

ANALYSE MORPHOLOGIQUE DE FIBRES MINÉRALES D'ISOLATION

THÈSE

présentée à

l'École Nationale Supérieure des Mines de Paris

par

Hugues TALBOT

pour l'obtention du titre de

DOCTEUR

en

MORPHOLOGIE MATHÉMATIQUE

Cette thèse a été soutenue le 4 octobre 1993 à Fontainebleau
devant le jury composé de :

Jean	SERRA	<i>Président</i>
Jean-Louis	CHERMANT	<i>Rapporteur</i>
Linn W.	HOBBS	<i>Rapporteur</i>
Daniel	HANTON	<i>Examineur</i>
Dominique	JEULIN	<i>Examineur</i>
Luc	VINCENT	<i>Examineur</i>

À mes parents

À Annick

Remerciements

Le travail reporté dans cette thèse s'étant déroulé d'une part en France et d'autre part aux Etats-Unis, la liste des personnes qui ont contribué d'une manière ou d'une autre au succès de ce projet est particulièrement longue. Il m'est pourtant agréable de les citer toutes, du moins tous celles que ma mémoire aura retenu. Puissé-je ne pas périr dans les flammes causées par le juste courroux d'un ou d'une oublié.

Tout d'abord merci à Jean Pierre Poitevin. C'est lui qui, pour ce projet, a cru en moi le premier. Merci ensuite à Catherine Langlais et Daniel Hanton, qui furent les seconds, et ne cessèrent de m'apporter leur soutien. Un grand merci à Jean Serra pour m'avoir accueilli dans son laboratoire, d'avoir toujours gardé sa porte ouverte, de m'avoir fait profiter de son expérience et de beaucoup d'opportunités. Merci du fond du cœur à Linn Hobbs qui a fait exactement de même, de l'autre côté de l'Atlantique, et qui accepte en plus d'être rapporteur de cette thèse. Merci énormément à Dominique Jeulin, qui a assumé la lourde tâche de directeur de cette thèse, qui a su se montrer ouvert et franc, qui a encouragé mes initiatives tout en sachant m'aiguiller en dehors des endroits dangereux. Merci à Jean-Louis Chermant d'avoir accepté de jouer le rôle de rapporteur malgré son emploi du temps plus que chargé. J'en suis honoré. Merci à Luc Vincent avec qui j'ai partagé des heures de plaisir et de travail, qui m'a fait partager son expérience et son goût du bon vin. Sans lui le séjour à Cambridge, MA aurait tout simplement été autre.

Merci à l'ensemble de l'équipe du CMM de Fontainebleau : Jean-Claude Klein, pour ses discussions sans fin et son autre approche des problèmes, Fernand Meyer pour ses conseils et son oreille attentive, Serge Beucher pour ses ressources inépuisables, Michel Bilodeau pour son savoir informatique sans borne et son dévouement sans limite, Michel Gauthier pour sa bonhomie, Marc Waroquier pour ses services, Liliane Pipault et Laura Andriamasinoro pour leur aide de tous les instants et leur patience à mon égard. Symétriquement, merci à l'équipe du CMSE du MIT : Mary Effie Lewis, pour son aide, sa curiosité et son amitié, Tony Garrat-Reed, pour son écoute et sa disponibilité, Liz van Kirk, pour son professionnalisme et sa gentillesse, Anabela Alfonso, pour sa compétence, sa sympathie et sa joie de vivre. Merci à Fred pour son côté rassurant, et sa sympathie. Merci à toute l'équipe des thésards et étudiants que j'ai eu la chance de rencontrer au nouveau monde : en ordre aléatoire : A.N. Sreeram, Lu-Chang Qin, John Lum, Nancy Xiao (la bien nommée), Chuxin Zhou, Catherine Heremans, Pratyush, et bien d'autres que j'oublie. Au CMM la liste est plus facile à établir, tout en restant en ordre aléatoire de citation : Pierre Soille, Jean-François « ostie d'caalice » Rivest, Roland Bremond (l'artiste), Michel Grimaud, Bassam Kurdy, Hongjian Zhao, Xuan Yu, Fabrice Lemonnier, Corinne Vachier, un merci tout particulier à Marc Van Droogenbroeck, l'autre NeXT-man (mais c'est pas pour ça), René Peyrard, Dimitri, Larissa, Ron, José Crespo, l'autre José, Beatriz Marcotegui, Ivan Terol, Patrice, Jean-Noël Mialet, Tilman Jochems et Christophe Gratin. Ils sont tous géniaux.

Merci à l'équipe du Khan d'avoir formé un foyer à Cambridge : Fred, Millie, Linda, Hugh, Robert, Elaine et tous les autres qui sont restés moins longtemps. Last but not least merci à Michel Bilodeau et Nicole Guégan, Roland Bremond, Marc van Droogenbroek, *πr* Soille, Martine ma sœur et Annick, que j'aime, pour avoir relu ce document.

RÉSUMÉ

Cette thèse se présente comme une application de la morphologie mathématique à la résolution d'un problème d'analyse d'image à vocation industrielle : le contrôle de qualité des fibres minérales d'isolation.

On cherche à caractériser une population de fibres, c'est à dire la distribution des diamètres et des longueurs d'une population d'objets cylindriques allongés de petites dimensions et de très forte variabilité dans ces dimensions : le diamètre de ces fibres varie entre $0.2 \mu\text{m}$ et $20 \mu\text{m}$, la longueur de ces fibres varie de quelques μm à plusieurs dizaines de centimètres.

La première des choses à faire afin de pouvoir conduire une analyse d'image est d'obtenir des images sur lesquelles travailler. Dans une première partie, un ensemble de méthodes de préparation d'échantillons de ces fibres minérales est décrit. Dans l'une de ces méthodes les fibres apparaissent en coupe (seul leur diamètre est visible), dans l'autre les fibres apparaissent à plat. Ces méthodes sont optimisées afin d'obtenir des images en microscopie électronique à balayage de haute qualité, qu'un processeur automatique d'image est susceptible de pouvoir segmenter et mesurer.

Dans une seconde partie, des algorithmes de morphologie mathématique de portée générale, nécessaire à l'étape de segmentation de ces images sont décrits : tout d'abord un algorithme de calcul des opérations morphologiques élémentaires (érosions et dilatations) à base d'éléments structurants quelconques sur des images à niveaux de gris est présenté. Une variante de cette méthode particulièrement optimisée pour des éléments structurants rectilignes est décrite dans un second temps. Un algorithme de calcul des squelettes euclidiens en trame digitale est ensuite proposé, ainsi qu'un certain nombre des dérivés de ces squelettes, dont une nouvelle fonction : *la fonction bissectrice*, qui permet de segmenter des objets très imbriqués.

Dans une troisième et dernière partie, une segmentation pour les images de fibres vues en coupe et une autre pour les fibres vues à plat sont proposées. Les résultats de ces segmentations sont ensuite examinés du point de vue statistique, afin d'une part d'éviter les biais de mesure (sur les diamètres) et d'estimer les dimensions que l'on ne peut pas mesurer directement (les longueurs). Les résultats sous forme d'histogrammes comparés à des mesures manuelles sont enfin présentés.

Mots Clés : Morphologie Mathématique, Segmentation, Algorithmes, Analyse d'images, Fibres minérales, Microscopie électronique à balayage, Préparation d'échantillons, Estimations, Corrections de biais, Modèles aléatoires.

ABSTRACT

This research project is an application of mathematical morphology to the resolution of an industrial problem : the quality control of man-made mineral fibers.

A MMVF population is to be characterized, that is, the distributions in diameter and in length of elongated cylindrical objects must be obtained. The spectrum of these dimensions is very wide : fiber diameters vary between $0.2 \mu\text{m}$ and $20 \mu\text{m}$. The length varies from a few μm to a few dozen centimeters.

One of the first things to do in order to be able to analyze images of these fibers to compute the distributions is to obtain images. In the first part of this dissertation a set of preparation methods is described. In one of these methods fibers appear in cross-sections, in the other they appear seen from above, both in a scanning electron microscope. These methods are optimized so that an image analysis program would be able to segment the corresponding images.

In the second part, some general mathematical morphology algorithms, needed later during the segmentation of these images are presented. The first algorithm allows to compute morphological gray-level transformations with any structuring element. This algorithm is then optimized for linear structuring elements. A second algorithm describes how to compute the Euclidean skeleton and some of the related transformations, among which a new morphological operator : the *bisector function* which allows to segment overlapped objects not separable by standard means.

In the last part, the segmentation of the images obtained in part 1 is conducted. A first method is proposed for cross-section images and a second for fibers seen from above. The results of these segmentations are then analyzed from the statistical point of view, in order to eliminate measurements biases (for diameters) and to obtain statistically the dimensions which cannot be measured directly (length). Results are then compared with manual measurements.

Key words : Mathematical morphology, Segmentation, Image analysis, Algorithms, Man-made mineral fibers, Scanning electron microscope, Sample preparation, Bias correction, Random models.

Table des matières

Table des matières	1
Introduction	9
I Microscopie électronique à balayage	13
Introduction	15
1 Microscopie électronique des fibres minérales d'isolation	17
1.1 Dépôts de fibres à plat	17
1.1.1 La préparation CRIR 3	18
1.1.2 Mesure automatique	21
1.2 Optimisation des conditions d'observation	22
1.2.1 Intérêt de l'utilisation d'un microscope environnemental	22
1.2.1.1 Conditions d'observation et résultats	22
1.2.1.2 Interprétation des résultats obtenus	23
1.2.2 Optimiser les résultats d'un MEB conventionnel	26
1.2.2.1 Utiliser l'information du numéro atomique	26
1.2.2.2 Augmenter la résolution	28
1.2.2.3 Faire varier la taille des pores du filtre	30
1.3 Fibres en coupe polies	34
Conclusion	35
II Algorithmes	37
Introduction	39
2 Implémentation efficace des opérations morphologiques de base en 2 dimensions	41
2.1 Opérations à éléments structurants quelconques	41
2.1.1 Principe de base	43
2.1.2 Mise en œuvre	44
2.1.3 Extensions possibles	47
2.1.3.1 Élément structurants non plans	48
2.1.3.2 Extension possible aux images 3-D	48
2.1.3.3 Filtres de rang	48

2.1.4	Résultats	48
2.2	Opérations à éléments structurants rectilignes	51
2.2.1	Principe de base - Cas du segment horizontal	51
2.2.2	Cas d'un segment quelconque	52
2.2.3	Mise en œuvre	55
2.2.4	Résultats	59
2.2.5	Extensions	61
2.2.5.1	Extensions aux polygones de Steiner	61
2.2.5.2	Extensions aux éléments structurants quelconques	63
2.2.5.3	Les moyennes mobiles sur fenêtres rectilignes	63
2.2.6	3D	64
	Conclusion	64
3	Squelettes euclidiens et transformations associées euclidiennes	65
3.1	Rappels sur les squelettes	65
3.2	Obtenir le squelette digital	68
3.3	Obtention du squelette euclidien	70
3.3.1	Fonction distance euclidienne	70
3.3.2	Détection des centres de boules maximales	71
3.3.2.1	Les méthodes basées sur la détection des points crête	71
3.3.2.2	Méthode basée sur l'analyse de l'amont local	72
3.3.2.3	Notre méthode : l'analyse du vecteur amont vrai	74
3.3.2.4	Résultats comparatifs	76
3.3.3	Simulation du feu de prairie	78
3.3.4	Résultats	84
3.4	La bissectrice conditionnelle et la fonction bissectrice	85
3.4.1	Définition	86
3.4.2	La fonction bissectrice	88
3.4.3	Exemple d'application	90
	Conclusion	93
III	Application	95
	Introduction	97
4	Segmentation des fibres vues en coupe	99
4.1	Caractéristiques des images	99
4.2	Prétraitements	101
4.3	Segmentation d'objets binaires	101
4.4	Squelettes valués	103
4.4.1	Présentation	103
4.4.2	Fonction d'étanchéité	105
4.4.3	Critère de segmentation	107
4.4.4	Points multiples du squelette	107
4.4.5	Cas des plateaux	108
4.4.6	Mise en œuvre	108

4.4.7	Résultats de la segmentation	110
4.5	Utilisation de la fonction bissectrice	111
4.6	Mesures et corrections stéréologiques	112
4.7	Résultats	116
	Conclusion	116
5	Segmentation des images de fibres minérales vues à plat	119
5.1	Position du problème	119
5.2	Détection des fibres	120
5.2.1	Approches globales	121
5.2.1.1	Décomposition en résidus	121
5.2.1.2	Graphes	123
5.2.2	Détection des grosses fibres	124
5.2.3	Détection des petites fibres	127
5.2.3.1	Prétraitement	127
5.2.3.2	Approche par chapeaux hauts-de-forme simples	128
5.2.3.3	Approche par le squelette numérique partiel	130
5.2.3.4	chapeaux hauts-de-forme hiérarchiques	131
5.2.3.5	Traitement binaire	133
5.2.4	Détection des fibres les plus fines	137
5.2.4.1	Utilisation des ouvertures surfaciques	137
5.2.4.2	Recherche des alignements	139
5.3	Reconstruction	142
5.3.1	Croisements	142
5.3.1.1	Détection des croisements	142
5.3.1.2	Reconnection des branches	144
5.3.2	Fibres séparées	148
5.3.2.1	Masques de propagation	149
5.3.2.2	Réduction de la sur-segmentation résiduelle	155
5.3.3	Fibres accolées	156
5.4	Rejets de champs	157
5.5	Déroulement des opérations	157
5.6	Mesures	159
5.7	Résultats et conclusion	159
6	Estimation statistique de la longueur des fibres	163
6.1	Notations communes	163
6.2	Position du problème	164
6.3	Exposé des méthodes statistiques	166
6.3.1	Hypothèses préliminaires	166
6.3.2	Méthode 1 : accumulation de surface	167
6.3.3	Méthode 2 : intersection avec le champ de mesures	169
6.3.4	Méthode 3 : schéma Booléen	172
6.4	Résultats	176
	Conclusion	179

7 Résultats	181
7.1 Fibres en coupe	181
7.2 Fibres à plat	183
7.2.1 IBR-MIT	183
7.2.2 SEPA-G MIT	183
7.2.3 IBR-CRIR	186
7.3 Estimation de la longueur	186
7.4 Histogrammes pondérés par la longueur	189
Conclusion	191
 Conclusion et perspectives	 193
 Annexe	 199
 A Introduction à la microscopie électronique à balayage	 199
A.1 Présentation	199
A.2 Principe	200
A.3 Interaction électrons-matière	200
A.4 Le contraste	204
A.4.1 Contraste topographique	204
A.4.2 Contraste de numéro atomique	206
A.4.3 Autres effets de contraste	208
A.5 Résolution	208
A.6 Métallisation	209
A.6.1 Techniques de métallisation	209
A.6.1.1 L'évaporation sous vide secondaire	210
A.6.1.2 L'évaporation par pulvérisation cathodique	210
A.7 Paramètres	212
A.7.1 La haute tension	212
A.7.2 La pression dans l'enceinte du microscope	214
Conclusion	215
 B Rappels de morphologie mathématique	 217
B.1 Notions de base	217
B.1.1 La trame digitale	217
B.1.2 Images binaires et à niveaux de gris	221
B.1.3 Opérations de base sur les ensembles	223
B.1.4 propriétés des opérations sur les ensembles	223
B.2 Transformations morphologiques	224
B.2.1 Erosion et dilatation	224
B.2.1.1 Éléments structurants	224
B.2.1.2 Définitions	225
B.2.1.3 Une application : les gradients	227
B.2.2 Transformations en tout ou rien	228
B.2.3 Transformées géodésiques	228
B.2.3.1 Transformées élémentaires géodésiques	229

B.2.3.2	Reconstruction	229
B.2.4	Ouvertures et Fermetures	229
B.2.4.1	Les transformations chapeaux hauts-de-forme	232
B.3	Filtrage	233
B.4	Ligne de partage des eaux	234
B.5	Mise en œuvre informatique	237
	Conclusion	240
C	Notations	243
	Table des figures	245
	Index	253

Introduction

L'analyse d'image est une science assez jeune, puisque si on peut dater les premiers travaux mathématiques qui en sont à la base, à savoir la géométrie intégrale, la topologie et les probabilités du XVIIIème siècle, son véritable essor date plutôt des débuts de l'informatique, c'est à dire des années 50.

C'est aussi une science appliquée, qui prend une grande partie de sa justification et de son intérêt dans la résolution de problèmes de *vision*, de *reconnaissance*, de *segmentation* que la plus grande partie d'entre nous, humains, rencontre tous les jours sans nous poser de questions, mais que personne ne sait résoudre ni théoriquement ni pratiquement dans le cas général.

A l'intérieur des domaines privilégiés de l'analyse d'image, la morphologie mathématique a pris une part tout à fait originale, par son approche aussi bien pragmatique que théoriquement bien fondée. C'est sans doute grâce à la symbiose entre une rigueur mathématique féconde et une volonté d'appliquer ses principes à des vrais problèmes que la morphologie mathématique a connu le succès qu'elle mérite, auprès, en particulier, des industriels.

Le travail que nous allons présenter dans ce mémoire est essentiellement un travail d'application à vocation industrielle. L'analyse morphologique de fibres minérales est un problème qui a été posé au Centre de Morphologie Mathématique (CMM) de l'École des Mines il y a maintenant 16 ans, en 1977, à Jean Claude Klein [Kle77] par la compagnie SAINT GOBAIN INDUSTRIE. Il était alors question de mesurer des surfaces spécifiques de fibres de verre vues au microscope optique, ce qui impliquait de les segmenter et de mesurer leurs dimensions. La méthode proposée par Klein ne permettait pas de mesurer des fibres de diamètres plus petits que quelques microns, mais était en tous points remarquable pour l'époque. Depuis nous sommes passés de *l'analyseur de textures* aux processeurs intégrés de morphologie mathématique, de SAINT GOBAIN INDUSTRIE à ISOVER SAINT GOBAIN et du microscope optique au microscope électronique à balayage. La morphologie mathématique et l'analyse d'image en général ont fait des progrès sensibles et ISOVER SAINT GOBAIN était toujours aussi motivé pour automatiser le contrôle de fabrication de ses fibres minérales.

ISOVER SAINT GOBAIN fabrique de la laine minérale d'isolation. Ce produit est d'usage courant pour l'isolation phonique et thermique des bâtiments, mais est également utilisé par exemple en agriculture hors-sol comme support remplaçant la terre, ou encore dans le revêtement des autoroutes pour rendre le goudron plus poreux et donc moins glissant en cas d'averse, l'eau s'écoulant au travers.

Sans dévoiler de secrets de fabrication, on peut dire que le principe de la méthode de production des fibres minérales d'isolation est actuellement le suivant :

Un filet de verre en fusion tombe dans une *assiette* métallique en rotation rapide, aux bords percés d'une multitude de petits trous. La pâte en fusion passe au travers de ces petits trous et est rejetée à l'extérieur par l'action de la force centrifuge et la présence de brûleurs

qui étirent les fibres ainsi formées. Les fibres sont aspergées d'un *liant* chimique à une distance très courte de leur point de génération. Les fibres encollées tombent quelques mètres plus bas en nappes régulières. Le liant qui est ensuite polymérisé permettra à la structure de laine minérale à se conserver. Le processus de génération des fibres est assez différent dans le cas de la laine de roche : le filet de roche en fusion tombant sur des rotors en rotation rapide dans un plan vertical, l'étirage des fibres étant réalisé également de façon centrifuge.

Ces procédés de fabrication, qui n'ont donc vraiment rien à voir avec le procédé d'étirage des fibres de verre servant aux télécommunications, produisent dans un même lot des fibres de tous diamètres et de toutes longueurs. Il est utile au fabricant de savoir quelles sont les caractéristiques du matériau qu'il produit, car de ces caractéristiques dépendent les qualités d'isolation, d'élasticité, de confort du bloc de laine minérale.

La structure de la laine de verre ou de roche est constituée par un enchevêtrement de fibres qui piège l'air ambiant, conférant ainsi au matériau la plus grande part de son pouvoir isolant. Toutes les fibres minérales d'isolation n'ont pas la même longueur ni le même diamètre, donc toutes les fibres ne participent pas également à l'édification de cette structure : intuitivement seules les fibres suffisamment longues y jouent un rôle appréciable. D'autre part des caractéristiques physiques des fibres dépend leur élasticité. Un produit moins élastique se comprimera moins bien pour son transport, et retrouvera moins bien ses caractéristiques isolantes au moment de le poser. Les fibres trop grosses sont irritantes pour la peau, et rendent le produit désagréable à manipuler.

Les procédures de contrôle de la laine minérale sont nombreuses, mais une donnée particulièrement utile et significative est l'histogramme des diamètres des fibres constituant le matériau. La mesure simultanée de la longueur des fibres est parfois nécessaire, par exemple dans le cas des mesures de poussières fibreuses recueillies sur le lieu de production ou de pose (cas où les fibres sont relativement courtes). À l'heure actuelle, ces histogrammes sont réalisés manuellement. Un opérateur visionne sur un écran un grand nombre de champs provenant d'un microscope optique ou électronique à balayage, et mesure à l'aide d'une tablette à digitaliser le diamètre et la longueur des fibres qu'il repère. Cette opération de comptage est à la fois longue et fastidieuse. Un opérateur ne peut pas réaliser un ensemble de mesures plus de quelques heures d'affilée, sous peine d'augmenter son taux d'erreur sous l'effet de la fatigue nerveuse. Or l'obtention d'un histogramme de diamètre seul pour environ un millier de fibres (nombre considéré comme raisonnable pour l'obtention d'un histogramme fiable) demande environ 8 heures de travail. Compte tenu des pauses nécessaires, l'obtention d'un histogramme de diamètres seuls peut donc s'étaler sur plus d'une journée. Enfin un opérateur, même entraîné et malgré toute sa bonne volonté, produit toujours des erreurs, souvent non reproductibles.

Il y a donc vraiment une demande pour automatiser l'obtention des histogrammes diamètre-longueur des fibres que produit ISOVER SAINT GOBAIN. L'analyse automatique d'image n'est bien entendu qu'une des approches possibles : par exemple des méthodes de diffraction laser, de mesures optiques diverses ont été tentées (pour l'instant sans que ces méthodes obtiennent des résultats suffisants), mais l'analyse d'image a le mérite d'être proche de ce que l'opérateur humain réalise, et ses résultats sont de ce fait facilement contrôlables.

C'est dans le but de réaliser cette automatisation qu'ISOVER SAINT GOBAIN, en la personne de Daniel Hanton et de Catherine Langlais, m'a proposé de réaliser un travail de recherche en analyse d'image, dont cette thèse représente non pas un premier, mais un second aboutissement. Ce travail de recherche s'est déroulé en trois parties. La première partie a eu lieu en France, à la fois au CMM à Fontainebleau et chez ISOVER SAINT GOBAIN, au

CRIR (Centre de Recherche d'Isover à Rantigny (Oise)), de février 1990 à janvier 1991, et a constitué en la réalisation d'un DEA, sous la direction de Jean Serra, dont le sujet était la mesure de diamètre de fibres d'isolation vues en coupe. On trouvera dans ce mémoire l'essentiel des résultats de cette recherche (chapitre 4). La seconde partie s'est déroulée de février 1991 à septembre 1992 au MIT, à Cambridge, USA, dans le laboratoire du professeur Hobbs. Nous avons là-bas commencé à attaquer le problème de la mesure du diamètre et de la longueur des fibres sur des images de fibres à plat, en commençant par la préparation des échantillons et l'obtention d'images de bonne qualité au microscope électronique à balayage, sans oublier de développer les premières méthodes de segmentation de ces images. La troisième et dernière partie s'est déroulée de nouveau en France, de février 1992 à maintenant, au CMM et au CRIR, où nous nous sommes attachés à reproduire les résultats obtenus sur les images du MIT avec le matériel disponible chez ISOVER SAINT GOBAIN, et à les améliorer.

Ce mémoire présente sinon l'ensemble, du moins la partie la plus importante des travaux réalisés au cours de cette période. Il sera divisé en trois parties distinctes.

