose une particule X simplement connexe (sans trou)
2. On lui associe un *centroïde* intérieur.
3. Les extremités de la particules sont alors les érodés ultimes *géodésiques* dans X, de l'ensemble Y privé de son centroïde.

Boules maximales

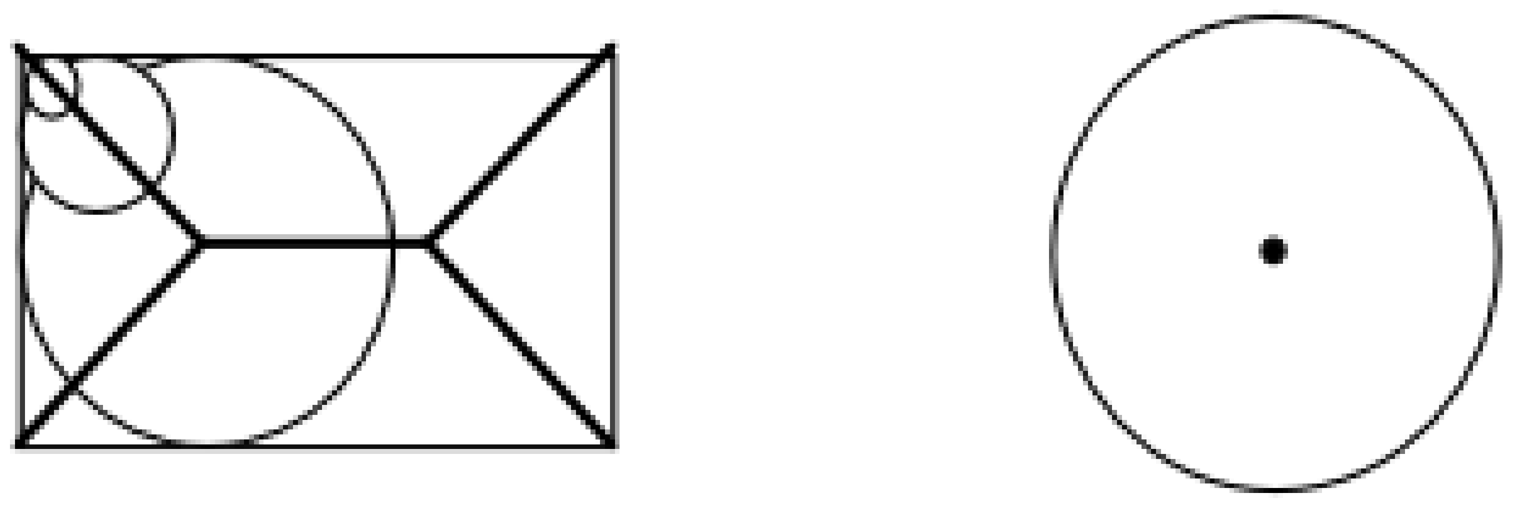
- Une boule $\delta_n(x)$ de centre x et de taille n est maximale vis-à-vis de l'ensemble X s'il n'existe aucun autre indice k et aucun autre centre y tel que:

$$\delta_n(x) \in \delta_k(y) \in X$$

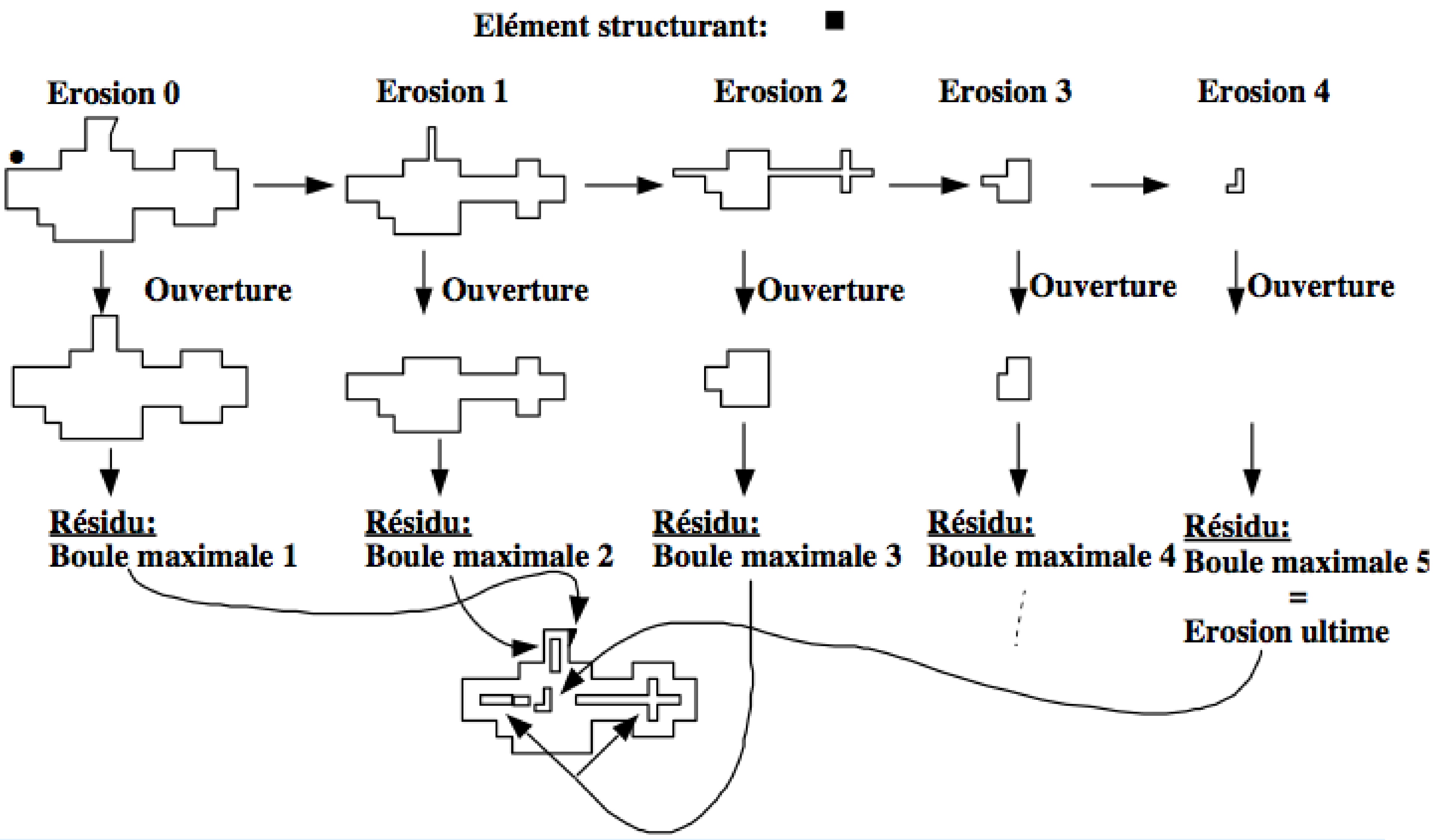


Squelettes

- L'érosion ultime etait déjà un lieu de centre de boules maximales
- Définition: (H. Blum): le *squelette* d'un ensemble X selon une famille de boules $\{\delta_n\}$ est le lieu de tous les centres de boules maximales.