- La première partie détaille les travaux réalisés dans les domaines de la préparation des échantillons et de la microscopie à balayage, dont le but était l'obtention d'images de meilleure qualité que celles dont on disposait au début de ce travail de recherche, du point de vue de l'analyse d'image.
- La seconde partie comporte 2 chapitres. Elle présente les algorithmes de morphologie mathématique que nous avons eu besoin de mettre en œuvre au cours de ce projet de recherche dans le cadre du développement de nos méthodes de segmentation, et qui sont d'intérêt suffisamment général pour mériter une présentation détaillée à part. Le premier chapitre présente une méthode pour calculer les opérations de base de la morphologie mathématique avec des éléments structurants quelconques, et parmi eux les segments de droite, particulièrement intéressants pour la segmentation d'objets localement rectilignes. Le second chapitre présente une manière rapide et exacte pour obtenir le squelette euclidien et certaines des transformations euclidiennes qui y sont associées, dont nous ferons aussi grand usage.
- La troisième partie, la plus importante, comporte 4 chapitres. Nous y présentons nos applications de segmentation d'image de fibres minérales. Le premier chapitre concerne les fibres vues en coupe, le second les fibres vues à plat. Le troisième chapitre propose une méthode statistique originale pour estimer sans biais le diamètre et la longueur moyenne par classe de diamètre des fibres, même lorsqu'un grand nombre d'entre elles sont plus grandes que les dimensions du champ. Enfin le dernier chapitre montre les résultats obtenus en utilisant les méthodes proposées.

On trouvera en annexe de ce mémoire trois courts documents. Le premier de ceux-ci est une introduction à la microscopie électronique à balayage. On y rappelle les termes utiles à la lecture de la première partie du mémoire. Cette annexe sera sans doute utile au lecteur non microscopiste. La seconde annexe est une introduction à la morphologie mathématique, pouvant être utile à la lecture des secondes et troisièmes parties du document. Le troisième document en annexe est une table des symboles.

Première partie

Microscopie électronique à balayage

Introduction

Dans cette partie nous allons présenter le travail accompli au cours de la préparation de cette thèse dans le domaine de la microscopie électronique à balayage et plus précisément en ce qui concerne la préparation des échantillons à notre disposition et l'obtention d'images de bonne qualité à partir de ces échantillons.

L'obtention des images est toujours la première étape dans un problème d'analyse d'image. L'optimisation des conditions de cette obtention est souvent fondamentale, pouvant transformer un problème insoluble en un problème pour lequel des solutions existent. J'ai eu la chance, au cours du déroulement de ce projet de recherche, de pouvoir mener moi-même une partie des travaux d'amélioration des images dont je disposais au début du projet.

Cette partie du travail réalisé n'aurait pas pu avoir la même importance sans mon séjour au MIT sous la direction du professeur Hobbs. Sans lui la qualité des images dont nous disposions au début de cette étude n'aurait jamais été remise en question de façon aussi drastique. L'idée de la double métallisation résulte pour sa part d'une après-midi de discussion avec le docteur R. Hamilton, au siège du centre de recherche de la société Schuller à Denver, Colorado.

Chapitre 1

Microscopie électronique des fibres minérales d'isolation

Dans ce chapitre nous allons présenter les manipulations que nous avons effectuées dans le cadre de notre application afin d'obtenir des images de fibres susceptibles d'être traitées automatiquement. Notre travail s'est concentré autour de deux pôles : la préparation des échantillons et l'optimisation des conditions d'observation.

Dans une première section nous présenterons la méthode utilisée pour obtenir simplement et relativement rapidement des dépôts de fibres minérales d'isolation afin d'obtenir des images de fibres à plat. Nous définirons les qualités que doit posséder ce dépôt pour être utilisable dans le cadre de la mesure automatique des fibres qui le composent. Dans une seconde section nous exposerons les manipulations supplémentaires que nous avons effectuées pour obtenir des échantillons donnant des images de bonne qualité au MEB. Nous présenterons ensuite nos résultats. En fin de chapitre nous rappellerons la méthode de Michel Degenne [Deg89] pour l'obtention d'image de fibres en coupes, puisque nous analyserons ces images au cours du chapitre 4.

1.1 Dépôts de fibres à plat

Afin d'estimer la répartition des diamètres et des longueurs dans une population de fibres minérales d'isolation, on cherche à obtenir des images de ce matériau telles que le diamètre des fibres individuelles et la plus grande partie de leur longueur compatible avec les dimensions du champ de vision soient visibles.

Décrivons rapidement les contraintes particulières du matériau dont on souhaite obtenir des images :

- Certaines fibres minérales d'isolation sont longues, voire même très longues : parfois plusieurs dizaines de centimètres. À l'opposé, certaines d'entre elles ne font que quelques dizaines de micromètres.
- Le domaine de variation des diamètres est également très grand : il va de $0,2 \mu\text{m}$ à $20 \mu\text{m}$ environ.
- Dans leur aspect final (dans le produit commercial), les fibres minérales d'isolation apparaissent liées chimiquement et physiquement entre elles, formant une structure. On suppose, dans la préparation qui va suivre, que le lien chimique (liant) n'existe pas : soit les fibres sont prises directement à la sortie de l'assiette de production avant que le liant

ne soit pulvérisé, soit ce liant, de composition organique, a été retiré sans dommage pour les fibres, par exemple au moyen d'un four à plasma froid.

Compte tenu de la dispersion des dimensions de ces fibres et du fait que l'on souhaite tenir compte de toutes les classes de dimensions, il ne paraît pas possible de se contenter d'une solution à base de microscopie optique. La résolution limite de la microscopie optique étant de l'ordre de la longueur d'onde de la lumière visible (0,4–0,8 μm), on doit s'attendre, si l'on utilise une telle solution, à sévèrement sous-estimer le nombre de fibres appartenant à la classe de diamètre 0–1 μm .

Une technique à base de microscopie électronique à balayage a donc été retenue.

1.1.1 La préparation CRIR 3

La mesure manuelle des diamètres et des longueurs de fibres n'est pas une chose tout à fait neuve. Dans le cas des fibres minérales d'isolation, une méthode de préparation à fait l'objet d'un standard chez ISOVER SAINT GOBAIN : la méthode CRIR 3 [CRI90].

La préparation CRIR 3 s'attache particulièrement à individualiser les fibres minérales et à éviter de créer des ségrégations par taille de fibres. On cherche à obtenir des échantillons sur lesquels les fibres constituant le matériau seront autant que possible toutes visibles et suffisamment séparées pour qu'un observateur humain puisse les individualiser. Les étapes principales de la méthode CRIR 3 sont les suivantes :

- Une touffe de fibres vierges¹ est extraite du matériau. À l'aide d'un poinçon de diamètre 1,5 mm, on perfore la touffe obtenue en un ou deux endroits, afin de collecter environ 1 mg de fibres. La longueur maximale des fibres est donc ramenée à environ 1 mm par cette opération.
- La quantité de fibres collectée grâce au poinçon est mise en suspension dans environ 10 ml d'eau distillée et désionisée (qualité d'eau utilisable en chromatographie si possible).
- La suspension ainsi obtenue est agitée manuellement ou de préférence au moyen d'un bain ultrasonique, afin de disperser correctement les fibres.
- Cette suspension est passée au travers d'un filtre en matière organique aux pores calibrés de diamètre 0,4 μm . La figure 1.1 présente un schéma du dispositif utilisé. Les filtres actuellement les mieux adaptés sont les filtres en polycarbonate aux pores réalisés par attaque chimique après irradiation (track-etched), tels les filtres réalisés par les sociétés MILLIPORE ou NUCLEPORE.
- Le filtre obtenu est laissé à sécher dans un lieu exempt de poussière, puis métallisé pour observation dans un MEB conventionnel en électrons secondaires.

Au lieu d'un milieu aqueux, on peut utiliser de l'alcool éthylique pour permettre aux fibres déposées sur le filtre de sécher plus vite. En pratique cette précaution est inutile et la dispersion des fibres n'est pas facilitée, selon des expériences menées au CRIR.

On obtient avec cette méthode des images du type de celle de la figure 1.2, obtenue sur un MEB Zeiss DSM 950, au grandissement de 1000 en électrons secondaires. Le grandissement de 1000 a été choisi en premier lieu pour une raison historique, ISOVER SAINT GOBAIN ayant cherché à comparer les résultats obtenus au MEB et ceux obtenus au microscope optique. Or les microscopes optiques ont souvent un grandissement maximal de 1000. Des raisons plus fondamentales nous ont incité à conserver ce grandissement : d'une part les fibres les plus grosses rencontrées ont toujours un diamètre nettement plus petit que les dimensions du

¹Sans lien chimique entre elles.

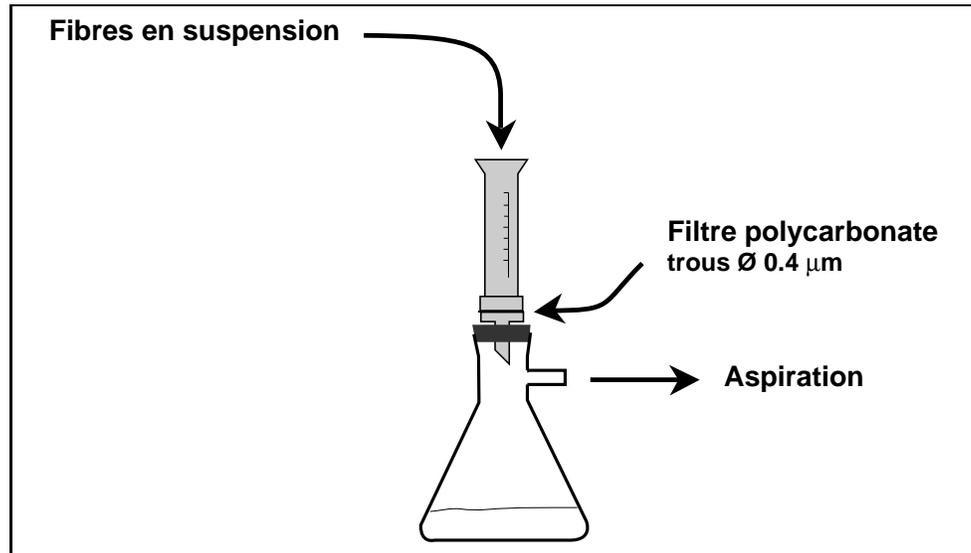


FIG. 1.1: Procédure de filtration d'une suspension de fibres minérales.

champ à ce grandissement, et d'autre part les fibres les plus petites restent toujours visibles.

Les caractéristiques de cette image sont les suivantes :

- La densité de fibre, sans être excessive, est assez grande. On peut compter grossièrement une dizaine de fibres sur ce champ. Un opérateur humain entraîné n'a cependant aucun problème avec un tel nombre.
- La résolution du cliché est excellente. On reste très en deçà des limites du microscope électronique lui-même. Les problèmes de résolution viennent soit de la reproduction, soit de l'étape de digitalisation.
- On constate un fort contraste général sur l'image, y compris sur le fond du filtre organique. Par exemple les pores du filtre sont très apparents. Le centre des pores apparaît noir tandis que leur contour est relativement brillant. La disposition des pores sur le filtre fait penser par endroits à des structures fibreuses par endroit². Le fond est très texturé.
- On observe une grande quantité d'objets non fibreux sur l'image. Cette caractéristique n'est pas forcément présente, elle dépend du type d'échantillon. De plus ces objets clairement non fibreux sont aisément repérés comme tels par un opérateur humain.
- Les fibres minérales apparaissent pour la plupart en blanc, sauf pour les fibres les plus fines, qui possèdent un niveau de gris plus faible et qui sont assez difficiles à repérer à cause du contraste sur le fond du filtre. Certaines fibres sont quasiment invisibles dans les conditions de l'image présentée.

Sur l'image de la figure 1.3, obtenue dans des conditions semblables, avec une densité de fibres plus faible, ces caractéristiques restent vraies. On constate d'autre part un phénomène supplémentaire : le *flamboisement* ou *effet de bord* des arêtes des fibres les plus grosses.

L'aspect des images de fibres minérales en électrons secondaires peut s'expliquer qualitativement de la façon suivante :

L'équation A.2 est une modélisation du rendement en électrons secondaires émis en fonc-

²Parfois ce sont des petits plis de la membrane du filtre qui apparaissent comme des petites fibres

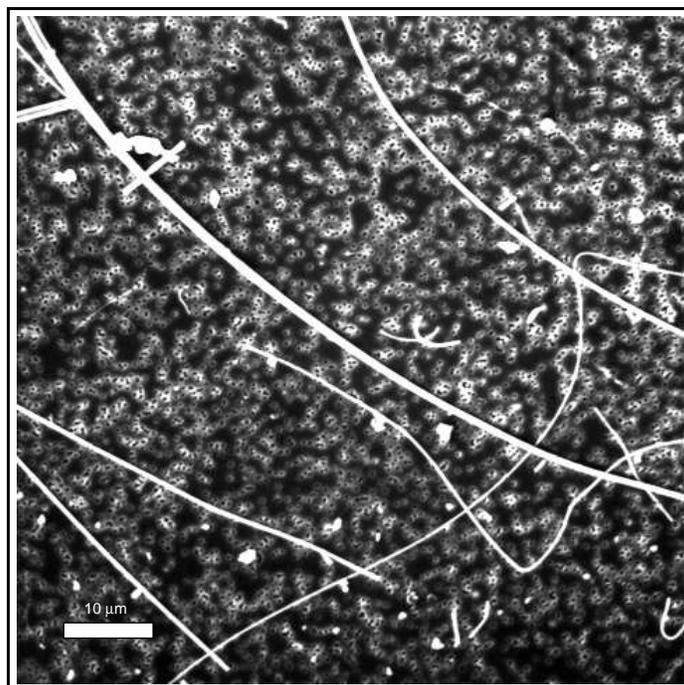


FIG. 1.2: Exemple d'image de fibres minérales par la méthode CRIR 3.

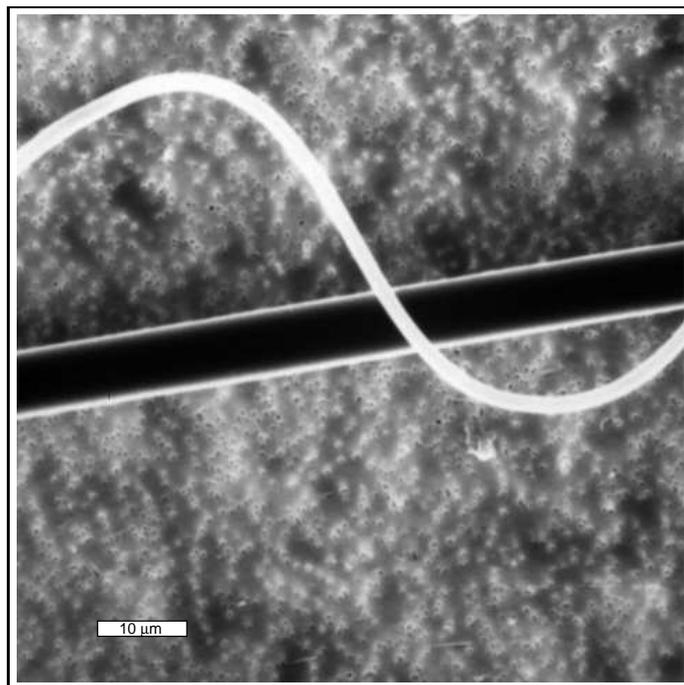


FIG. 1.3: Autre exemple d'image de fibres minérales par la méthode CRIR 3.

tion de l'angle d'attaque entre le faisceau incident et l'échantillon :

$$\eta^s(\theta) = \eta_0^s / \cos \theta$$

La valeur η_0^s est le rendement en électrons secondaires émis lorsque le faisceau pénètre l'échantillon selon un angle normal à sa surface. On constate que cette expression tend vers $+\infty$ quant θ tend vers $\pi/2$. Physiquement, ce résultat est en fait limité par la surface de l'échantillon effectivement affectée par le faisceau, mais il signifie que le rendement en électrons secondaires des arêtes de l'échantillon parallèles au faisceau sera élevé. En d'autres termes, ces arêtes apparaîtront très blanches, d'où l'aspect des pores et des grandes fibres en imagerie des électrons secondaires (voir figure 1.4). Ce flamboiement apparaîtra d'autant plus marqué que la fibre observée sera grosse. En effet, la surface de fibre entre $\pi/2 - d\theta$ et $\pi/2$ près des bords visibles de la fibre est d'autant plus grande que la fibre est de diamètre élevé.

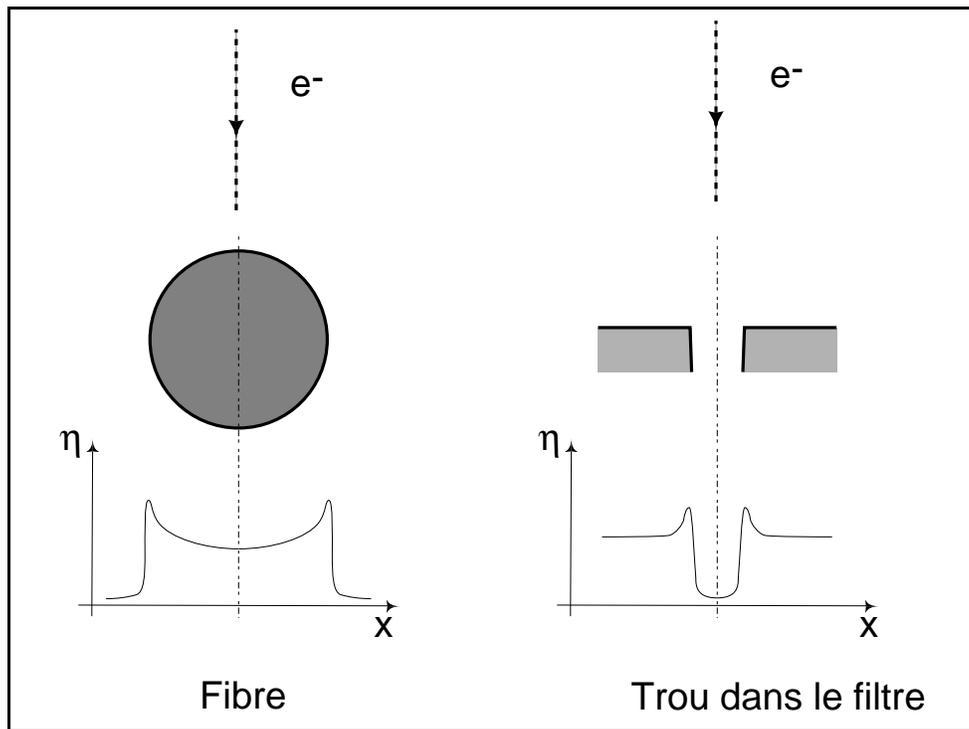


FIG. 1.4: Allure du rendement en électrons secondaires pour une fibre et un pore dans le filtre.

1.1.2 Mesure automatique

Les images obtenues par la méthode CRIR 3 sont de qualité tout à fait suffisante pour la mesure manuelle des fibres. Les images présentées à la section précédente ne rendent pas justice à la qualité de détail que l'on peut observer directement sur l'écran du microscope. Dans le cadre d'une mesure manuelle, si une partie de l'image est de qualité moindre, ou si un doute subsiste quant au caractère minéral et fibreux de tel ou tel objet apparaissant sur l'écran, il est toujours possible de modifier les conditions d'observation du microscope et d'en tenir compte.

Dans le cas d'une mesure par un automate, on doit se contenter de la qualité d'image fournie par la carte d'acquisition de la station de travail de l'automate. On doit supposer que le grandissement reste fixe et que les champs sont choisis uniquement sur des critères de position générale sur le filtre, et indépendamment de leur contenu. En effet, juger de la qualité générale d'une image donnée est encore un critère un peu flou, et le problème de l'intervention sur les différents paramètres d'observation pour optimiser cette qualité est pour l'instant sinon hors de portée des machines actuelles, du moins largement situé en dehors du domaine de ce projet de recherche.

On a donc tout intérêt à simplifier la vie de l'automate et celle de l'équipe chargée de sa conception en optimisant le plus possible la qualité minimale proposée à l'analyse de l'automate.

La qualité des images fournie par la méthode CRIR 3 n'est pas tout à fait optimale dans le cadre d'une mesure automatique. Si le contraste des fibres les plus grosses par rapport au fond du filtre est adéquat pour une segmentation relativement aisée, l'existence par exemple d'un bruit de fond ayant des caractéristiques semblables aux fibres les plus fines (causé par exemple par l'alignement fortuit de halos brillants autour des pores du filtre) rend une segmentation fiable de ces fibres extrêmement difficile à réaliser. On a donc songé à optimiser les conditions d'observation afin d'améliorer la qualité générale des images, du point de vue de l'automate.

On va surtout chercher :

- À diminuer l'aspect texturé du fond du filtre et le bruit sur ce fond de manière générale.
- À diminuer l'importance du flamboiement des arêtes. Les arêtes brillantes des grosses fibres ressemblent énormément à des fibres individuelles plus petites. Faire la distinction pour un automate n'est pas forcément aisé.
- À augmenter le contraste des fibres les plus fines par rapport au filtre.

1.2 Optimisation des conditions d'observation

Pendant la durée de cette étude l'auteur a eu la chance de pouvoir effectuer un séjour de 18 mois au MIT, au centre des sciences des matériaux et d'ingénierie, dans le laboratoire placé sous la direction du professeur L. Hobbs. Si l'objectif de ce séjour n'était pas uniquement de tenter de régler le problème de l'imagerie électronique des fibres minérales, il est clair que ce problème se posait.

1.2.1 Intérêt de l'utilisation d'un microscope environnemental

Le centre des matériaux du MIT est équipé d'un microscope environnemental (voir section A.7.2) : un ELECTROSCAN (compagnie qui a introduit sur le marché les microscopes environnementaux). À l'époque de mon séjour il était peu utilisé car encore trop récent. Vu la facilité de préparation de l'échantillon pour cet appareil (pas de métallisation), il était naturel de l'essayer sur nos échantillons.

1.2.1.1 Conditions d'observation et résultats

Par rapport à la méthode CRIR 3 telle que décrite plus haut, nous nous sommes contentés de diminuer le nombre de fibres sur l'échantillon d'un facteur 10 environ (afin de réduire les probabilités d'agrégation). Nous avons utilisé une solution aqueuse légèrement basique (pH 9–10 obtenu par ajout d'ammoniaque) pour réaliser notre suspension de fibres afin de faciliter

la séparation des amas, en supposant que la majorité des attractions entre fibres étaient d'origine électrostatique. Nous n'avons pas réalisé de métallisation, et nous avons utilisé un MEB environnemental en mode d'imagerie des électrons secondaires.

La figure 1.5 présente un exemple de résultat obtenu.

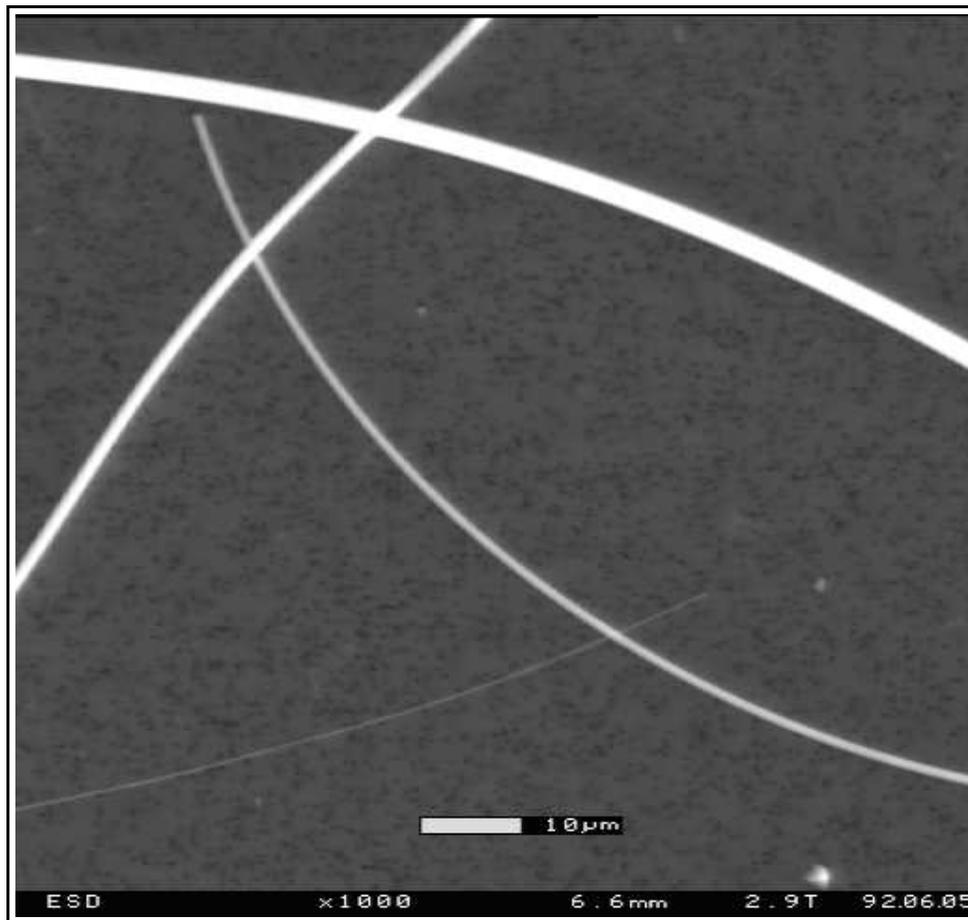


FIG. 1.5: Exemple d'image de fibres minérales dans un MEB environnemental.

Cette image est intéressante à plus d'un titre. On constate qu'elle remplit tout à fait notre cahier des charges : pas de flamboiement des arêtes visibles, pas de halo autour des pores du filtre, et contraste important entre les fibres et le fond de l'image. Pourquoi un si bon résultat ?

1.2.1.2 Interprétation des résultats obtenus

Le flamboiement des arêtes dans un MEB environnemental existe bel et bien. Cet effet est particulièrement visible pour les plus grosses fibres, comme dans le cas conventionnel, mais le contraste entre les fibres et le fond est tel qu'elles apparaissent saturées. La figure 1.6 présente un tel exemple de flamboiement des arêtes. On constate qu'il reste moins important que dans le cas du MEB conventionnel.

L'absence de flamboiement des pores et le contraste observé entre les fibres et le fond sont

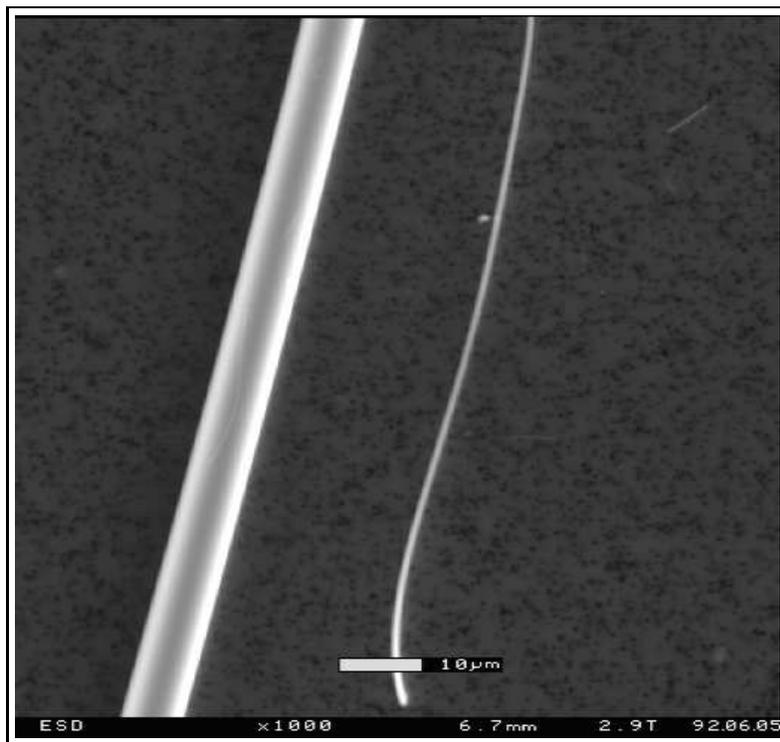


FIG. 1.6: *Effet de flamboisement des arêtes dans un MEB environnemental.*

un peu plus mystérieux, et sont dus sans doute à l'absence de métallisation .

On peut faire l'hypothèse que l'absence de métallisation augmente significativement le volume de la poire d'interaction entre le faisceau incident et le matériau observé, lorsque celui-ci est léger. La métallisation crée effectivement une sorte de bouclier d'une part contre la pénétration du faisceau primaire dans le matériau observé, et d'autre part contre la sortie des électrons rétrodiffusés. Ces effets auraient alors une influence directe sur le nombre d'électrons secondaires créés par les rétrodiffusés.

D'autre part Danilatos [Dan88, pages 213-217] indique que l'image formée par le détecteur d'électrons secondaires (à excitation de gaz) au MEB environnemental, tient en fait compte d'une part des électrons secondaires de haute énergie et d'autre part des électrons rétrodiffusés de basse énergie. En effet, les électrons secondaires de trop faible énergie ne peuvent pas ioniser les molécules de gaz de l'enceinte, et les électrons rétrodiffusés de grande énergie interagissent plutôt avec le noyau des atomes des molécules de gaz.

Un fait reste acquis : même dans les meilleures conditions d'observation, la résolution du MEB environnemental reste très inférieure à celle d'un MEB conventionnel lorsqu'on observe des matériaux légers en électrons secondaires, toutes choses égales par ailleurs hormis les conditions dans l'enceinte et la présence ou non de métallisation. La figure 1.7 présente par exemple un échantillon identique pris dans des conditions semblables (20 kV, grandissement 5000), l'un au MEB conventionnel et l'autre à l'environnemental.

Notons qu'il est pour le moment nécessaire d'utiliser une tension d'accélération importante dans les microscopes environnementaux. L'obtention d'une image est conditionnée au maintien dans l'enceinte d'un gaz ionisé, et l'ionisation de ce gaz réclame une tension assez forte ($U \geq 10$ kV). La documentation d'ELECTROSCAN[ESE91] indique que la résolution théorique d'un

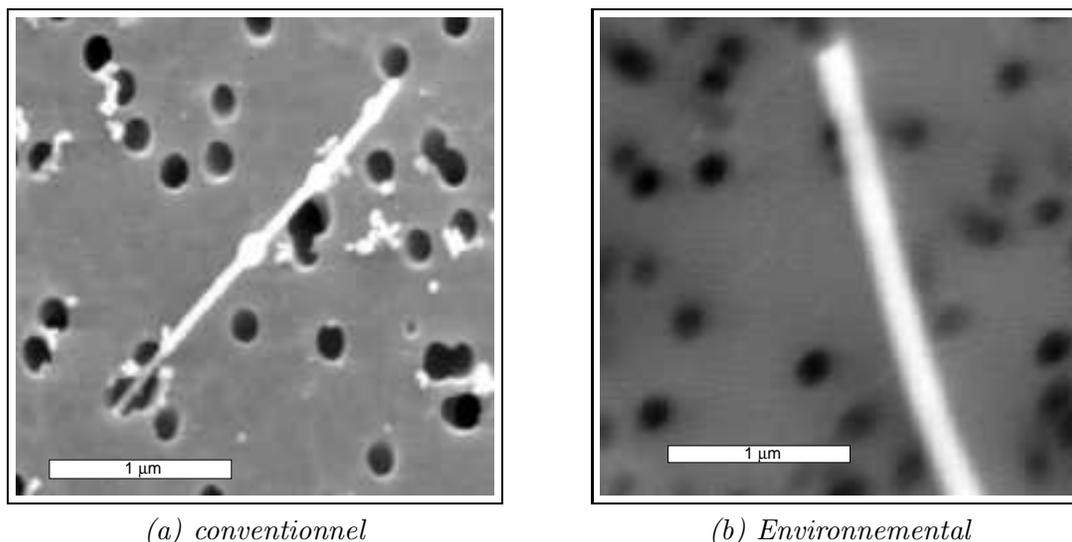


FIG. 1.7: Comparaison entre les résolutions d'un MEB standard et d'un environnemental.

MEB environnemental est comparable à celle d'un MEB conventionnel de qualité moyenne, soit 10 à 15 nm. Cette documentation ne précise pas le matériau sur lequel cette résolution est atteinte, mais présente une image d'un échantillon métallique à fort grandissement. Nous avons pu constater que sur des échantillons métalliques, la résolution de l'environnemental était meilleure que celle obtenue à la figure 1.7b, que l'on estime sur ce détail de cliché entre 30 et 50 nm.

On a vu au chapitre précédent que la résolution théorique d'un MEB en électrons secondaires vrais ne dépend pratiquement que du diamètre de la sonde électronique (voir section A.5). Cette résolution est souvent diminuée par l'émission d'électrons secondaires générés par des électrons rétrodiffusés. Dans un MEB classique cette influence est souvent faible ou négligeable. L'hypothèse que nous avons faite plus haut revient donc à dire que cette émission n'est plus négligeable dans le cas du MEB environnemental, et donc que l'image en électrons secondaire est fortement entachée d'un signal provenant des électrons rétrodiffusés.

Cet effet a cependant dans notre cas un côté positif : si notre hypothèse est exacte, c'est à dire si l'émission d'électrons secondaires créés par les électrons rétrodiffusés constitue une partie importante du signal, l'image des électrons secondaires comporte une forte information sur le contenu chimique du matériau observé, à l'instar de l'image en électrons rétrodiffusés, puisque le rendement en électrons rétrodiffusés est plus élevé pour les matériaux lourds que pour les matériaux légers. Dans notre cas, une fibre minérale apparaîtrait donc plus lumineuse qu'une surface en polycarbonate. C'est bien ce qu'on observe en effet.

En quelque sorte, dans un MEB environnemental, on « regarde » directement le matériau qui nous intéresse, au lieu de « regarder » une couche d'or.

Quant à l'absence quasi-totale de flamboiement des pores du filtre, elle peut être mise au compte du fait que, la résolution étant plus faible, l'effet du faisceau à l'endroit de l'arête des pores doit être intégré sur une plus large surface, et donc devient moins sensible. On a constaté également que le filtre en polycarbonate non protégé par une métallisation subissait une attaque de la part du faisceau incident d'électrons, visible même à l'œil nu (le filtre

apparaît brûlé aux endroits où le faisceau s'est attardé). Il est donc possible qu'en particulier les arêtes des pores du filtre soient érodées sous l'action du faisceau. Auquel cas il n'y aurait plus d'arêtes vives du tout et donc plus de flamboiement.

Dans tous les cas, même si l'interprétation qui en a été faite se révèle non-valable, il reste que la qualité d'image obtenue dans un MEB environnemental est quasiment idéale pour notre application. La perte de résolution du microscope n'est pas ressentie aux grandissements utilisés (1000), le contraste entre les fibres et le fond est bien meilleur que dans un MEB conventionnel, et l'image est très peu bruitée. Au niveau des inconvénients de l'utilisation d'un MEB environnemental dans le cadre de cet étude, on peut citer son prix, bien sûr. Bien qu'il ne faille pas juger uniquement sur le microscope utilisé au MIT, il semble tout de même que ce type de microscope soit d'un maniement nettement moins aisé que les MEB conventionnels les plus récents, malgré la facilité qu'apporte l'absence de métallisation. Nul doute que ce défaut sera corrigé dans les générations suivantes de microscopes environnementaux.

1.2.2 Optimiser les résultats d'un MEB conventionnel

Pourquoi, si les résultats sont si intéressants, ne pas s'arrêter là et se concentrer sur le problème de l'analyse des images obtenues? Non que la question de la segmentation des images issues d'un MEB environnemental se résolve en un quart d'heure, ni ne soit de celles qu'on écarte, mais des impératifs de coût et de rentabilité sont aussi à prendre en compte. Si une méthode fiable et efficace d'analyse automatique d'images de fibres minérales venait à voir le jour, mais qu'elle réclamait en plus de celui de la machine d'analyse d'images l'achat d'un microscope électronique particulièrement coûteux, elle aurait sans doute moins de succès qu'une méthode également fiable et efficace, mais se contentant d'un microscope existant. D'autre part, une fois loin du MIT, sur quelles images valider les algorithmes développés?

On verra au chapitre 5 que dans une certaine mesure les images venues du MIT ont servi « d'étude de faisabilité », montrant que l'analyse d'images de fibres minérales était possible et donnait des résultats satisfaisants. Nous verrons en effet au chapitre 7 que la qualité des images obtenues avec le microscope environnemental nous a permis d'obtenir relativement tôt dans ce projet des histogrammes de diamètres de fibres intéressants. Il restait à voir si des résultats de qualité équivalente pouvaient être obtenus sur des images a priori plus difficiles, et s'il était possible d'améliorer les conditions d'imagerie pour rendre cette adaptation moins problématique.

1.2.2.1 Utiliser l'information du numéro atomique

Nous avons fait l'hypothèse que le contraste intéressant que nous obtenions dans le cas des images prises au MEB environnemental provenait de l'information sur le numéro atomique du matériau observé. Puisque les fibres (minérales) étaient plus massives que le fond du filtre (organique), elles apparaissaient plus brillantes.

Pour reproduire ce résultat, la solution la plus aisée consiste à observer l'échantillon en électrons rétrodiffusés. La procédure naturelle dans ce cas est de métalliser l'échantillon avec un corps conducteur léger, tel le carbone, afin de ne pas réduire le contraste.

Comme nous l'avons vu à la section A.6, la métallisation au carbone, très directive, se prête très bien aux surfaces planes, mais moins aux surfaces accidentées, de plus elle est très fragile et ne retient pas en place les fibres sur l'échantillon lors des déplacements de celui-ci. Sur certaines images, on obtient donc des zones sombres ou brillantes, indiquant des zones

chargées, et on voit parfois la trace d'une fibre qui a été déplacée. Le filtre en dessous de celle-ci n'a pas été métallisé, et apparaît plus sombre que le reste du filtre. On observe ces effets sur la figure 1.8.

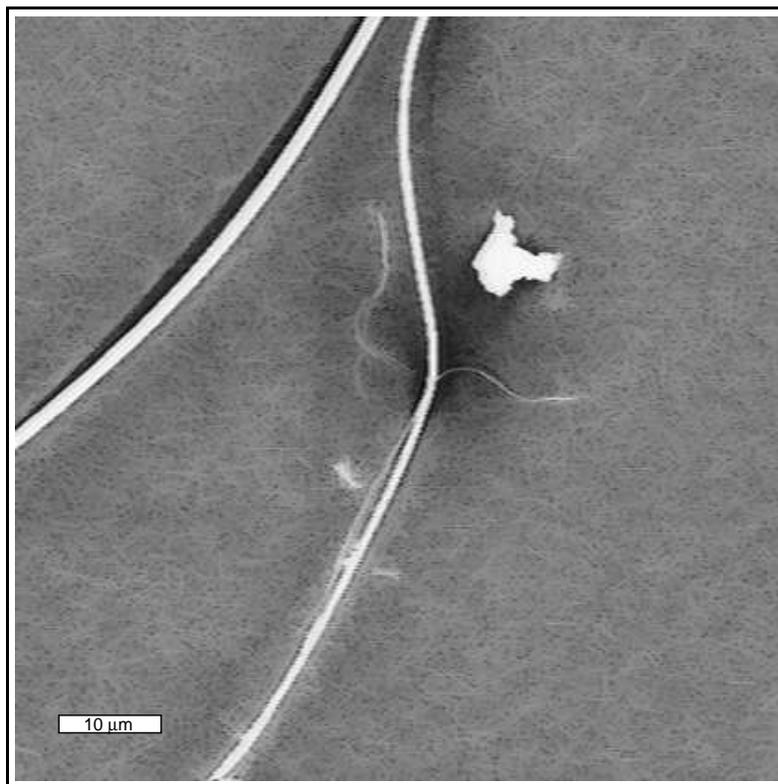


FIG. 1.8: *Partie d'un échantillon mal métallisé au carbone.*

Il est possible de remédier au premier de ces défauts par une métallisation au carbone sur une platine tournante à plusieurs axes de rotation, ou au moins à axe de rotation incliné par rapport à l'axe moyen du jet métallisant. On peut ainsi métalliser une plus grande part de l'échantillon, en enrobant mieux les fibres de carbone. Nous ne disposons pas d'une telle platine au moment de cette recherche. Nous avons seulement utilisé une platine à axe de rotation parallèle au faisceau de métallisation moyen.

Une autre solution peut être de métalliser l'échantillon à l'aide d'un corps conducteur relativement léger, tel que le nickel, au lieu du carbone. Le nickel en particulier semble mieux mouiller les fibres minérales que le carbone. On obtient le résultat de la figure 1.9 :

Cette image appelle quelques commentaires. Tout d'abord le contraste entre les fibres et le fond paraît de bonne qualité. Le fond du filtre est de plus dépourvu de texture gênante. On remarque cependant que les fibres les plus fines apparaissent floues (flèche), au point de devenir quasiment invisibles, et de fait on constate une résolution assez moyenne sur l'image. Comme on travaille en rétrodiffusés et que la poire d'interaction en particulier entre le fond du filtre et le faisceau incident est de grande taille, cela n'est pas très surprenant. Un effet positif de cette basse résolution est une absence totale de halo brillant autour des pores du filtre.

On peut chercher à améliorer ce point, d'une part en jouant sur les paramètres du mi-

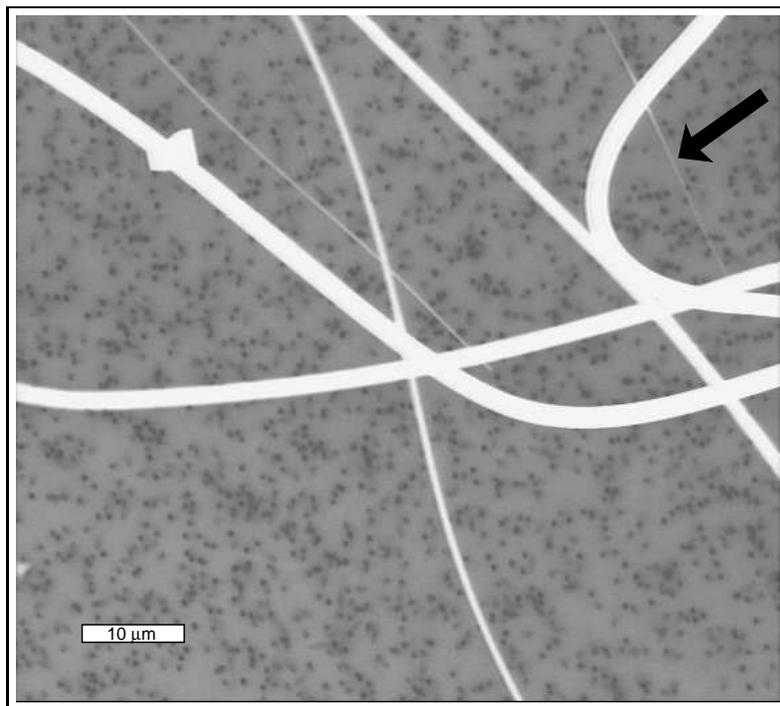


FIG. 1.9: Résultat obtenu avec une métallisation au nickel.

croscopie (courant de sonde, haute tension, etc) pour diminuer la taille de la poire (sans trop augmenter le bruit), d'autre part en modifiant encore un peu la préparation, comme nous allons le voir.

1.2.2.2 Augmenter la résolution

La faible résolution des images obtenues en rétrodiffusés sur le fond du filtre, qui perturbe la vision des fibres minérales les plus fines, provient essentiellement du faible numéro atomique du matériau du filtre (polycarbonate). On peut augmenter artificiellement le numéro atomique moyen de ce filtre par exemple en le pré-métallisant avec un métal assez lourd. L'or convient tout à fait. Cette technique relativement peu courante nous a été suggérée par le docteur Robert Hamilton, du centre de recherche de la société Schuller.

La procédure, très simple, est la suivante : on métallise le filtre à l'or avant son utilisation selon une procédure standard (métallisation par pulvérisation cathodique, par exemple). Le filtre ainsi pré-métallisé est utilisé comme un filtre normal dans le cadre de la méthode CRIR 3. Une fois sec, on re-métallise le filtre, avec le dépôt de fibres cette fois, à l'aide d'un corps léger. Le nickel convient bien si on ne peut disposer d'une bonne platine tournante pour l'évaporation du carbone. On observe le tout en électrons rétrodiffusés.

Comme les endroits du filtre où on ne voit pas de fibres sont métallisés deux fois (or et nickel), on n'a pas vraiment besoin que la couche d'or inférieure soit parfaitement conductrice. On peut donc jouer avec l'épaisseur d'or déposée pour obtenir un effet variable. On ne cherche pas à obtenir un dépôt trop important car alors le fond de l'image devient plus brillant que les fibres. Puisque les pores du filtre resteront sombre de toute manière, on aura un bruit de fond de même nature (sombre) que les filtres que l'on cherche à détecter, ce qui compliquerait

notre tâche de manière insupportable.

Plus la couche d'or sera importante, plus le filtre aura un numéro atomique moyen Z élevé, et plus le fond du filtre apparaîtra brillant sur l'image, donc moins le contraste entre les fibres et le fond du filtre sera bon. Par contre, moins la couche d'or sera importante, moins la résolution sur le fond du filtre sera bonne. Il est difficile de prévoir théoriquement pour quelle épaisseur de couche on obtiendra les meilleurs résultats, on a donc tenté la manipulation sur plusieurs échantillons différents. Un exemple de résultats est donné sur la figure 1.10.

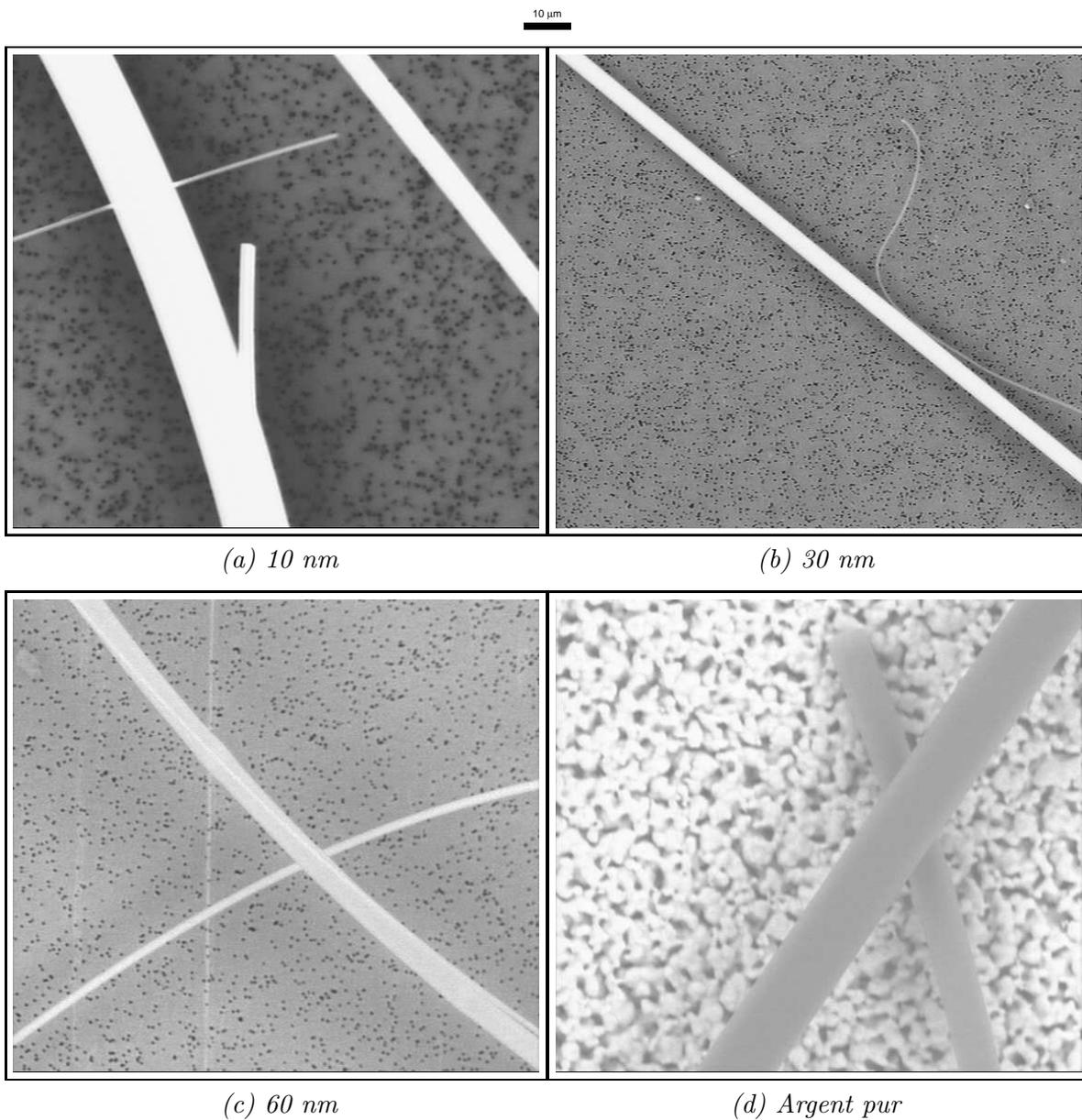


FIG. 1.10: Double métallisation. Contraste observé pour différentes épaisseurs d'or déposées et pour un filtre en argent. Toutes les images ont le même grandissement.