Construction

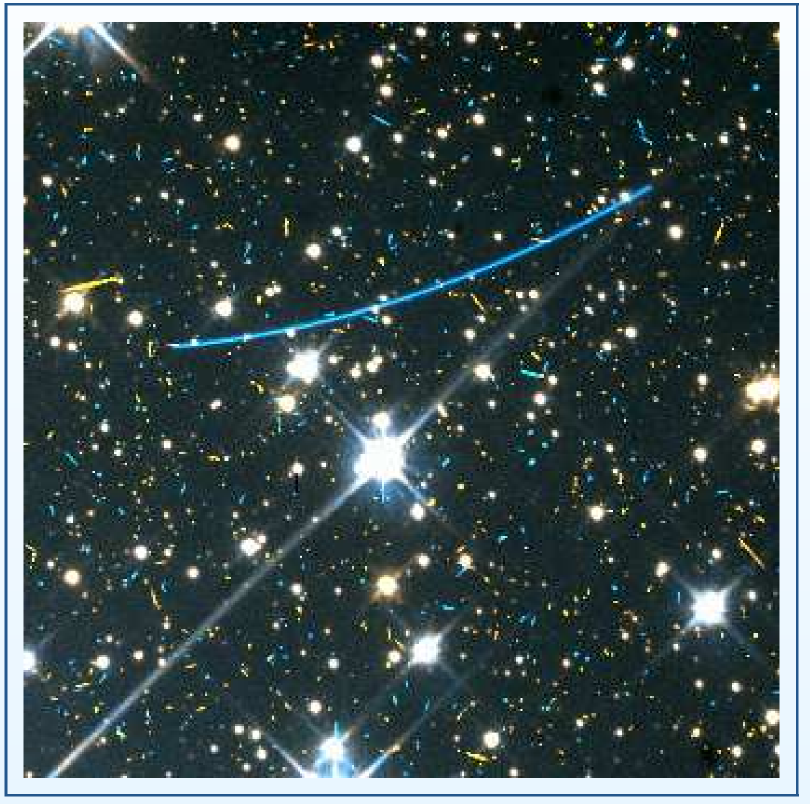


Formule de Lantuéjoul

L'algorithme de squelettisation est le même que celui de l'érosion ultime. Il suffit de remplacer l'ouverture par reconstruction par une ouverture unitaire:

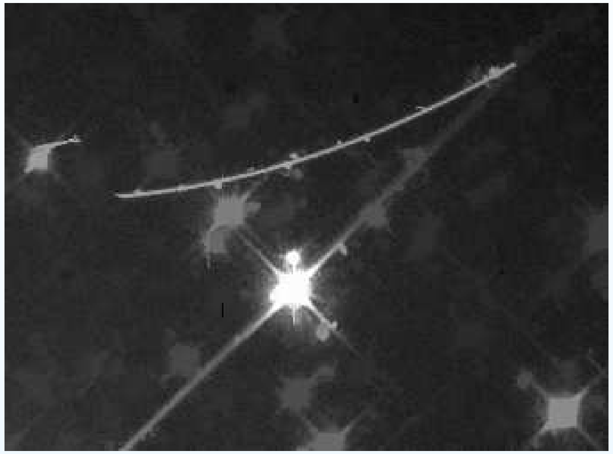
$$S(X) = \bigcup_i \{S_i(X)\} = \bigcup_i \{\epsilon_i(X) \backslash \gamma_1[\epsilon_i(X)], i = 0 \ldots N\}$$

Une application : détection de trace d'astéroïdes

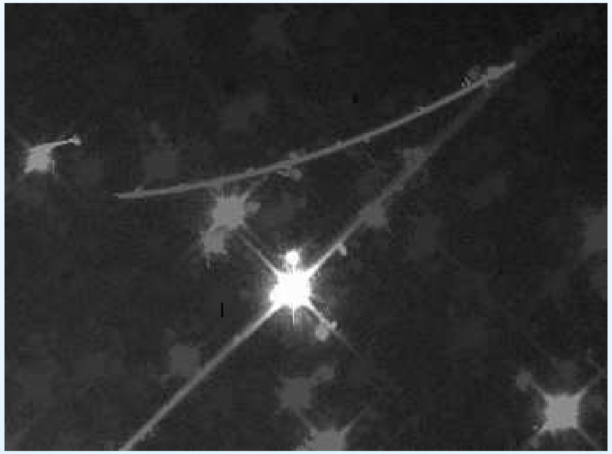


Traces d’astéroïdes, suite.

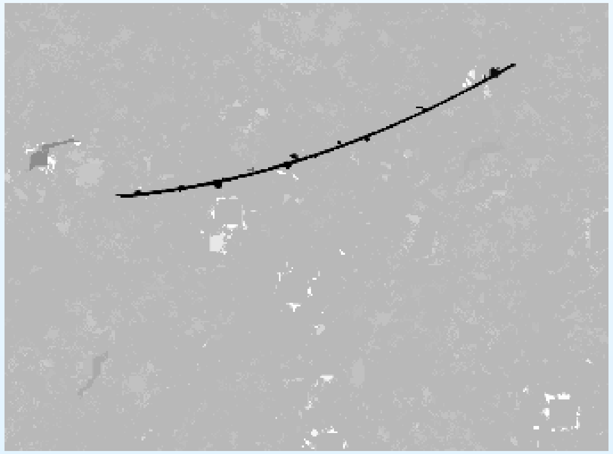
(traces)



(ouv. chemins)



(ouv. droites)



(Différence)

Images NASA/JPL/HST.