Sur cette figure les images a à c ont été obtenues avec des filtres pré-métallisés avec une

couche d'or variant de 10 à 60 nm, l'image d a été obtenue en utilisant directement un filtre en argent, elle représente le cas limite de l'étude. Toutes ces images ont été métallisées une fois les fibres déposées avec du nickel (en couche moyenne de 20 à 40 nm). Les observations ont été faites dans les mêmes conditions microscopiques (haute tension 30 kV, électrons rétrodiffusés, petite ouverture, même distance de travail). Les conditions de visualisation ont un peu changé pour atténuer les différences (en particulier, pour les images b à d , le contraste vidéo est au maximum, alors qu'il ne l'est pas pour l'image a).

On constate que, comme prévu, le contraste entre les fibres et le fond diminue pour une épaisseur d'or croissante, l'image a est quasiment équivalente à l'image de la figure 1.9. Pour l'image c , les niveaux de gris du fond et des fibres sont quasiment identiques. Pour l'image d , on a un fond plus brillant que les fibres. On constate bien à l'écran une résolution croissante avec l'épaisseur d'or. Par exemple les halos autour des pores du filtre réapparaissent, tout en restant de faible importance.

Il semblerait que l'optimum soit obtenu pour couche moyenne d'or (30–40 nm), cas des images b ou c , pour lesquelles le contraste obtenu n'a pas trop diminué par rapport au cas limite sans pré-métallisation, et pour laquelle la résolution est devenue meilleure que la résolution de l'image.

1.2.2.3 Faire varier la taille des pores du filtre

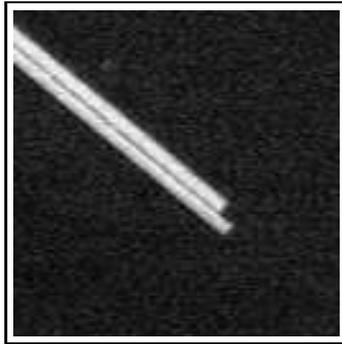
On peut encore améliorer la qualité visuelle de l'image en diminuant la taille des pores du filtre, idée suggérée par Hanton.

Nous avons essayé différentes tailles de pores : 0,03 μm , 0,08 μm , 0,1 μm , 0,2 μm et 0,4 μm . Les résultats obtenus sont reportés sur la figure 1.11 :

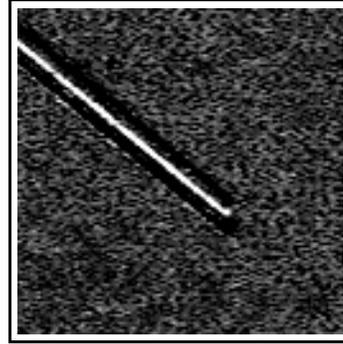
Sur cette figure on a présenté sur les images de gauche (a, c, e, g) un détail des images telles qu'elles apparaissent à l'écran, et sur les images de droite (b, d, f, h) une *transformation chapeau haut-de-forme* de petite taille (voir annexe B) sur ces mêmes images. Ce chapeau haut-de-forme est une transformation morphologique simple qui permet de mieux voir les structures fines et sombres, afin ici de mieux montrer l'influence du niveau de bruit du fond.

L'image a de cette figure semble la plus intéressante : fond très uni, fibres mieux visibles. En fait au niveau de la prise de vue une très petite porosité est préjudiciable : de fait le fond est si uni qu'il est très difficile de mettre l'image au point sur le fond du filtre. L'image en électrons rétrodiffusés n'a pas une très grande profondeur de champ, et on doit être le plus précis possible pour ne pas risquer de rendre une petite fibre invisible par une mauvaise mise au point. En effet une mauvaise mise au point sur une fibre plus grosse n'est pas très grave, au pire on surestime un peu son diamètre (et encore peut on compenser facilement). On ne risque en aucun cas de ne pas la voir. On a vu que les fibres les plus fines ont un contraste très faible avec le fond du filtre. Comme elles sont petites, elles ont une bonne probabilité de se déposer en contact avec le filtre lui-même (plutôt que d'être retenues quelques dizaines de μm au dessus de la surface par une fibre plus grosse), et le meilleur moyen de ne pas les avoir floues sur l'image, au point de ne pas pouvoir les voir du tout, est de mettre au point sur le filtre, à l'aide de sa texture qui est visible partout. Si celle-ci disparaît, la mise au point devient difficile et pénible, et en tout cas plus mauvaise en moyenne. Un histogramme a été réalisé dans ces conditions. Il montre en effet un déficit en petites fibres très clair, même lors du comptage manuel de vérification.

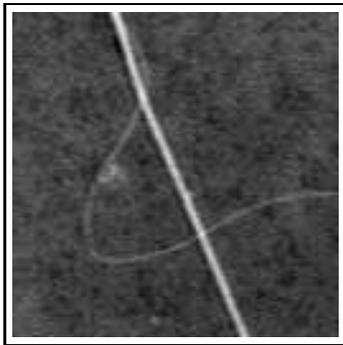
Un autre effet pervers d'un filtre à très petite porosité est que l'opération de filtration correspondant à la méthode CRIR 3 est fortement ralentie, surtout si le filtre a été préalablement



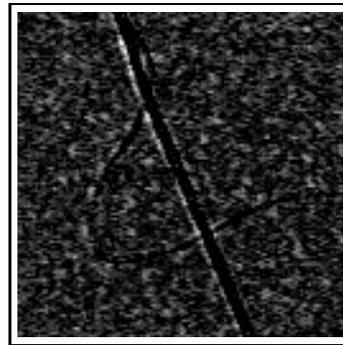
(a) $0,03 \mu m$



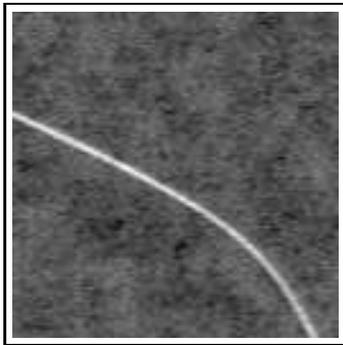
(b) $0,03 \mu m$, top hat noir



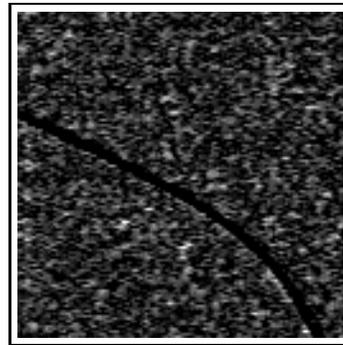
(c) $0,08 \mu m$



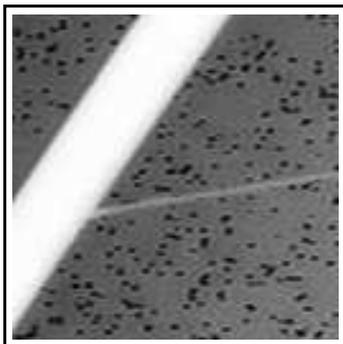
(d) $0,08 \mu m$, top hat noir



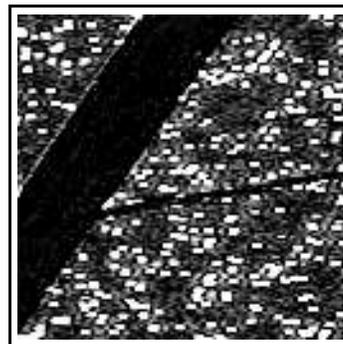
(e) $0,1 \mu m$



(f) $0,1 \mu m$, top hat noir



(g) $0,40 \mu m$



(h) $0,40 \mu m$, top hat noir

FIG. 1.11: Influence de la porosité du filtre. (a,c,e,g) Image obtenue selon le diamètre moyen des pores du filtre; (b,d,f,h) chapeau haut-de-forme noir de ces images, taille 2

métallisé. On peut atteindre des temps de filtration de l'ordre de 20 à 30 minutes, pour 20 ml d'eau au travers d'un filtre de $0,03 \mu\text{m}$ de porosité. À comparer aux 2 à 3 minutes nécessaires pour un filtre de porosité $0,2 \mu\text{m}$, ce qui a les effets suivants :

- On doit faire plus attention aux poussières qui risquent d'entrer dans l'appareil de filtration.
- Sous l'effet de l'aspiration, une partie de l'eau ne passe pas au travers du filtre, mais « autour » (voir figure 1.12), entraînant une partie des fibres avec elle. Par conséquent le dépôt de fibres n'est plus uniforme sur le filtre mais se concentre sur les pourtours de celui-ci. De plus l'entraînement des fibres n'est pas uniforme selon leur taille. On observe une ségrégation très nette, les plus petites fibres étant entraînées le plus facilement, ce qui est à éviter.

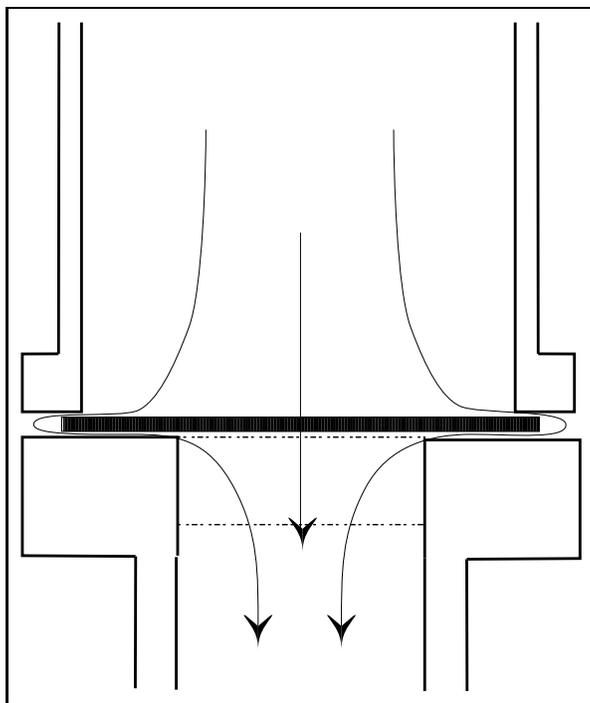


FIG. 1.12: Lorsque la porosité du filtre est trop petite, de l'eau entraînant des fibres passe par les côtés du filtre.

Finalement l'image *b* (chapeau haut-de-forme noir de l'image *a*) montre que le niveau de bruit est assez élevé sur le fond du filtre, et surtout paraît assez aléatoire.

Les images *c* et *e*, au niveau de leur aspect visuel sont quasiment comparables à l'image *a*, leur chapeau haut-de-forme ne présente pas une montée importante du bruit de fond. Pour l'image *f*, ce bruit correspond bien aux pores du filtre de l'image *e*.

L'image *g* a un aspect très différent. Les pores du filtre deviennent évidents. Le top hat noir *h* de cette image indique très bien l'endroit des pores du filtre.

Au niveau de l'analyse d'image, d'une part les pores constituent une gêne lors de la segmentation des petites fibres, car une fibre de faible diamètre peut apparaître interrompue lorsqu'elle passe au dessus d'un pore, d'autre part les pores du filtre constituent un ensemble pouvant être intéressant lors de la segmentation des fibres d'important diamètre (voir chapitre 5).

La meilleure porosité est donc celle qui endommagera le moins possible l'apparence des petites fibres, tout en restant visible à l'image d'une part pour sa mise au point et d'autre part pour pouvoir être exploitée lors d'une analyse d'image automatique.

Dans notre cas, la porosité de $0,1 \mu\text{m}$ (éventuellement $0,08 \mu\text{m}$) semble être acceptable compte tenu de toutes ces contraintes, au grandissement de 1000 utilisé. La qualité d'image à laquelle on doit pouvoir s'attendre correspond donc à celle de l'image de la figure 1.13. Il est à noter que sur cette reproduction, on peut douter de la présence des pores sur le filtre. C'est bien la preuve qu'ils sont à la limite de visibilité compte tenu du grandissement. À l'œil on les distingue cependant très bien sur l'écran du microscope.

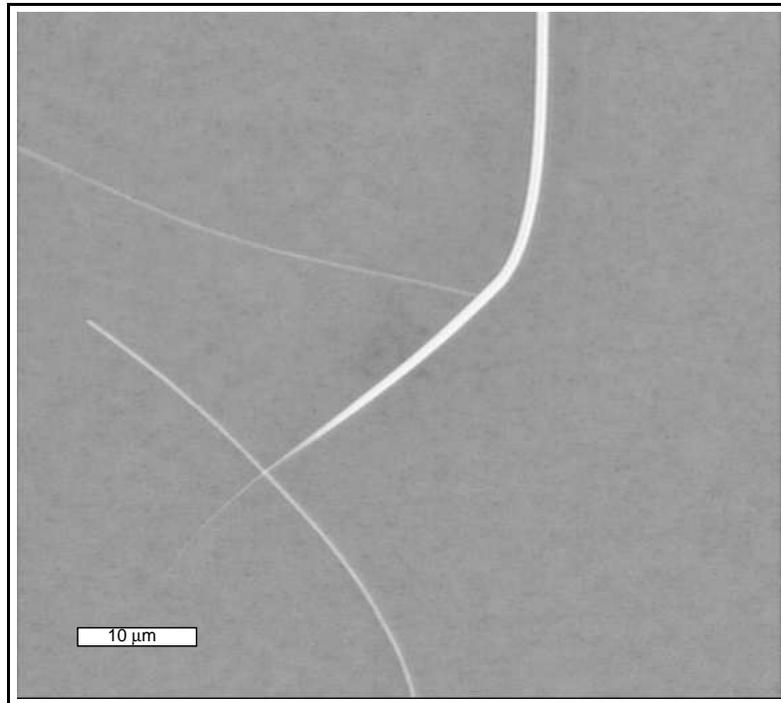


FIG. 1.13: Exemple de qualité d'image retenue.

En résumé on peut dire que cette image présente un contraste correct entre le fond et les fibres et que le fond du filtre est relativement uni, suffisamment uniforme pour qu'il ne gêne pas la vision des plus petites fibres (sur l'image de la figure 1.13, la plus grosse des fibres sur le filtre possède une extrémité particulièrement étirée. Le diamètre final de l'extrémité est de $0,15 \mu\text{m}$ approximativement, et elle est toujours visible. On est donc à peu près sûr que même les plus petites fibres seront visibles). Ce fond est toutefois suffisamment repérable pour qu'il soit utilisable, d'une part au moment de la prise d'image, comme repère visuel pour la mise au point, et d'autre part, éventuellement, si on souhaite se servir de ce repère pour la segmentation des plus grosses fibres.

On considère que cette image est plus facile à analyser que l'image de la figure 1.2. On a donc bel et bien progressé.

1.3 Fibres en coupe polies

Dans le cas où l'on se contente de la mesure du diamètre des fibres minérales, et qu'on accepte ou qu'on recherche une pondération par la longueur des fibres, une observation des fibres par la tranche suffit. Michel Degenne, ancien employé de la société ISOVER SAINT GOBAIN propose la préparation suivante [Deg89] :

- Une touffe de fibres vierges est extraite du matériau. Les fibres constituant cette touffe sont grossièrement parallélisées à la main et comprimées dans la direction perpendiculaire à la direction privilégiée des fibres de cette touffe.
- cette touffe est imbibée puis plongée dans une résine. On laisse durcir. On obtient un cylindre de résine contenant une touffe de fibres majoritairement alignées dans la direction de l'axe du cylindre.
- Ce cylindre est coupé en sa moitié longitudinale, perpendiculairement à son axe. La coupe obtenue est ensuite polie.
- La surface de la coupe polie est métallisée au carbone et observée en électrons rétrodiffusés.

Cette préparation est plus longue et plus complexe que la préparation pour les fibres à plat, mais bien maîtrisée, elle donne des résultats visuellement excellents (figure 1.14).

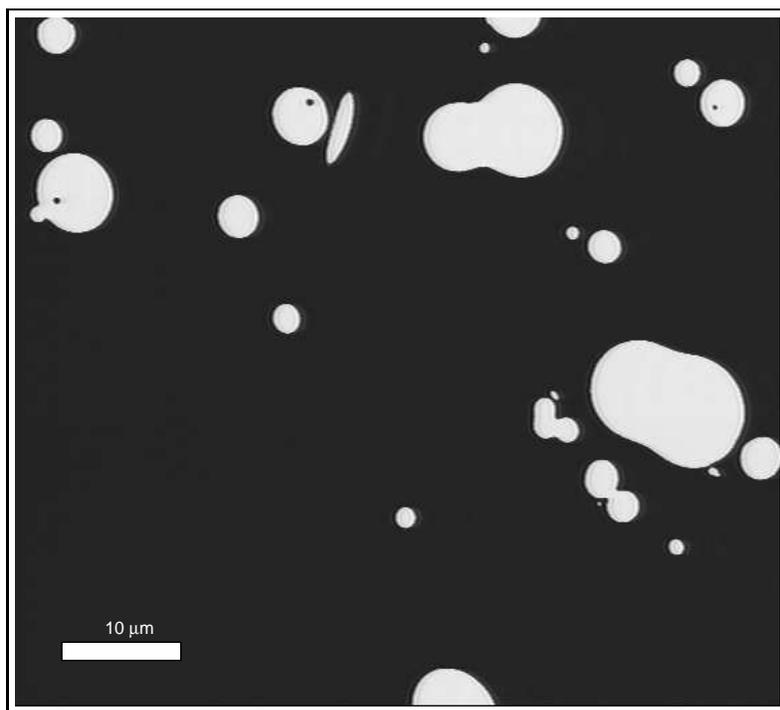


FIG. 1.14: Exemple d'image de coupes polies.

On peut exploiter au mieux dans ce cas la différence de numéro atomique entre les fibres et la résine. La résolution est excellente, le contraste quasi-maximal (l'image est pratiquement binaire), et l'analyse automatique de ces images bien plus aisée que dans le cas des fibres à plat.

La raison pour laquelle on ne souhaite pas se limiter à cette méthode est d'une part la difficulté de sa préparation et d'autre part le fait qu'on obtient une information uniquement sur les

diamètres des fibres. L'information sur le diamètre est cependant entachée d'une pondération par la longueur des fibres (dans l'hypothèse où toutes les fibres sont parfaitement parallèles, une fibre est d'autant plus probablement observée dans la coupe qu'elle est longue).

Le problème de l'analyse automatique de ces images a été traité par l'auteur [Tal90]. On retrouvera cette étude, avec quelques détails supplémentaires, au chapitre 4.

Conclusion

Nous nous sommes intéressés, dans ce chapitre, à l'obtention d'images de fibres minérales d'isolation de bonne qualité, en vue d'un traitement automatique. Nous avons critiqué de ce point de vue les images fournies par la méthode en pratique chez ISOVER SAINT GOBAIN pour des mesures manuelles. Nous avons proposé une méthode performante qui suppose essentiellement de changer complètement de microscope, et d'utiliser un MEB environnemental. Dans les cas où cette possibilité est exclue, nous nous sommes attachés à optimiser les images que l'on peut obtenir dans un MEB classique en faisant appel à l'imagerie en électrons rétrodiffusés, qui permet de mettre à profit le contraste de numéro atomique. Nous avons proposé des procédures de métallisation inhabituelles, pour réduire l'influence négative de l'utilisation des électrons rétrodiffusés sur la résolution. Nous avons enfin recommandé l'utilisation de filtre de porosité plus faible que celle prescrite par le standard, afin de simplifier les images obtenues.

Il est difficile de se faire une idée a priori de l'importance réelle de chacun des paramètres de préparation. La décision finale d'utiliser telle ou telle qualité d'image parmi celles proposées dépend vraiment du matériel utilisé, et des résultats donnés par l'analyse automatique de fibres à plat. Dans le cadre de notre étude, il semble qu'utiliser :

- le microscope électronique standard en mode d'imagerie des électrons rétrodiffusés,
- une double métallisation or-nickel, d'épaisseur moyenne dans chaque cas,
- un filtre de porosité $0,1 \mu\text{m}$ pour un grandissement de 1000,

donne des résultats corrects et reproductibles, si on décide de se contenter d'un MEB conventionnel.

Nous avons rappelé, en fin de chapitre, l'existence d'une excellente méthode pour obtenir des images de fibres en coupe. Cette méthode reste un acquis, mais l'analyse des coupes polies ne peut prétendre remplacer l'analyse plus complète possible sur des images de fibres à plat.

Deuxième partie

Algorithmes

Introduction

Cette partie concerne plus particulièrement les algorithmes d'analyse d'images que nous avons conçus tout au long de ce travail de recherche. Nous entendons ici *algorithmes* au sens soit de développement de transformations morphologiques nouvelles (« briques » élémentaires), soit de mise en œuvre efficace de transformation existant déjà. Nous ne l'entendons pas au sens de mise en œuvre de suites de transformations élémentaires dans le but de réaliser un filtrage ou une segmentation. Nous parlerons plutôt dans ce dernier cas de *méthode*.

J. Serra, dans le rapport annuel de l'École des Mines [EMP92], cite souvent la science informatique en dernier, dans l'ordre des disciplines qui composent la morphologie mathématique. Non pour en diminuer l'importance, mais pour bien signifier au contraire que c'est dans la réalisation effective et efficace des idées théoriques sous forme de programmes et de machines d'analyse d'image que cette construction prend une grande partie de son intérêt. De plus, il souligne que toutes les grandes avancées théoriques en morphologie mathématique ont pu voir le jour grâce aux progrès constants des ordinateurs, aussi bien en rapidité qu'en capacité et aux qualités croissantes des programmes.

C'est pourquoi il ne faut pas s'étonner de voir qu'à la suite de réflexions plus ou moins poussées sur un problème donné, on finisse par trouver que l'implémentation disponible même des algorithmes les plus simples en apparence n'est pas tout à fait satisfaisante, ou bien qu'une transformation particulière bien que décrite théoriquement n'est pas disponible dans les faits. Une grande part du travail de recherche effectué est donc passée dans le développement de nouveaux algorithmes.

Vincent [Vin90] et Gratin [Gra93], dans leurs thèses respectives, ont proposé une liste des qualités que doit posséder un algorithme. Ce sont :

- La rapidité. Souvent un algorithme particulier ne trouve sa justification que dans le fait qu'il est plus rapide que tous les autres réalisant la même tâche. L'exemple de la FFT vient tout de suite en tête. Rien n'est plus inutile qu'un algorithme résolvant un problème difficile mais qui mettrait un temps plus long que l'âge de la terre pour s'exécuter. Les exemples, hélas, abondent. Notons également que cette notion n'a souvent rien à voir avec la *complexité* d'un algorithme, qui exprime la façon dont son temps d'exécution varie en fonction de la taille du problème. On peut très bien vivre avec un algorithme de complexité exponentielle si l'ensemble des problèmes que l'on veut résoudre avec lui sont de petite taille.
- La justesse. Un programme doit donner un résultat « juste ». Le plus souvent, on demande au résultat du calcul informatique de ressembler le plus possible au résultat mathématique, dans les limites des contraintes du monde physique. Dans notre cas, l'analyse d'image, on bute le plus souvent sur des problèmes de digitalisation et de champ d'image borné. Cependant, sur l'autel de la rapidité du calcul on laissera as-

sez souvent la justesse absolue de côté quand elle n'est pas absolument indispensable. L'exemple du calcul du squelette par amincissements [CC85] vient par exemple à l'esprit. On sait qu'il ne passe pas nécessairement par les centres de boules maximales et que son aspect final peut être différent selon l'ordre dans lequel on prend les éléments structurants pour le réaliser. Cependant, il reste simple et rapide à obtenir (surtout sur machine spécialisée) et conserve la majorité des propriétés du vrai squelette (homotopie, capacité de description de l'ensemble de départ), si bien qu'il est souvent le seul algorithme implémenté sur la plupart des machines et programmes du commerce.

- La polyvalence. Plus un algorithme sera adaptable à des cas d'implémentation différents, plus il sera intéressant. Il est assez rare désormais que l'on développe un algorithme qui ne s'applique qu'à la trame carrée ou hexagonale, et qu'à une ou deux dimensions. Les capteurs d'images font des progrès constant eux aussi (eux les premiers, en fait) ; il paraît donc un peu démodé désormais de ne pas s'intéresser aux images multispectrales (couleur, satellite), ni aux dimensions supérieures à 2. Cependant, comme on le verra plus loin, des progrès sont toujours possibles même dans le domaine des images binaires. Ces progrès sont toujours les bienvenus, car souvent l'analyse d'images, même complexes, se ramène à une suite d'analyses d'images binaires, et ce quelles que soient les dimensions.
- La simplicité. Cette qualité vient en dernier, car on considère souvent qu'elle est plus d'ordre esthétique qu'autre chose. Elle est aussi souvent trompeuse, car un algorithme simple sur le papier peut se révéler horriblement difficile à mettre en œuvre, la réciproque étant également vraie. Toutefois la réelle simplicité d'un algorithme est une qualité rare et appréciée, car elle est le garant d'une mise en œuvre sans faille.

Toutes ces qualités sont bien entendu souvent antinomiques, ainsi que bien difficiles à juger de façon absolue. Par la suite nous indiquerons comment les méthodes et algorithmes que nous présentons se comparent à ceux existants.

Tous les algorithmes que nous proposons sont des programmes pour machines non spécialisées, telles les stations de travail (SUN, NeXT, etc), et sont donc proposés sous forme d'un pseudo-langage ressemblant assez fortement au langage de programmation `Pascal`.

Chapitre 2

Implémentation efficace des opérations morphologiques de base en 2 dimensions

Dans ce chapitre, nous allons nous intéresser à des algorithmes qui permettent d'utiliser des éléments structurants de forme arbitraire dans les opérations de base de la morphologie mathématique, telles que les érosions/dilatations/ouvertures/fermetures, et ce de manière efficace sur des images en niveaux de gris. Nous allons aussi examiner de plus près un sous-ensemble particulier : la classe des opérations à éléments structurants rectilignes, que nous utiliserons un peu plus tard dans le cadre de notre application. Cette classe d'opération permet en plus de générer la classe importante des opérations à élément structurant polygonal régulier de manière particulièrement efficace et rapide. En effet, on montrera que toute opération morphologique à base de ces éléments structurants pourra se faire avec un temps de calcul indépendant de leur taille.

On montrera comment ce principe s'explique dans le cas d'une image digitale en niveaux de gris, comment on peut l'appliquer pour obtenir nos opérations morphologiques, y compris avec des fonctions structurantes, puis comment il se simplifie pour les éléments structurants rectilignes.

Ce chapitre a surtout été inspiré par des discussions avec L. Vincent et P. Salembier, de même qu'à la lecture de la thèse de C. Gratin [Gra93], à propos de sa mise en œuvre de l'algorithme de F. Meyer sur les opérations morphologiques à base de files d'attente hiérarchiques [GMT93]. Ce chapitre doit bien sûr aussi beaucoup à M. Van Droogenbroeck [TV93a].

2.1 Opérations à éléments structurants quelconques

Depuis de nombreuses années, un temps considérable a été dévolu à l'élaboration d'algorithmes performants sur stations de travail pour obtenir les transformations complexes de la morphologie mathématique. On peut citer par exemple l'abondante littérature sur les méthodes pour obtenir la ligne de partage des eaux par tous les moyens, la plupart bien plus efficaces que la méthode triviale [FM87, Mey91, VS91]. Cet effort a porté ses fruits car ces méthodes sont maintenant bien plus *rapides* sur stations de travail que sur matériel spécialisé, du moins pour un petit moment encore, car les spécialistes de la mise en œuvre du silicium

ne chôment pas...

Cependant comparativement moins de temps a été dévolu à l'accélération des algorithmes de base tel l'apparement simplissime érosion par un carré ou un hexagone. La plupart du temps ces opérations ne sont mises en œuvre que par décomposition en éléments appartenant à la trame de base (par exemple, l'érosion par un carré de taille 20 sera réalisé en itérant 20 fois une érosion par un carré de taille 1 en trame carrée).

Pour les opérations à base d'éléments structurants quelconques, jusqu'à il y a très peu, seule existait la méthode consistant, dans le cas d'une érosion, à rechercher en chaque point de l'image le minimum pour tous les points de l'élément structurant. Cette méthode, que nous appellerons *méthode triviale* par la suite conduit à des temps de calcul parfaitement prohibitifs pour les gros éléments structurants, puisqu'elle est équivalente à réaliser autant de passes sur l'image qu'il y a de points dans l'élément structurant, et en pratique, n'était quasiment jamais utilisée. On était donc conduit à se contenter d'éléments structurant approximatifs (octogones, dodécagones...) pour réaliser des granulométries avec des disques euclidiens, par exemple.

Dans le cadre de la morphologie binaire, Vincent [Vin91c] a proposé une solution élégante pour résoudre ce problème, en ne considérant tout d'abord que les pixels des bords des objets et ensuite en se déplaçant le long de ce contour pixel par pixel et en écrivant à chaque étape dans l'image résultat uniquement les pixels qui n'avaient pas pu être atteint à l'étape précédente.

Dans le cadre de la morphologie en niveaux de gris, le problème est plus difficile à résoudre ; cependant Meyer a proposé une solution en 1990 à base de File d'Attente Hiérarchique (FAH, voir annexe B), exploitant elle aussi le recouvrement des éléments structurants [Mey90c]. Cette méthode avait été mise en œuvre tout d'abord par Michel Grimaud [Gri90] dans le cas restreint des éléments structurants hexagonaux. Celui-ci avait conclu que cette méthode n'était pas compétitive avec la méthode par décomposition en hexagones de taille 1 (la méthode standard). Cependant cette conclusion était incomplète. En effet, Gratin, dans sa thèse [Gra93] a montré que l'on pouvait simplifier cette méthode en n'utilisant qu'un simple tri de pixels, et l'appliquer au cas général d'un élément structurant quelconque avec beaucoup de bonheur. La complexité de l'algorithme reste du même ordre de celui qui consiste à considérer systématiquement tous les points de l'élément structurant, (c'est à dire qu'elle reste proportionnelle au nombre de points de l'élément structurant), mais la valeur de la pente de la droite est inférieure d'un facteur de l'ordre de 10 à 50. Toutes choses égales par ailleurs, cet algorithme est donc 10 à 50 fois plus rapide que l'algorithme trivial, ce qui représente un progrès considérable.

Visiblement l'idée forte derrière ces algorithmes est l'exploitation habile des recouvrements. On peut donc être tenté de mettre à profit cette remarque au maximum et de l'exploiter sans s'occuper de trier au préalable les pixels. En dehors du domaine strict de la morphologie mathématique, Huang *et al.* [HYT79] et plus récemment Chaudhuri [Cha90] et enfin Gil et Werman [GW93] ont appliqué cette idée forte dans le calcul des filtres de rangs, dont les opérations d'érosion et de dilatation font partie. Cependant ces auteurs se sont contentés d'une fenêtre de calcul carrée, ce qui est suffisant dans le cadre du filtrage médian. En morphologie mathématique, la *forme* de l'élément structurant est essentielle, et il importe de montrer qu'une telle méthode s'applique également dans le cas général de l'élément structurant quelconque, y compris 3-D.

2.1.1 Principe de base

Nous allons nous limiter pour le moment aux éléments structurants plans et nous prendrons l'exemple de l'érosion.

Pour réaliser une érosion en niveaux de gris par l'élément structurant plan A sur une image I à deux dimensions, il faut, comme nous l'avons vu à l'annexe B, être capable de calculer la plus petite valeur de l'image à l'intérieur d'une fenêtre dont la forme et la taille sont celles de l'élément structurant donné. On attribuera la valeur ainsi trouvée au point dans l'image de sortie dont la position correspond à l'*origine* de l'élément structurant.

Dans le cadre restreint de la morphologie digitale, ce calcul est effectué pour l'ensemble des pixels de l'image, et peut se faire au moyen d'un balayage régulier, par exemple de droite à gauche pour chaque ligne, ce qui correspond à réaliser une petite translation de l'élément structurant à chaque étape. On a la situation de la figure 2.1, où X est l'origine de l'élément structurant A .

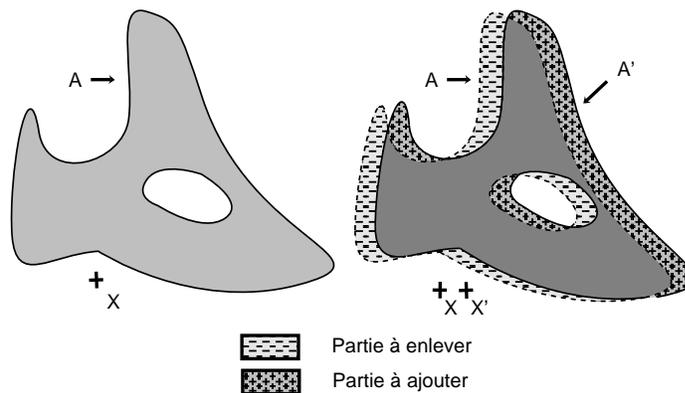


FIG. 2.1: Petits déplacements d'un élément structurant au cours d'un balayage.

Supposons que nous connaissions le minimum à l'intérieur de A . Nous voulons calculer le minimum à l'intérieur de A après la translation $\overrightarrow{XX'}$. Soit A' ce translaté. On constate que l'on connaît déjà le contenu de l'intersection $A \cap A'$ (en gris foncé), soit A auquel il faut enlever une partie (en gris clair). Pour connaître entièrement A' il suffit alors de lui rajouter la partie en gris moyen sur la figure 2.1. Si $\overrightarrow{XX'}$ est effectivement petit, alors les parties à enlever et à rajouter sont petites devant A , et par conséquent, du point de vue informatique, leur contenu est connu rapidement.

Dans le cadre d'un balayage de l'image, sous sommes maintenant avec A' dans la même situation qu'avec A auparavant, et nous pouvons donc réitérer.

D'autre part, pour être capable de calculer effectivement le minimum à l'intérieur de A' , il suffit a priori de garder en mémoire uniquement l'*histogramme* des niveaux de gris des points à l'intérieur de A , puis de faire le décompte des points qui disparaissent et de ceux qui apparaissent dans l'histogramme au cours de la translation vers A' . Le minimum se déduit alors immédiatement du nouvel histogramme des niveaux de gris, qui est bien celui des points à l'intérieur de A' . On conçoit qu'il est plus efficace d'agir ainsi plutôt que de re-calculer le minimum pour tous les points à chaque translation.

D'une manière plus précise, si on considère le temps de recherche du minimum dans

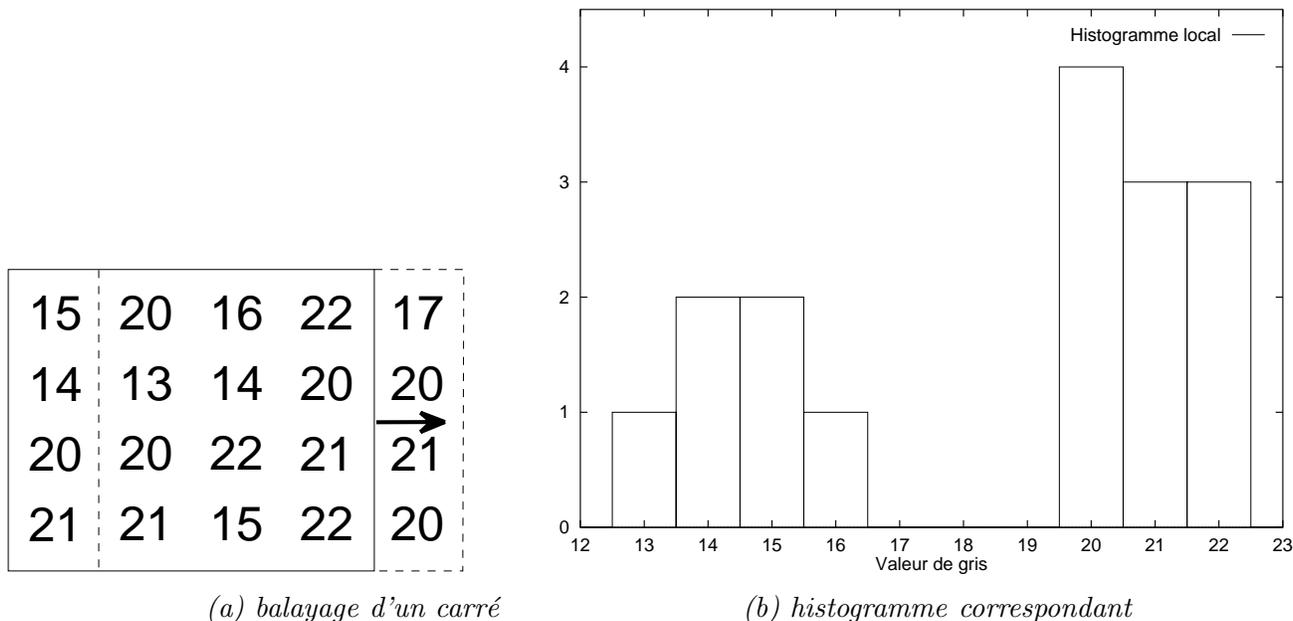


FIG. 2.2: Principe de l'algorithme appliqué en digital sur une trame carrée, dans le cas d'un élément structurant carré (figure par M. van Droogenbroeck)

l'histogramme constant quelque soit la taille de l'élément structurant et si on considère un carré comme élément structurant, le temps de calcul d'une opération de base est proportionnel au nombre de pixels qui sont modifiés au cours du petit déplacement, c'est à dire proportionnel au nombre de pixels sur le côté du carré. La complexité de l'algorithme proposé est donc en $O(\sqrt{N})$, pour un carré $N \times N$. Ceci est à comparer à la complexité de la méthode triviale, qui est proportionnelle au nombre de pixels de l'élément structurant, soit en $O(N)$.

Maintenant si nous voulons opérer une dilatation sur l'image de départ, il nous suffit d'appliquer le même principe, mais de rechercher le maximum des niveaux de gris au lieu du minimum. Ce principe est également applicable à d'autres opérations que les opérations morphologiques (filtre de rang, moyenne mobile...), mais on cherche rarement dans ces derniers cas à traiter le cas général de la fenêtre quelconque.

2.1.2 Mise en œuvre

Ce principe simple étant posé, il faut maintenant pouvoir l'appliquer aux images digitales. La figure 2.2 rappelle le principe de base de l'algorithme dans le cas où l'élément structurant est un petit carré en trame digitale carrée.

Dans le cas digital, nous allons réaliser un balayage ligne par ligne. Il nous est donc seulement utile de savoir traiter le cas des translations de taille 1 par rapport à la trame de base, dans un petit nombre de directions. Il nous faut également « amorcer » le processus en calculant une fois (et si possible une seule) l'histogramme complet sous l'élément structurant, par exemple en haut à gauche de l'image, puis procéder par des translations de taille 1 jusqu'à couvrir toute l'image.

Pour le cas des grilles hexagonales et carrées nous proposons les balayages suivants (fi-

gure 2.3) :

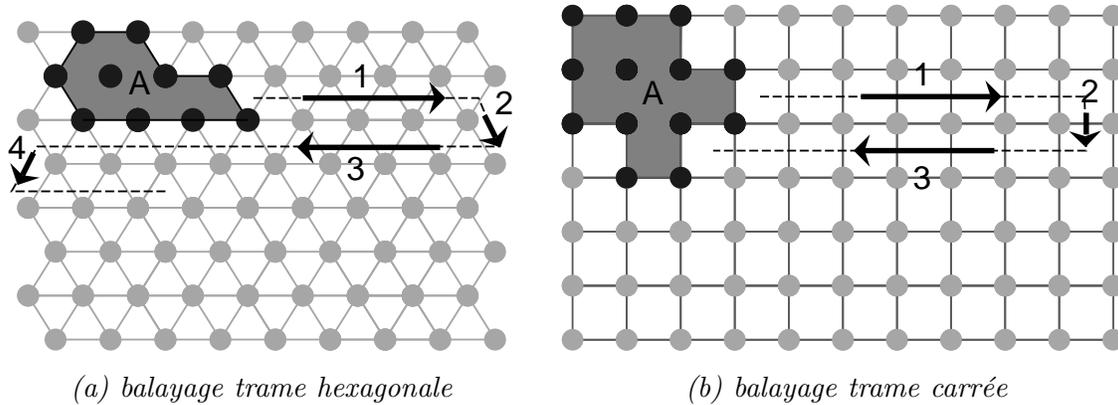


FIG. 2.3: *Mouvements proposés d'un élément structurant au cours d'un balayage sur une trame discrète.*

On sait qu'il suffit de connaître les points qui font partie des parties à enlever ou à rajouter lors des translations de l'élément structurant de taille 1 qui ont lieu au cours du balayage (points critiques). Ces translations se font dans 3 directions dans le cas de la trame carrée (0° , 180° et 270°) et 4 directions dans le cas de la trame hexagonale (0° , 180° , 240° et 300°). Ces points sont nécessairement des points du contour de l'élément structurant, et donc en nombre relativement faible.

Au cours du balayage, on gardera une variable qui contiendra la valeur de la position dans l'histogramme qui nous intéresse (maximum dans le cas de la dilatation, minimum dans celui de l'érosion). Cette valeur sera lue souvent (c'est la valeur « résultat » de l'opération, par conséquent on a besoin de la lire une fois par déplacement) et n'aura à être modifiée que de temps en temps, soit quand un pixel de valeur supérieure (cas de la dilatation) ou inférieure (érosion) sera introduit dans l'histogramme, auquel cas la modification est immédiate, soit quand la fréquence dans l'histogramme à laquelle elle correspond deviendra nulle à la suite d'un déplacement, auquel cas on aura besoin de regarder dans l'ensemble de l'histogramme (en partant de la case devenue inoccupée) pour trouver la nouvelle valeur extrême. Cette approche permet de faire gagner beaucoup de temps par rapport à celle qui consiste à aller chercher la bonne valeur dans l'histogramme à chaque déplacement, mais n'est pas applicable au cas de du calcul de la valeur médiane de l'histogramme, qui par construction nécessite de connaître celui-ci tout entier.

Si on part de l'hypothèse que les éléments structurants sont fournis sous forme d'images, une analyse de ceux-ci est une nécessité pour repérer les points de contour critique lors des balayages. En pratique on peut repérer ces points à l'aide de tableaux de vecteurs à deux dimensions, ces vecteurs étant les positions relatives des points critiques par rapport à l'origine de l'élément structurant. Un tableau contiendra les points critiques à ajouter selon les directions de balayage, un second contiendra ceux à enlever. Pendant le régime permanent du balayage, on n'aura qu'à systématiquement consulter ces tableaux qui auront été remplis une fois pour toute la durée de l'algorithme. Ces tableaux ne sont finalement qu'une liste de pixels et leur consultation peut être très rapide.

Pour réaliser cette analyse, le plus simple semble être d'effectivement réaliser les translations de taille 1 et de repérer ce qui change dans chaque direction à l'aide d'opérations logiques.

Ceci permet de traiter facilement les cas complexes (éléments structurants non-connexes, avec des trous...).

Au chapitre des détails importants, notons qu'il est nécessaire également de bien traiter les bords des l'images. Une excellente solution semble également d'attribuer systématiquement à l'image dans laquelle se fait l'opération un bord supplémentaire de taille suffisante. Ce bord est facile à déterminer : il doit être de taille telle que pour toutes les positions de l'élément structurant, celui-ci, y compris son origine, doit être entièrement compris dans la nouvelle image (voir figure 2.4).

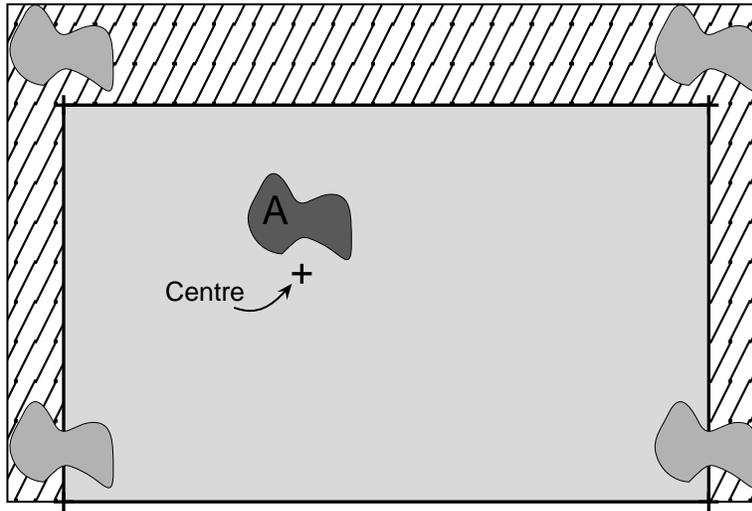


FIG. 2.4: Bord supplémentaire à ajouter à l'image au cours de l'opération.

On présente maintenant l'algorithme dans le cas de la trame carrée :

Algorithme : Erosion par un élément structurant quelconque A

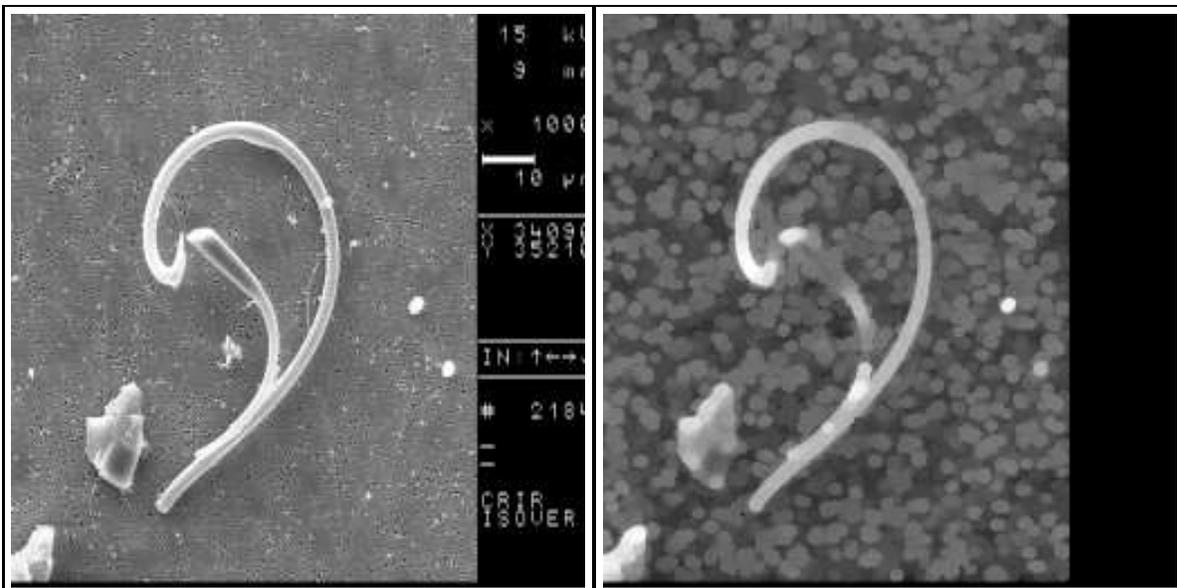
- **Données**
 - $imIn$, l'image à éroder.
 - $imOut$, l'image finale.
 - ES , l'image binaire contenant l'élément structurant
 - $histo$, l'histogramme
- **Initialisation**
 - Analyse de l'élément structurant
 - Remplissage de l'histogramme pour la première position de l'ES
- **Boucle principale**
 - Pour chaque ligne paire i de $imIn$
 - Pour chaque point j de la ligne i
 - Réaliser la translation d'un point vers la droite ;

```

    imOut[i, j] ← min(histo);
  FinPour
  Réaliser une translation d'un point vers le bas;
  Pour chaque point j de la ligne i + 1
    Réaliser la translation d'un point vers la gauche;
    imOut[i + 1, j] ← min(histo);
  FinPour
FinPour

```

Pour une dilatation on remplacera $min()$ par $max()$. La figure 2.5 présente le résultat d'une ouverture numérique par un disque euclidien sur une image de fibre de verre.



(a) image originale

(b) image ouverte

FIG. 2.5: Ouverture par un disque euclidien de taille 30.

On remarquera que le codage de l'élément structurant se fait sous forme d'une image binaire. En fait cette image n'est pas tout à fait binaire car il faut trouver le moyen de coder l'endroit de l'origine de l'élément structurant. Ceci peut se faire en codant à 1 les points appartenant à l'élément structurant, à 0 ceux qui n'y appartiennent pas, et à une troisième valeur un seul point qui est l'endroit de l'origine. Il peut être habile de placer l'élément structurant et son origine et d'ajuster les dimensions de l'image le contenant au plus juste, de telle manière que les calculs permettant de trouver la boîte enveloppant le tout soient rendus inutiles.

2.1.3 Extensions possibles

L'algorithme ainsi proposé est déjà fort intéressant. On verra un peu plus loin qu'il est également performant, essentiellement du fait de sa simplicité. Il est également possible d'étendre ses fonctionnalités au cas des éléments structurants 3-D, et également au cas des images 3-D.

2.1.3.1 Élément structurants non plans

On rappelle (voir annexe B) qu'on nomme élément structurant 3-D sur des images planes une fonction structurante non constante sur son intervalle de définition. Pour des images digitales, calculer une opération morphologique quelconque avec de tels éléments structurants consiste à calculer un extremum pondéré.

On peut montrer que l'on peut généraliser le traitement présenté plus haut à base d'histogrammes aux éléments structurants 3-D. On ne peut plus s'occuper uniquement de la frontière de l'élément structurant : on doit en plus modifier les positions de l'élément structurant 3-D pour lesquelles le niveau de gris de celui-ci ne reste pas constant au cours de son déplacement.

Exprimé autrement, si au cours du déplacement d'une position de l'élément structurant, le niveau de gris de celui-ci reste constant pour une position fixe de l'image, alors on n'a pas besoin de considérer cette position de l'élément structurant. Si le niveau de gris de l'élément structurant ne reste pas constant, on doit le considérer de la même manière qu'un pixel du contour.

Il est à noter que le gain en temps de calcul pour cette méthode par rapport à la méthode triviale est moins intéressant dans le cas général que pour le cas des éléments structurants plans. Tout dépend de la forme de l'élément structurant lui-même. s'il présente des plateaux, l'algorithme ainsi décrit pourra en tirer partie, retombant éventuellement dans le cas limite des éléments structurants plans au contraire de la méthode triviale. Il est également à noter que les auteurs des méthodes à base de tris de pixels n'ont pas indiqué comment traiter le cas des éléments structurants non plans pour images 2-D.

Pour la suite de cette présentation, on suppose que les éléments structurants utilisés sont plans.

2.1.3.2 Extension possible aux images 3-D

On peut étendre la méthode ainsi décrite aux images 3-D et plus. Le cœur de celle-ci ne change pas. Il faut prévoir une analyse de l'élément structurant et un balayage complet de l'image, dans plus de directions, bien sûr. Par exemple, en trame cubique, on aura ainsi à balayer dans 4 directions. L'ensemble des pixels à modifier aura la dimension d'une surface (épaisseur unité). On aura donc un gain certain par rapport à la méthode triviale.

2.1.3.3 Filtres de rang

Comme on a pris la peine de garder en mémoire tout l'histogramme sous l'élément structurant, obtenir n'importe quel rang dans ce dernier n'est pas un problème et ne coûte pas plus cher. On peut donc réaliser des filtres médians de toutes formes. Cependant le marché n'est pour l'instant pas très demandeur. On se contente le plus souvent de fenêtres carrées pour lesquelles, on le verra plus loin, on a de meilleures solutions exploitant mieux les symétries liées à ce type de fenêtre.

2.1.4 Résultats

Pour pouvoir comparer toutes ces méthodes, le mieux est de recourir à un exemple d'application. On a pris une image 512x512 en trame carrée sur laquelle on a opéré une érosion avec une série de carrés de taille croissante. On compare avec la méthode triviale, celle par

décomposition, celle de Gratin-Meyer, et la nôtre. La figure 2.5a présente l'image qui a servi d'exemple. On rappelle que :

- La méthode triviale consiste à répéter les comparaisons entre tous les pixels sous l'élément structurant pour chaque position de celui-ci.
- La méthode par décomposition dans le cas présent consiste à décomposer un carré $N \times N$ en $(N - 1)/2$ carrés 3×3 .
- La méthode de Gratin-Meyer est celle qui impose une approche hiérarchique.

La figure 2.6 présente les résultats obtenus en échelle Log-Log, en particulier pour pouvoir comparer la méthode triviale avec les autres. Tous les calculs ont été effectués sur une station de travail NeXT (68040 à 25 Mhz, comparable à ceux d'une SUN SparcStation I). Les temps de calcul ont été obtenus grâce au logiciel `gprof` de la fondation *GNU*.

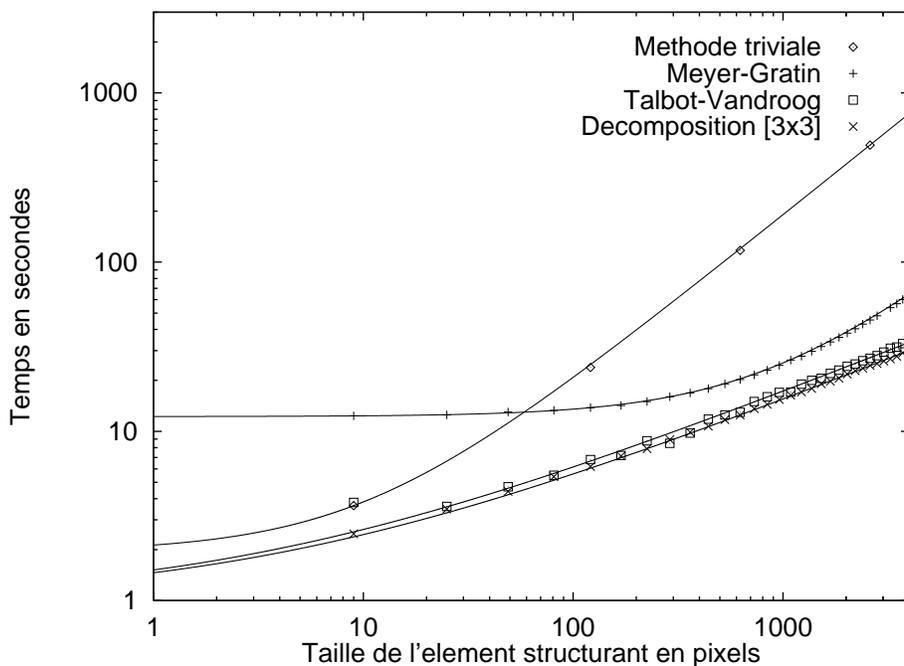


FIG. 2.6: Temps de calcul. Érosion/Dilatation par des carrés selon différentes méthodes (échelle Log-Log).

On constate immédiatement que la méthode triviale est catastrophique. Pour effectuer une dilatation avec un carré de 60 pixels de côté, l'algorithme a tourné pendant 45 minutes ! On constate ensuite que la méthode par décomposition donne, de peu, les meilleurs résultats. Elle est la plus rapide et elle possède une complexité en $O(\sqrt{N})$, N étant le nombre de pixels de l'élément structurant. On a utilisé un algorithme très bien mis en œuvre pour faire ce travail ¹. Bien entendu, cette méthode n'est montrée ici que comme un cas limite. La décomposition d'un élément structurant en carrés ou plus généralement en éléments plus petits identiques n'est généralement pas possible pour un élément structurant quelconque. Pour ce qui est des opérations morphologiques avec des carrés pour éléments structurants, la décomposition en carrés 3×3 n'est d'ailleurs pas optimale, comme nous le verrons dans la section suivante.

¹programme *xlim* de J.F. Rivest [Riv91]

Restent les deux méthodes capables de traiter un élément structurant quelconque et qui ne mettent pas trop longtemps à s'exécuter. Ces deux méthodes sont entre 20 et 50 fois plus rapides que la méthode triviale, ce qui est déjà bien. On constate que leur rapidité d'exécution est somme toute semblable et sont tout à fait comparables avec la méthode par décomposition. Sur cette image, d'un niveau de bruit moyen, notre méthode possède cependant un net avantage sur celle de Gratin-Meyer : le grand point positif pour notre méthode est sa faible complexité, qui est aussi en $O(\sqrt{N})$ tout comme la méthode par décomposition. Notre méthode creuse donc son écart avec celle de Gratin-Meyer au fur et à mesure que la taille de l'élément structurant augmente.

Quelques remarques sur ces algorithmes : la rapidité d'exécution de notre algorithme dépend surtout de la forme de la frontière, comme on l'a vu plus haut. Certaines formes d'élément structurants lui sont donc défavorables, celle par exemple des éléments structurant avec une longue frontière et un intérieur presque vide (éléments structurants à trous), ou encore des éléments structurants très allongés verticalement. Dans ce dernier cas une bonne précaution peut-être de faire effectuer un quart de tour à l'image avant de lancer le calcul. Cette précaution peut d'ailleurs être ajoutée facilement dans le code, puisqu'elle dépend uniquement de la forme de l'élément structurant et est donc facile à détecter. Nous verrons plus loin, dans la section suivante qu'il est même possible de réaliser des balayages d'images dans n'importe quelle direction, ce qui peut être utile. D'autre part, le temps d'exécution de l'algorithme de Gratin-Meyer varie énormément (d'un facteur de 1 à 10) en fonction du contenu de l'image à traiter. Plus exactement, on trouve une corrélation entre le temps total de traitement de l'image et le nombre (en fait la mesure) de ses extrema (minima dans le cas d'une érosion, maxima dans le cas d'une dilatation). Dans notre cas, on n'observe pratiquement aucune influence du contenu de l'image sur le temps de calcul, et ce pour une grande variété d'images, comme le montre la figure 2.7. On a pris une variété d'images toutes de même taille (512×512) sur lesquelles on a appliqué la même érosion par un carré 51×51 par la méthode de Gratin-Meyer et la nôtre. Pour la majorité des images sur lesquelles nous avons comparé les deux méthodes, la nôtre se révèle meilleure (temps de calcul plus court). Il s'agissait d'images naturelles non traitées. Pour des images de synthèse (simulations) ou des images filtrées, le résultat est inversé : c'est souvent la méthode de Meyer-Gratin qui se révèle la meilleure.

Ceci implique deux choses : d'une part il peut arriver que l'image de départ soit telle que l'algorithme de Gratin-Meyer donne de meilleurs résultats pour une plage de taille de l'élément structurant (il existe toujours une taille au delà de laquelle notre algorithme est toujours le plus rapide, du fait de sa moindre complexité), d'autre part il est possible de trouver une fonction de la taille de l'élément structurant et de l'image qui donne facilement le temps de calcul pour les deux méthodes, ce qui permettrait de toujours choisir la meilleure.

Cette remarque suggère également qu'il doit être possible d'améliorer considérablement le comportement de l'algorithme de Gratin-Meyer, par exemple en différant le traitement des maxima régionaux à la fin de l'algorithme et en usant d'une méthode récursive ou à base de files d'attente pour terminer le traitement. Une telle idée n'a malheureusement pu être mise en pratique au moment de l'écriture de cette thèse.

En guise de conclusion, on peut dire que ces deux méthodes sont suffisamment rapides et fondées sur des prémices différentes pour être complémentaires. Pour les éléments structurants de taille moyenne, éventuellement non-convexes, avec des images comportant peu de bruit de haute fréquence (nombre d'extrema réduit, images filtrées), on pourra choisir l'algorithme de Gratin-Meyer. Pour tous les autres cas où une décomposition est impossible, notre algorithme

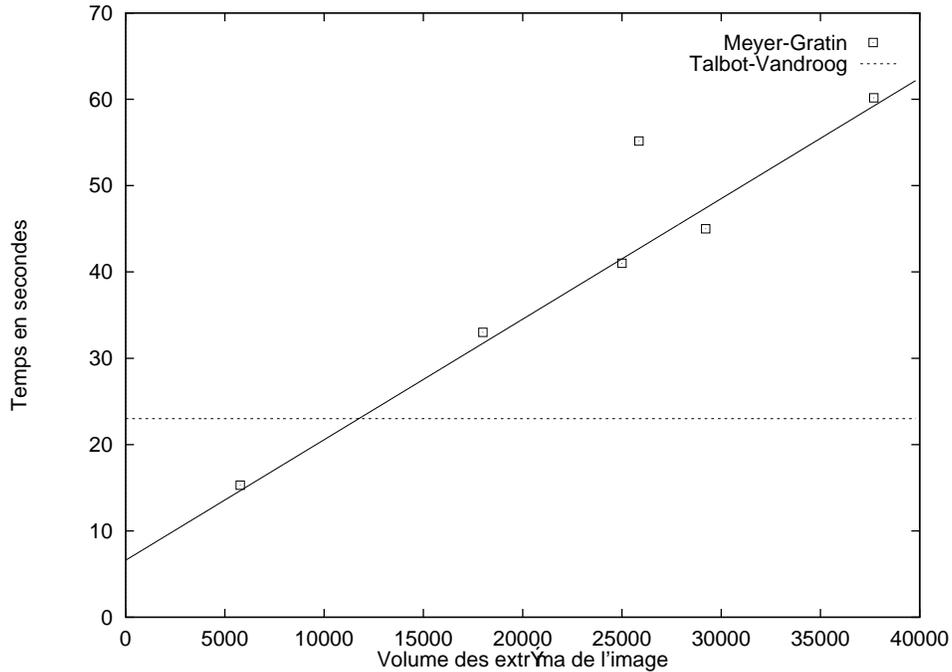


FIG. 2.7: Influence du contenu de l'image sur le temps de calcul.

se révèle la plupart du temps meilleur. Enfin ses performances, quasiment semblables à celles de la méthode par décomposition, permettent d'envisager de l'utiliser en routine dans des applications telles que filtres alternés séquentiels, ou granulométries.

2.2 Opérations à éléments structurants rectilignes

Dans la suite de cet ouvrage, nous allons utiliser très abondamment des opérations à éléments structurants rectilignes. En effet, dans le cadre la segmentation des fibres minérales d'isolation, nous allons nous attacher à caractériser des objets longs contenus dans nos images. Nous venons de présenter une méthode efficace et relativement rapide pour réaliser des opérations à base d'éléments structurants quelconques. Il est possible d'utiliser cette méthode pour parvenir à cette fin. Cependant les résultats que l'on obtient en appliquant cette méthode ne sont pas satisfaisants. Il nous a paru utile d'étudier de plus près les spécificités des opérations à base d'éléments structurants rectilignes, ce qui nous a conduit à des résultats intéressants, que nous allons présenter maintenant.

2.2.1 Principe de base - Cas du segment horizontal

Dans le cas des éléments structurants rectilignes, la méthode triviale, la méthode de Meyer-Gratin et celle que nous avons proposée plus haut donnent des résultats comparables au niveau temps de calcul, du fait du faible nombre de pixels contenus dans ces éléments structurants. Aucune de ces méthodes n'exploite correctement la forme particulière de ces éléments structurants.

Pourtant l'idée d'appliquer le même principe que précédemment, à savoir exploiter les

recouvrements d'éléments structurants en passant d'un pixel à son voisin, paraît excellente. Prenons pour exemple un segment horizontal au cours d'un déplacement lui-même horizontal sur une distance d'un pixel.

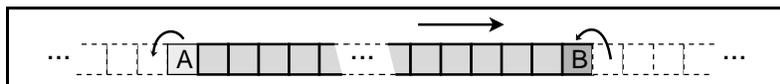


FIG. 2.8: *Déplacement horizontal d'un pixel vers la droite d'un segment horizontal.*

Sur de tels segments, le principe du recouvrement est exploité au mieux : indépendamment de la taille du segment, pour obtenir l'histogramme sous le nouveau segment déplacé d'un pixel vers la droite, on fait sortir le premier pixel à gauche (pixel A), et on fait rentrer le dernier pixel à droite (pixel B), soit deux opérations, plus éventuellement la recherche éventuelle du nouvel extremum dans le nouvel histogramme qui est généralement négligeable en temps, et qui de plus est moins probable avec les segments longs que les segments courts.

Un raisonnement semblable s'applique aux segments verticaux (dans le cas de la trame carrée) et plus généralement aux segments orientés selon une direction principale de la trame, à condition que le balayage de l'image s'effectue précisément selon cette direction. Ceci nous permet d'énoncer notre proposition :

Proposition 2.1 *Toute opération morphologique ayant pour élément structurant un segment orienté selon une des directions principales de la trame peut être effectuée en un temps constant, indépendant de la taille de cet élément structurant.*

Pour cela, il suffit donc que le balayage de l'image s'effectue selon la direction principale du segment.

Ceci est intéressant, mais nous limite à 2 (4-connexité) ou 4 (8-connexité) directions pour la trame carrée et 3 pour la trame hexagonale. Cependant rien ne nous empêche d'observer ce qui se passe pour toutes les autres directions possibles.

2.2.2 Cas d'un segment quelconque

Prenons maintenant un segment de longueur quelconque et orienté également de façon quelconque. Notons tout de suite qu'un tel objet n'est pas à proprement parler possible sur une trame digitale. En effet les deux extrémités du segment seront situées sur la trame sur laquelle on travaille ; on ne peut donc avoir à la fois longueur et orientation quelconques. Le nombre de possibilités est donc fini pour une taille maximale donnée, mais augmente toutefois avec l'écartement des deux pixels extrémités. Ceci n'est que la première des difficultés ; en effet, une fois qu'on a défini les extrémités du segment en question, il reste à les joindre par une suite de pixels définis comme appartenant au segment.

Il existe plusieurs méthodes pour parvenir à cette fin. La plus connue d'entre elles est celle de J. Bresenham [Bre65], proposée à l'origine pour le tracé de droites pour les tables traçantes. On présente maintenant l'algorithme de Bresenham simplifié (on ne traite que le cas d'une droite orientée entre 0 et 45°, et pour la trame carrée). On en aura en effet besoin un peu plus loin.

Algorithme : Tracé d'un segment par la méthode de Bresenham

- **Données**
 - On suppose dx et dy positifs et $dx > dy$.
 - $imOut$, l'image dans laquelle s'effectue le tracé
 - x, y , coordonnées du point initial du segment
 - dx, dy , déplacement en x et en y pour parvenir au point final
- **Variables**
 - i , compteur
 - e , seuil d'incrémentatation verticale
 - $inc1$, décrémentation relative verticale
 - $inc2$, incrémentatation verticale
- **Initialisation**

Mise de l'image $imOut$ à 0

$imOut[x, y] \leftarrow 1$

$e \leftarrow (2 \times dx) - dy$

$inc1 \leftarrow 2 \times (dx - dy)$

$inc2 \leftarrow 2 \times dx$
- **Boucle principale**

Pour i variant de 0 à dx

Si $e \geq 0$

$y \leftarrow y + 1;$

$e \leftarrow e + inc1;$

Sinon

$e \leftarrow e + inc2;$

FinSi

$x \leftarrow x + 1;$

$imOut[x, y] \leftarrow 1;$

FinPour

On vérifiera facilement que cet algorithme s'adapte parfaitement à tous les cas d'orientation de droite, au prix de l'inversion éventuelle de x et y et/ou du sens de balayage. Dans le cas présent, on constate que cet algorithme ne fait écrire dans l'image résultat qu'un seul point par colonne. La droite obtenue est donc 8-connexe, comme le présente la figure 2.9 et est définie de façon unique par les deux points de coordonnées (x, y) , $(x + dx, y + dy)$.

Cette méthode à l'avantage d'être très simple à mettre en œuvre et très rapide. Pour la clarté de ce qui va suivre, on va supposer que l'on utilise la méthode de Bresenham.

Comme on peut le voir, le segment obtenu n'est qu'une approximation digitale d'un segment de droite, cependant certaines des propriétés des droites du plan se retrouvent avec cette construction. En particulier nous avons la proposition suivante, valable en trame carrée :

Proposition 2.2 Soit δ une droite de Bresenham du plan discret \mathbb{Z}^2 , définie par un bipoint $0A$, $(O, A) \in \mathbb{Z}^2$. Soit les droites Ox et Oy les deux droites horizontales et verticales passant par O , alors il existe une suite de points $(O_1, O'_1, O_2, O'_2, \dots, O_n, O'_n, \dots)$ appartenant à \mathbb{Z}^2 et à l'une des droites (Ox) ou (Oy) et tels que $\|\overrightarrow{OO_n}\| = n$ et $\|\overrightarrow{OO'_n}\| = n$, ainsi qu'une suite

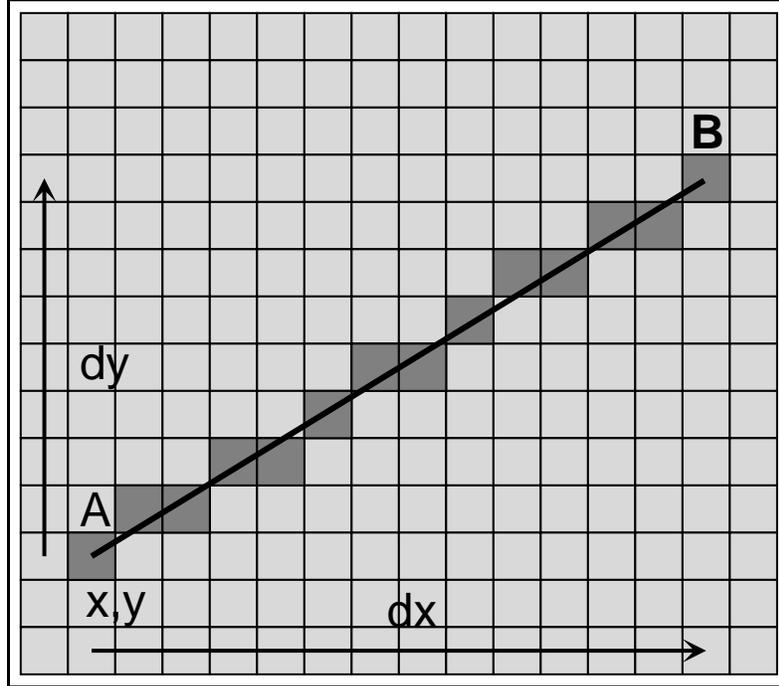


FIG. 2.9: Application de l'algorithme de Bresenham.

de points $(A_1, A'_1, A_2, A'_2, \dots, A_n, A'_n)$ tels que $\overrightarrow{O'_n A'_n} = \overrightarrow{O_n A_n} = \overrightarrow{O A}$ tels que l'ensemble des droites de Bresenham définies par les bipoints $O_n A_n$ et $O'_n A'_n$ balayent entièrement le plan discret.

DÉMONSTRATION : Dans le cas où la droite δ , définie par $O(0,0)$ et $A(x,y)$ est telle que $x > 0$, $y > 0$ et $x > 0$, c'est-à-dire l'exemple précédent, alors la droite de Bresenham δ_1 définie par $O_1(0,1)$ et $A_1(x,y+1)$ est définie, d'après l'algorithme, en translatant tous les points de la droite δ par le vecteur \overrightarrow{Oy} . Par conséquent, par récurrence, tous les points $O_n(0,n)$ et $A_n(x,y+n)$ définissent des droites de Bresenham δ_n qui s'obtiennent de la droite δ par translation du vecteur $n\overrightarrow{Oy}$. Par construction de la droite de Bresenham, on a $\forall X(0,x) \in 0x, x \in \mathbb{Z}, \exists y \in \mathbb{Z}$ tel que $M(x,y) \in \delta$. Par conséquent, d'après ce qui précède, $\forall n \in \mathbb{N}, M_n(x,y+n) \in \delta_n$. Comme $M \in \delta$ on balaye bien le demi-plan au dessus de δ . En remplaçant n par $-n$ on balaye aussi le demi-plan en dessous de δ . Le cas des x et y quelconques se traite par symétrie. \triangle

En termes plus simples, ceci veut donc dire que n'importe quelle droite de Bresenham translatée dans une des directions principales de la trame balaye tout le plan, sans recouvrement. Dans le cas de la trame carrée, en général une seule direction principale assure ce résultat. Par exemple, une droite horizontale ne balaye le plan que si elle est translatée verticalement. Une droite de Bresenham à un angle quelconque, non horizontale ni verticale, balayera le plan aussi bien translatée verticalement qu'horizontalement, mais à l'exception de la droite inclinée à 45° , une seule de ces deux translations permettra de le faire sans recouvrement (voir figure 2.10).

On peut donc concevoir un balayage optimal d'une image dans une direction quelconque

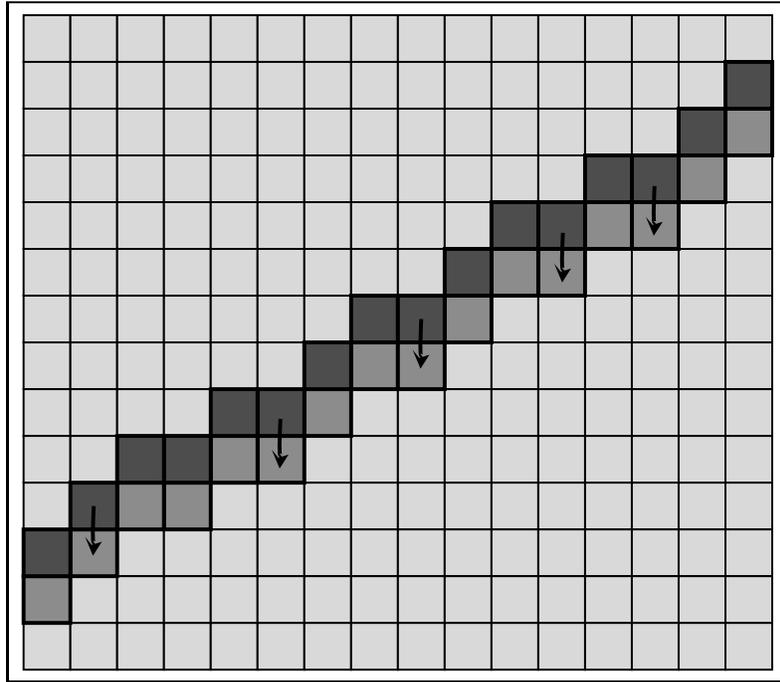


FIG. 2.10: Translation de la droite de Bresenham toute entière le long d'une direction principale de la trame. Il existe au moins une direction de la trame pour laquelle cette translation s'opère sans que la droite translatée d'une position recouvre en aucun point un pixel de la droite de Bresenham dont elle est le translaté.

et non plus seulement le long des directions principales de la trame. Cette remarque nous est maintenant utile pour adapter la méthode de la section 2.2.1 au cas d'un segment quelconque.

En effet, il nous suffit maintenant de considérer un segment de longueur quelconque le long d'une droite de Bresenham. Pour réaliser une opération morphologique de base en prenant ce segment comme élément structurant, on peut considérer sa translation le long de cette même droite. Une fois l'extremum calculé pour le segment à la position de départ, pour obtenir ce même calcul à la position suivante, on peut faire entrer un pixel à droite et faire sortir un pixel à gauche de la même manière que pour le segment horizontal. On peut donc faire ainsi le calcul pour toutes les positions du segment le long de cette droite. Pour balayer toute l'image, on utilise le résultat de la proposition 2.2 : on recommence la procédure avec une droite de Bresenham parallèle à la précédente et translatée d'une position le long d'une des directions principales de la droite, de telle manière que, *in fine*, après réitération du procédé, toute l'image soit balayée sans recouvrement (voir figure 2.11).

2.2.3 Mise en œuvre

Le principe que nous venons d'exposer permet de mettre en œuvre les opérations morphologiques de base avec des segments quelconques comme éléments structurant d'une manière indépendante de la taille. Toutefois un certain nombre de remarques doivent être faites :

- Tout d'abord, on constate que dans le cas général, la translation d'une position du

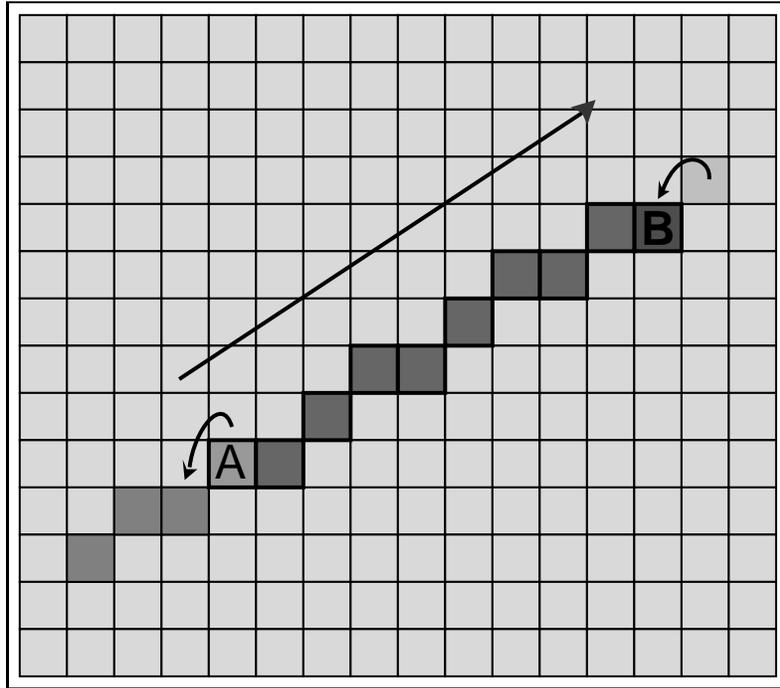


FIG. 2.11: *Translation de l'élément structurant le long de la droite de Bresenham. Le point A sort de l'élément structurant, le point B y entre.*

segment vers celle immédiatement voisine le long de la droite de Bresenham génère effectivement des segments qui sont tous des approximations de segments de droite de même orientation et de même longueur, mais ces segments ne sont pas superposables les uns aux autres. Au sens strict, on a donc affaire à une opération morphologique par fonction structurante (voir [Ser88]) et non par élément structurant. Toutefois, toutes ces approximations de segment de droites sont aussi valides les unes que les autres. On n'a a priori aucun intérêt à privilégier une approximation par rapport à une autre. L'invariance par translation n'est donc pas réalisée lorsque l'on met en œuvre ces opérations de la manière décrite. Elle est cependant approximativement respectée, et pour toutes les applications courantes, cette approximation apparaît largement suffisante.

De plus, notre manière de mettre en œuvre les opérations avec ES rectilignes respecte les propriétés de base des opérations morphologiques, à part l'invariance par translation. Par exemple la dilatation par ES rectiligne le long d'une ligne de Bresenham est décomposable (une dilatation de taille 10 peut s'exprimer par une composition de deux dilatations de taille 5 par exemple), ce qui n'est pas le cas de la mise en œuvre par la méthode standard. On ne peut donc pas dire que du point de vue justesse par exemple, notre méthode soit moins bonne que la méthode standard.

- Il est clair que la position de l'origine de l'élément structurant n'a pas d'importance sur la méthode. On peut mettre le résultat du calcul où l'on veut, pas nécessairement au milieu de l'élément structurant ou à une des extrémités. Le calcul de la position de l'origine est plus simple, cependant, si elle fait partie de la même droite de Bresenham que le segment, car son déplacement peut alors être géré de la même manière que celui

du segment tout entier.

Au niveau des particularités de la mise en œuvre, il faut tout d'abord avouer que celle-ci n'est pas très simple. En effet, on doit résoudre plusieurs type de problèmes : tout d'abord la génération des balayages, qui sont différents selon l'inclinaison des segments, et ensuite la gestion des bords. Nous allons maintenant proposer nos solutions pour ces problèmes précis.

Tout d'abord nous allons supposer que nous disposons de deux fonctions, que l'on pourra appeler `BresGet()` et `BresPut()`. La première de ces fonctions ira chercher une droite de Bresenham dans une image donnée, démarrant à un point de coordonnées donné, pour une orientation donnée (à l'aide de deux coordonnées) et la mettra dans un tableau, et la seconde ira placer un tableau à une ligne de Bresenham précisée à l'aide des mêmes coordonnées. Ces deux fonctions se déduisent immédiatement de la fonction de tracé d'une droite de Bresenham donnée au début de la section 2.2.2. On doit quand même s'assurer que ces deux fonctions vont lire ou écrire une ligne complète. Pour cela on peut considérer que l'image (rectangulaire) que l'on traite pave le plan de façon périodique, comme sur la figure 2.12. De cette manière toutes les lignes parties d'un bord rejoignent le bord opposé de l'image, toutes les lignes ont la même longueur (en terme de nombre de pixels) qui est égale à la dimension de l'image perpendiculaire au balayage, et toute l'image est couverte par un seul balayage de la ligne de Bresenham considérée partant d'une extrémité du bord perpendiculaire à la direction générale de cette ligne, du côté opposé à cette direction, vers l'autre extrémité de ce bord. La figure 2.12 illustre ces remarques dans le cas d'une ligne inclinée entre 0° et 45° .

Pour régler le problème des bords, le plus simple est de rajouter un bord de taille suffisante à l'image, mis à la bonne valeur de façon à ne pas perturber le fonctionnement de l'algorithme ($+\infty$ pour une érosion, $-\infty$ pour une dilatation), comme pour le cas des éléments structurants quelconques (voir section 2.1).

Dans le cas d'un segment de droite incliné entre 0° et 45° , on a alors l'algorithme suivant (on prend l'exemple de l'érosion) :

Algorithme : Érosion par un segment

- **Données**
 - On suppose dx et dy positifs et $dx > dy$.
 - On suppose que l'origine de l'élément structurant appartient au segment.
 - On suppose que l'origine de l'image est le point le plus en bas à gauche.
 - $imIn$, l'image d'entrée.
 - $imOut$, l'image dans laquelle s'effectue l'opération.
 - y , coordonnées du début de la ligne de Bresenham
 - $lSeg$, longueur du segment
 - $Opos$, index dans le segment de son origine en tant qu'ÉS
 - dx , dy , direction du segment
- **Variables**
 - i , compteur
 - pin , $pout$, pointeurs dans le tableau *LaLigneIn*
 - $result$, pointeur dans le tableau *LaLigneOut*
 - $histo$, histogramme dans le segment ;

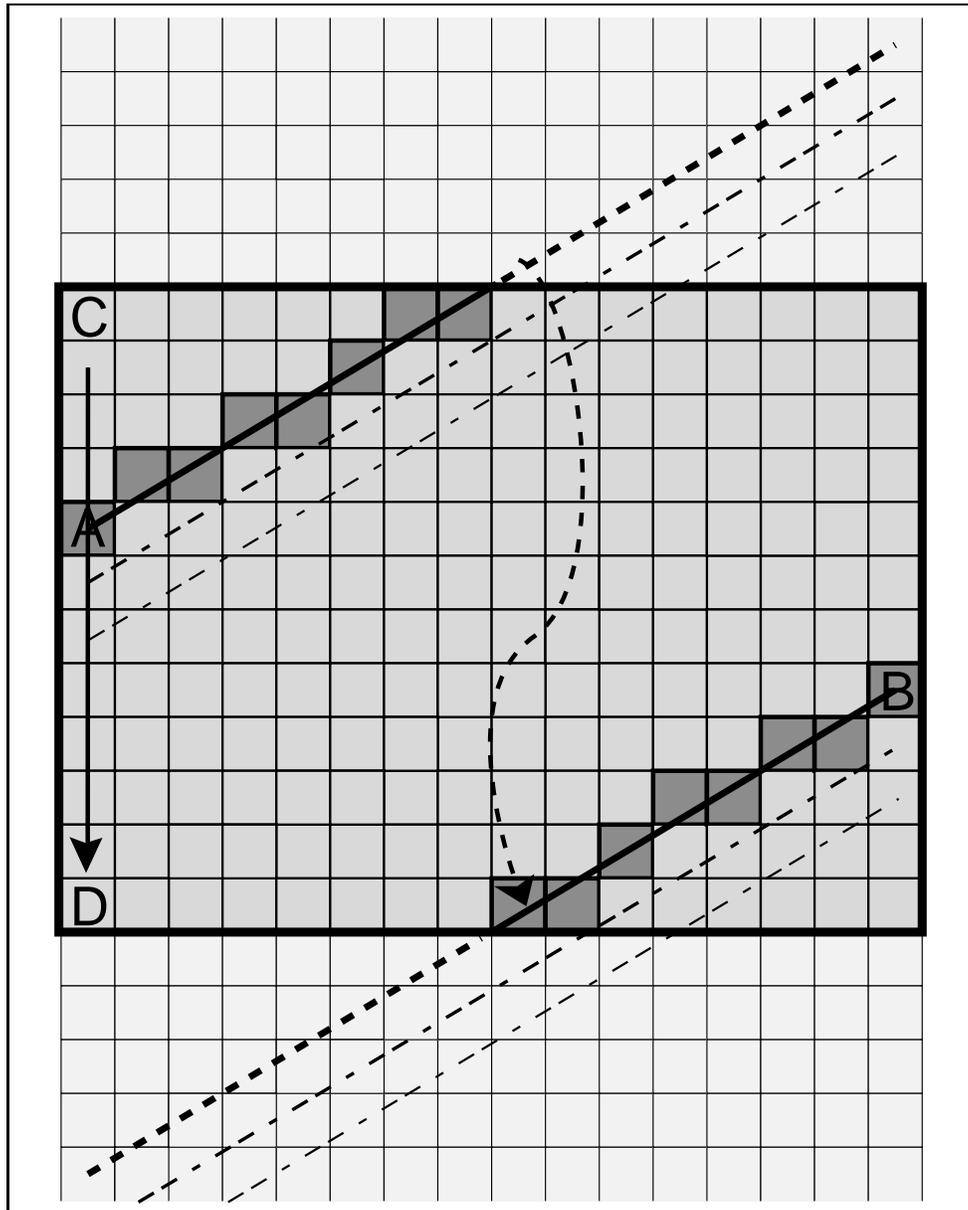


FIG. 2.12: Balayage d'une image à l'aide d'une ligne de Bresenham. La ligne proprement dite va de A à B, comme si l'image était périodique, et les translations de cette ligne ont lieu de C à D. On balaye ainsi toute l'image.

- *LaLigneIn*[*imIn.sizeX*], tableau de taille *sizeX* contenant la ligne en cours
 - *LaLigneOut*[*imIn.sizeX*], tableau de taille *sizeX* contenant la ligne à écrire

- **Initialisation**

Mise du tableau *LaLigneOut* à 0

$y \leftarrow imIn.sizeY$ /* On commence en haut à gauche */

- **Boucle principale**

Pour y variant de *imIn.sizeY* à 0

$LaLigneIn \leftarrow BresGet(imIn, 0, y, dx, dy)$;

$pout \leftarrow 0$;

$pin \leftarrow lSeg$;

$result \leftarrow Opos$;

Pour i variant de 0 à *imIn.sizeX*

$LaLigneOut[result] \leftarrow min(histo)$;

$pout \leftarrow pout + 1$;

$pin \leftarrow pin + 1$;

$result \leftarrow result + 1$;

FinPour

$BresPut(imOut, LaLigneOut, y, 0, dx, dy)$;

FinPour

Pour réaliser le calcul de l'extremum dans l'histogramme, suivant l'opération, on pourra vouloir ne garder que le minimum ou le maximum dans celui-ci, ainsi que sa fréquence dans le segment en cours, tenue à jour au cours de ses déplacements. Si la fréquence de l'extremum en cours tombe à zéro, on devra rechercher immédiatement la valeur du nouvel extremum, et sa fréquence.

Cette façon de procéder est parfois un peu plus rapide que celle qui consiste à garder tout l'histogramme du segment en mémoire, surtout dans les cas où on opère sur des images avec beaucoup de niveaux de gris, en effet, pour les segments de longueur usuelle, il peut être plus efficace de rechercher un nouvel extremum dans le segment lui-même que dans un histogramme ayant beaucoup de valeurs possibles presque toutes vides. Les images standard font environ entre 200 et 2000 pixels dans leur plus grande dimension. Une image codée sur 16 bits par pixel peut avoir des niveaux de gris sur un même segment séparés d'environ 65000 niveaux. Rechercher un nouvel extremum dans un tableau de 65000 cases peut donc être particulièrement long dans les cas défavorables.

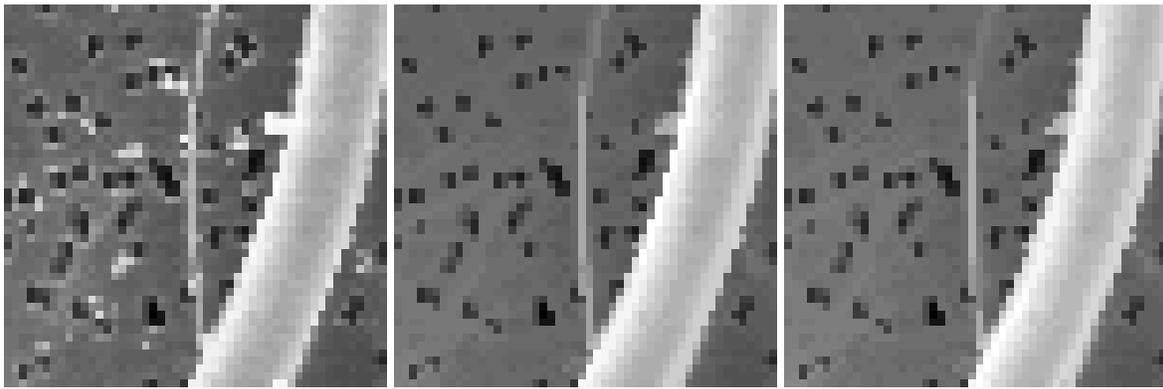
Cette remarque n'est valable que pour les éléments structurants avec peu de pixels, comme les segments, et ne permet pas de réaliser facilement les filtrages de rang autres que les minima et maxima.

2.2.4 Résultats

On a comparé ici la méthode standard consistant à translater un élément structurant sur toute l'image, la méthode de Gratin-Meyer appliquée à un segment et la méthode que nous venons de décrire, d'abord d'un point de vue contenu de l'image après opération, puis d'un point de vue rapidité d'exécution.

Du point de vue résultat final, Gratin-Meyer et la méthode standard sont identiques, puisqu'elle partent toutes les deux des mêmes prémisses : appliquer le même élément struc-

turant sur toute l'image. Notre méthode, comme on pouvait s'y attendre, donne des résultats légèrement différents : on ne constate cependant en général aucune différence visuelle, et la différence quadratique moyenne $\text{volume}((im1 - im2)^2/im1^2)$ ne dépasse pas 10^{-7} dans le pire des cas que nous ayons rencontré (ouverture avec un segment de taille 100 incliné à 30°). Pour donner une idée des résultats obtenus, on présente figure 2.13 une application simple de telles transformations : sur une image très bruitée sur laquelle on recherche les éléments clairs, longs et fins, on a pris un sup d'ouvertures avec des segments rectilignes centrés, de longueur 21 pixels, dans 28 directions différentes (compte tenu de la trame digitale, il est inutile de considérer plus de directions). On présente l'image originale, qui est une petite partie de l'image originale de la figure 2.5, l'image résultat par la méthode standard, et celle par notre méthode. Le moins que l'on puisse dire est que les résultats sont très comparables. Il est d'ailleurs impossible de dire lequel est le meilleur pour l'application en cours. On obtient le résultat standard en 3 minutes, le nôtre en 30 secondes environ.



(a) Image originale (b) Méthode standard (3 mn) (c) Notre méthode (30 s)

FIG. 2.13: Sup d'ouvertures avec des éléments structurants rectilignes.

Du point de vue efficacité, on a vu plus haut que notre méthode demande le même temps de calcul quelle que soit la taille de l'élément structurant rectiligne ; on s'attend d'autre part à ce que la méthode standard et la méthode Gratin-Meyer aient des temps de calcul proportionnels à cette même taille, de la même manière qu'à la section 2.1. Nous avons appliqué ces trois méthodes à l'image originale complète de la figure 2.5. Il s'agit d'une image 512×512 avec 256 niveaux de gris, plutôt bruitée. L'opération choisie était une ouverture, plutôt qu'une simple érosion ou une dilatation, car les temps de calcul obtenus pour une opération simple étaient un peu imprécis (surtout pour notre méthode, vu son faible temps d'exécution). Une opération simple prendrait donc en fait à peu près deux fois moins de temps. Les résultats en temps de calcul sont reportés à la figure 2.14.

Les tailles données correspondent au nombre total de pixels dans l'élément structurant. Les temps de calculs s'entendent pour une station NeXT 68040 à 25 Mhz, et ont été obtenus grâce à `gprof`. Ces temps de calculs sont comparables à ceux que donnerait une Sun SparcStation I.

On constate que, comme prévu, le temps de calcul est constant, quelle que soit la taille de l'élément structurant, pour notre méthode. Celle-ci est donc bien optimale. La méthode standard est légèrement plus rapide pour l'élément structurant de taille 3, ceci étant à mettre au compte de la simplicité de cette méthode. Par contre, les temps de calculs avec la méthode

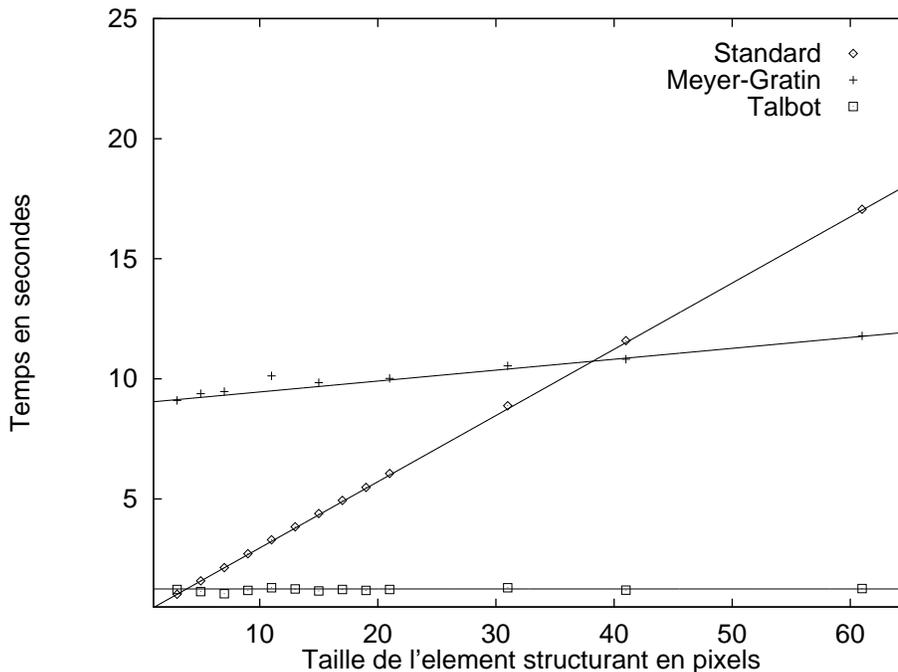


FIG. 2.14: Temps de calcul. Ouverture par des segments selon différentes méthodes.

standard augmentent proportionnellement à la taille de l'élément structurant, comme on s'y attendait, et cette méthode devient plus lente que la nôtre dès la taille 4, pour finir par prendre 100 fois plus de temps pour la taille 400 (!). La méthode de Gratin-Meyer, très exigeante en temps d'initialisation (ce point pourrait être sensiblement amélioré si on l'adaptait pour n'accepter que des éléments structurants rectilignes), est également une méthode avec un temps de calcul proportionnel à la taille de l'élément structurant, mais avec une pente beaucoup plus faible que la méthode standard, si bien que beaucoup plus lente que celle-ci pour les petites tailles ; elle devient meilleure que la méthode standard pour les tailles d'éléments structurants supérieures à 40, environ. Par contre elle reste 10 à 20 fois plus lente que la nôtre sur l'intervalle de taille considéré.

Notre méthode est donc particulièrement intéressante.

2.2.5 Extensions

2.2.5.1 Extensions aux polygones de Steiner

Un des intérêts de savoir obtenir les opérations morphologiques de base avec des éléments structurants rectilignes est que l'on peut ensuite obtenir une méthode pour utiliser tous les polygones réguliers pairs comme éléments structurants, ainsi d'ailleurs que beaucoup d'autres. En effet, selon Steiner, une opération morphologique de base avec de tels éléments structurants se décompose en produit d'opérations avec des segments. On prendra pour exemple le carré et l'hexagone (voir figure 2.15).

Cette simple remarque assure la possibilité de réaliser les dilatations de base de la trame (par un carré en trame carrée, par un hexagone en trame hexagonale) en temps constant. En effet, la figure 2.16 présente les temps de calculs obtenus (mêmes conditions que plus haut)

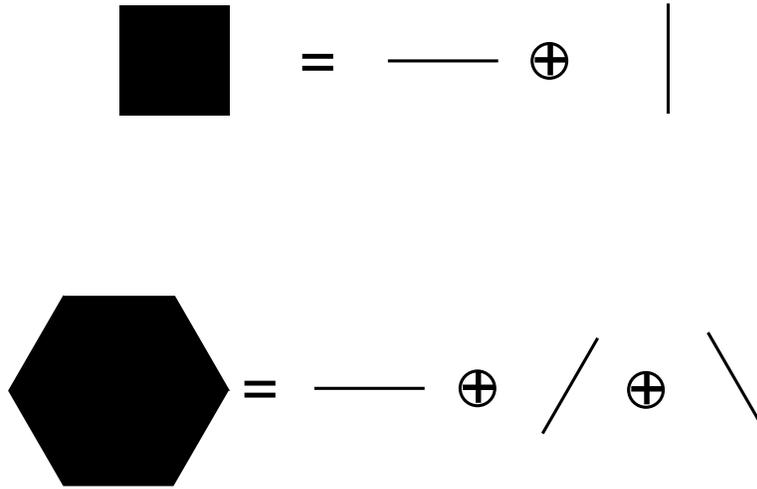


FIG. 2.15: Décomposition d'un élément structurant à l'aide de segments.

dans la réalisation des dilations par des carrés de taille croissante d'une image 512×512 .

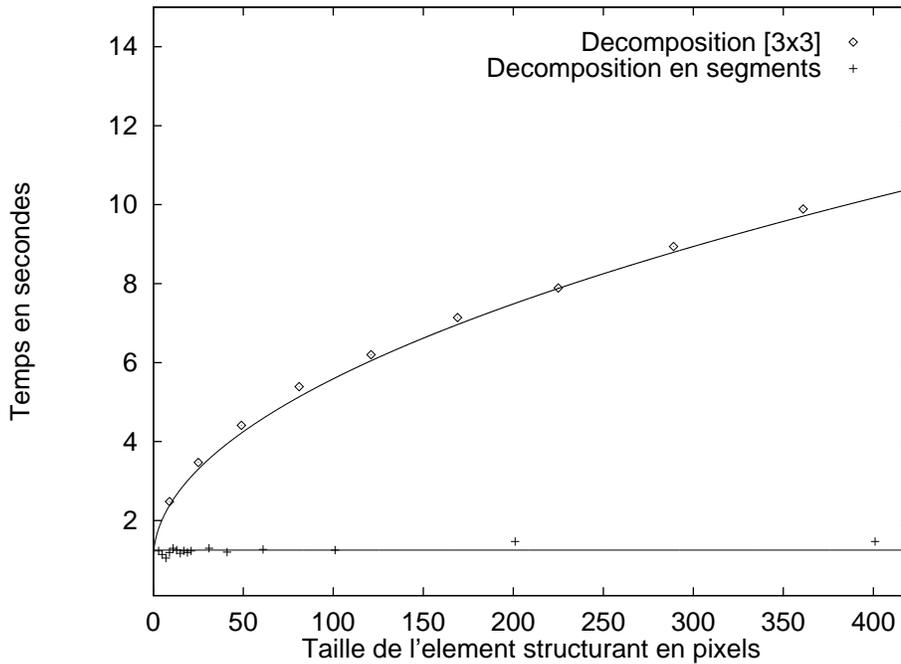


FIG. 2.16: Temps de calcul. Dilatation par un carré selon différentes méthodes.

On constate que l'on a un résultat toujours meilleur que la décomposition par des carré 3×3 , et effectivement un temps de calcul indépendant de la taille de l'élément structurant. Grâce à cette méthode, on peut réaliser des dilations de taille 50 en niveaux de gris qui prennent moins de temps sur un Sun que sur un Quantimet 570. La même chose peut s'appliquer aux hexagones, octogones, dodécagones, etc. On peut donc réaliser des approximations de disques

euclidiens peu coûteux en temps de calcul.

2.2.5.2 Extensions aux éléments structurants quelconques

Nous avons présenté à la section 2.1 une méthode pour réaliser efficacement des opérations avec éléments structurants quelconques, qui impliquait un balayage selon un sous-ensemble des directions principales de la trame. Dans le cas où l'élément structurant n'est pas symétrique par rapport à une origine, mais possède un axe principal (défini au sens de l'axe principal d'un nuage de points), il est possible de réaliser le balayage de l'image non plus selon les directions principales de la trame, mais selon les directions de l'axe principal de l'élément structurant et la perpendiculaire à celle-ci, selon la méthode que nous employons pour les segments (voir figure 2.17). De cette façon on tire avantage de la moindre « traînée » de l'élément structurant dans cette configuration. Nous n'avons pas expérimenté cette solution, par faute d'un problème à laquelle l'appliquer, mais il n'y a pas de doute que cette solution est intéressante pour les éléments structurants allongés.

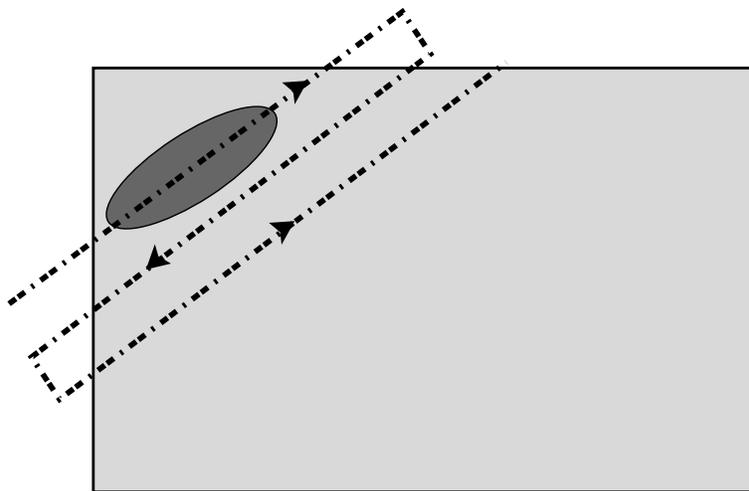


FIG. 2.17: Balayage à un angle d'un élément structurant quelconque.

À noter que « l'aérodynamisme » de l'élément structurant ne joue pas, seule la largeur du front de pixels est importante. Un rectangle se traite aussi vite qu'une ellipse à petit axe de mêmes dimensions...

2.2.5.3 Les moyennes mobiles sur fenêtres rectilignes

Les opérations morphologiques et de rang ne sont pas les seules pour lesquelles une fenêtre linéaire est intéressante. Nous avons appliqué le principe des recouvrements au calcul des moyennes mobiles avec de telles fenêtres. On se contente de remplacer la comparaison par l'addition et la recherche de l'extremum dans l'histogramme par le calcul de la moyenne. On obtient des temps de calcul très comparables à ceux des opérations morphologiques.

On verra plus loin (chapitre 5) en quoi les fenêtres rectilignes orientées peuvent se révéler utiles. Il est à noter que la décomposition de Steiner est donc valide dans une certaine mesure pour le calcul de la moyenne. Le calcul de la moyenne sur une fenêtre rectangulaire peut en

effet s'effectuer en composant deux moyennes, l'une sur les colonnes et l'autre sur les lignes. On peut donc obtenir des moyennes sur fenêtres rectangulaires en temps constant, quelle que soit la taille de celle-ci, par la même méthode que les opérations morphologiques. On ne peut effectuer une moyenne non pondérée sur une fenêtre polygonale plus complexe par cette méthode cependant.

2.2.6 3D

Il est possible d'étendre la méthode présentée ici en 3 dimensions (3-D). La difficulté est plus d'ordre pratique que théorique. Comme nous n'avons aucune application faisant appel au 3D, nous ne l'avons pas mise en œuvre.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté deux méthodes originales qui permettent de mettre en œuvre de manière efficace les transformations de base de la morphologie mathématique dans le cadre des images à deux dimensions. L'une de ces méthodes permet d'utiliser n'importe quelle forme comme élément structurant, 2D ou 3D. Elle est particulièrement performante sur les éléments structurants plans, et se compare favorablement à la meilleure méthode publiée jusqu'à présent, celle de Gratin et Meyer, tant au niveau des temps de calcul obtenus qu'au niveau de la complexité de l'algorithme. La seconde méthode est basée sur la même idée, l'exploitation des recouvrements d'éléments structurants, mais à été optimisée pour les segments orientés selon n'importe quelle direction. On peut obtenir grâce à celle-ci des temps de calcul courts, indépendants de la taille pour toute orientation, ce qui permet de réaliser des opérations avec tous les polygones de Steiner avec cette même complexité, optimale. Ces polygones incluent les opérations habituelles, avec éléments structurants carrés ou hexagonaux par exemple, en plus de l'intérêt que les transformations par des segments représentent, comme nous le verrons plus loin. Nous avons vu que ces méthodes se généralisent dans une certaine mesure à d'autres opérations que le calcul des opérations morphologiques, tels les calculs de filtres de rang et de moyennes mobiles.

Ces algorithmes apparaissent comme une avancée intéressante, surtout pour les applications comme les filtres alternés séquentiels et les calculs de granulométrie sur des ordinateurs standards, toujours considérés comme très longs même sur machines spécialisées.

Chapitre 3

Squelettes euclidiens et transformations associées euclidiennes

Dans ce chapitre, nous allons nous intéresser à une transformation de base de la morphologie binaire : le squelette, mais sous un jour qui n'a pas été traité jusqu'alors tout à fait complètement. En effet, nous allons proposer une méthode permettant d'obtenir une excellente approximation du squelette euclidien dans le cas digital, avec des temps de calcul comparables à ceux nécessaires à l'obtention des squelettes habituels en 4, 6 ou 8-connexité.

Nous allons aussi nous intéresser aux transformations dérivées de ces squelettes, tels les squelettes minimaux, les squelettes simplifiés et enfin nous allons proposer une nouvelle méthode permettant d'obtenir la bissectrice conditionnelle très facilement, et ce pour n'importe quel angle, ce qui nous conduira à définir une nouvelle fonction morphologique, la *fonction bissectrice*. Nous montrerons comment obtenir cette fonction et son intérêt en segmentation binaire.

Ce chapitre doit beaucoup à la lecture du chapitre de la thèse de Vincent [Vin90] sur les squelettes binaires, ainsi qu'à sa collaboration [TV92], de même qu'à la lecture fructueuse du travail de Meyer sur le sujet [Mey90b].

3.1 Rappels sur les squelettes

Le squelette d'un ensemble X est défini intuitivement comme l'ensemble homotope à X des branches médianes de cet ensemble, c'est à dire les lignes intérieures à X et situées à égale distance de deux parties de la frontière de X .

La notion de squelette (*axe médian*) fut introduite par Blum [Blu61] en 1961. Sa définition est basée sur le concept de « feu de prairie ». Si on considère un ensemble $X \in \mathbb{R}^2$, et un feu qui se propage vers l'intérieur de X en partant des frontières, alors le squelette est le lieu des points où plusieurs fronts de feu se rencontrent. Une définition plus formelle est due à Calabi [CH68], basée elle sur le concept de *boule maximale*.

Définition 3.1 (boules maximales) Une boule B (un disque, dans le cas de \mathbb{R}^2) de X , est dite maximale si et seulement si il n'existe pas de boule incluse dans X et contenant B .

$$\forall B' \text{ boule}, B \subseteq B' \subseteq X \implies B' = B \quad (3.1)$$

De façon plus intuitive on peut dire qu'une boule incluse dans X est maximale si elle touche la frontière de X en au moins deux points (voir figure 3.1).

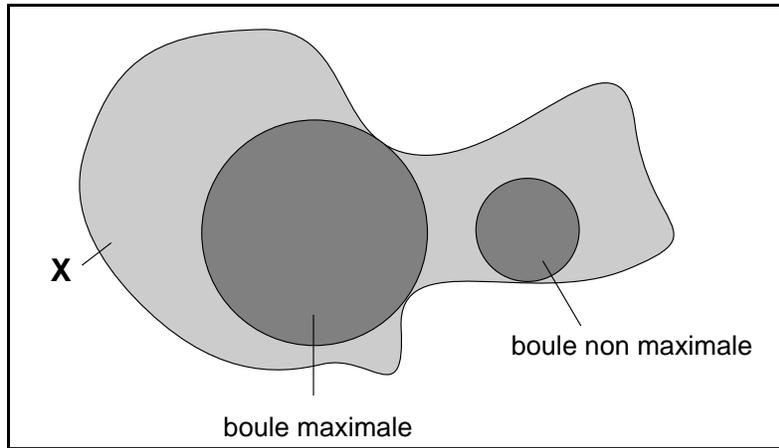


FIG. 3.1: Boules maximales et non-maximales.

Le squelette peut être défini à partir de ses boules maximales.

Définition 3.2 (squelette par boules maximales) Si X est un ensemble du plan \mathbb{R}^2 , alors le squelette de X noté $Squel(X)$ est l'union des centres des boules maximales de X .

$$S(X) = \{p \in X, \exists r \geq 0, B(p, r) \text{ boule maximale de } X\} \quad (3.2)$$

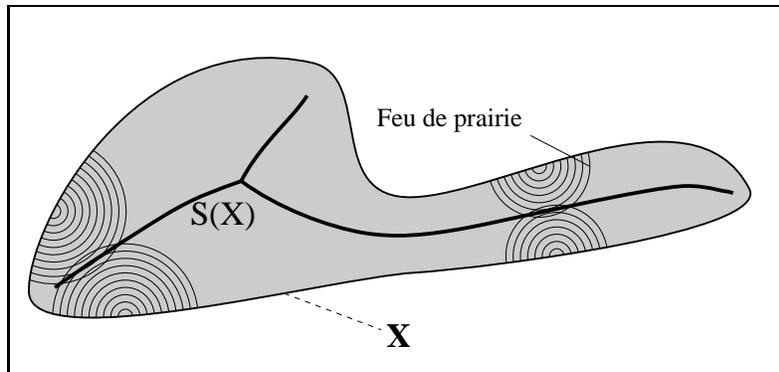


FIG. 3.2: Le squelette est le lieu des points où les fronts de feu se rencontrent [Figure : L. Vincent].

Ces définitions sont très proches de la notion de *distance*. En effet, on peut considérer les fronts de feux successifs de la première définition comme les lignes de niveau de la fonction distance de l'ensemble X . D'autre part, les boules maximales de la seconde définition sont dépendantes de la métrique utilisée.

Lantuéjoul [Lan78] propose enfin une définition opératoire du squelette en terme d'érosions et de dilatations morphologiques :

Définition 3.3 (Squelette par ouverture, cas continu) Si X est l'ensemble à squelettiser appartenant à \mathbb{R}^2 , B la boule de rayon 1 de la métrique utilisée (symétrique) et μB la boule de rayon μ déduite de B par homothétie, alors $Squel(X)$, le squelette de X , est constitué de l'union des centres de boules maximales obtenue grâce à :

$$Squel(X) = \bigcup_{\mu \geq 0} \bigcap_{\lambda > 0} \left((X \ominus \mu \overset{\circ}{B}) \setminus \gamma_{\lambda \overset{\circ}{B}}(X \ominus \mu \overset{\circ}{B}) \right) \quad (3.3)$$

Cette définition donne ce qu'on appelle le squelette par ouverture, qui coïncide avec le squelette dans le cas continu (où on peut construire λB pour tout λ réel), mais qui dans le cas discret ne donne qu'un sous-ensemble du squelette vrai. Ce sous-ensemble est constitué des centres de boules maximales pour la trame sous-jacente. On montre [Vin90, pp. 153-154] que ces centres de boules maximales peuvent être détectés, toujours dans le cas discret, simplement en recherchant ce que Vincent appelle les *maxima locaux* de la fonction distance, qui sont simplement les points qui n'ont pas de voisin immédiat d'altitude supérieure. Nous appellerons ces points les *points crête* de la fonction distance¹ :

Définition 3.4 (squelette par ouverture, cas discret) Si X est un ensemble de \mathbb{Z}^2 , le plan discret, si ρ_X est la fonction distance associée à X , alors :

$$Squel(X) = \{p \in X, \forall q \in \text{voisinage de } p \cap X, \rho_X(p) \geq \rho_X(q)\} \quad (3.4)$$

Cette dernière définition n'a aucun sens dans le cas continu, et n'est vraie dans le cas discret que si l'on prend pour B la boule unité de la trame sous-jacente (le carré en 8-connexité, l'hexagone en 6-connexité...). Elle donne cependant le squelette par ouverture très rapidement, beaucoup plus facilement que par la définition de Lantuéjoul, la fonction distance discrète pouvant être obtenue par des algorithmes séquentiels ou à base de file d'attente (voir annexe B). La figure 3.4c présente un exemple de squelette par ouverture dans le cas discret, obtenu à l'aide de cette méthode.

Les applications des squelettes sont fort nombreuses. En effet, on peut montrer que l'information contenue dans le squelette associée à la valeur de la fonction distance de X en chacun de ses points est suffisante pour reconstruire entièrement X . Le squelette contient donc une grande partie de l'information sur X , en quelque sorte résumée dans une ligne de dimension 1. À partir de cette ligne, ses points caractéristiques, tels les points multiples ou extrémités, les boucles, etc, constituent souvent une information importante caractéristique de X , qui a régulièrement été utilisée par exemple en reconnaissance de caractères, en science des matériaux et en imagerie médicale, pour ne citer que quelques exemples.

On se contente le plus souvent, lorsque l'on recherche le squelette d'un ensemble binaire, de la métrique sous-jacente à la trame utilisée : la métrique 4- ou 8-connexe en trame carrée, et 6-connexe en trame hexagonale. Or ces métriques ne sont que des approximations commodes de la métrique euclidienne, et conduisent à des résultats éloignés du résultat euclidien dans le cas du squelette, comme il est présenté sur la figure 3.3.

¹Il ne faut pas confondre les *maxima locaux* avec les *maxima régionaux* qui sont les régions de l'image (éventuellement de grande extension) d'altitude constante strictement plus grande que celle des points voisins de la frontière de la région n'appartenant pas à la région. Dans la suite de cet exposé, nous ne reprendrons pas le terme de *maxima local* qui est contraire à l'intuition (puisque les maxima locaux ne sont pas forcément des maxima).

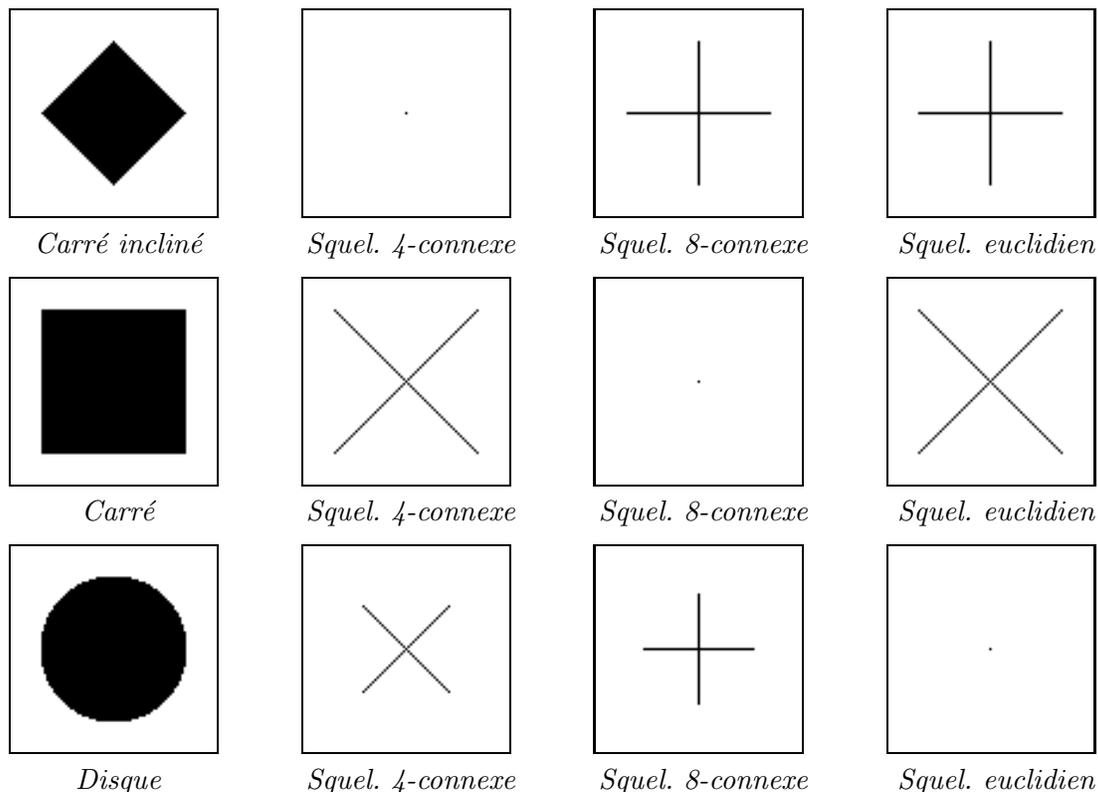


FIG. 3.3: Exemples de différents squelettes pour des formes simples. Le squelette euclidien est le seul à donner une réponse correcte indépendante de l'orientation.

On pourrait s'attendre à ce que le squelette d'un disque soit un point, par exemple. On constate que l'on n'a pas ce résultat dans le cas du squelette 4 ou 8 connexe.

Ceci est gênant en pratique : en effet, le squelette d'un ensemble en 4, 6 ou 8 connexité, du fait de la non-isotropie de ces métriques, est non seulement dépendant de sa forme intrinsèque, mais aussi de l'orientation de l'ensemble que l'on considère. Ce simple point montre l'importance d'une métrique isotrope en reconnaissance des formes, et c'est pourquoi nous allons nous intéresser au moyen d'obtenir le squelette binaire euclidien.

Cependant nous allons tout d'abord présenter une manière efficace pour obtenir les squelettes binaires en 4, 6 ou 8-connexité, dont nous nous inspirerons par la suite.

3.2 Obtenir le squelette digital

Il existe une grande variété de méthodes pour obtenir le squelette digital en 4, 6 ou 8-connexité, parmi lesquelles on trouve :

- Les algorithmes basés sur des amincissements.
- Les algorithmes de détection des points crêtes de la fonction distance.
- Les algorithmes basés sur les méthodes de la géométrie informatique.
- Les algorithmes partants des contours des objets.

Les plus connues d'entre elles sont les méthodes à base d'amincissements à partir de séquences de transformations en tout-ou-rien, car ce sont celles qui sont le plus facilement implantées sur machines spécialisées. Ce sont aussi les méthodes les plus simples qui donnent un squelette connexe comme résultat. Toutefois comme le montre S. Beucher dans sa thèse [Beu90], à moins de prendre des précautions particulières, ces méthodes ne conduisent qu'à une approximation du squelette vrai, ne passant pas par les points crête de la fonction distance, et de plus elles sont très lentes sur machines non spécialisées. Dans cette même thèse, Beucher montre que l'on peut obtenir des squelettes connexes passant par les points crête de la fonction distance en utilisant une *union* et non une *séquence* d'amincissements [Beu90, pp.25-30]. Cette méthode conduit à des types de squelettes intéressants mais encore un peu mystérieux (les squelettes lisses) [Beu89]. La méthode de Beucher reste très lente sur machine non spécialisée, et est dépendante de la trame.

Les algorithmes de détection des points-crêtes sont plus efficaces sur ordinateurs standards, mais un peu complexes à mettre en œuvre. F. Meyer en est à leur origine, et a proposé une démarche pour obtenir une approximation du squelette euclidien [Mey90b] basée sur ces méthodes, démarche que nous comparerons à la nôtre.

Les méthodes de la géométrie informatique sont en théorie élégantes, mais sont en pratique assez peu efficaces, et grandes consommatrices de ressources ; de plus le résultat obtenu n'est souvent qu'approximatif.

La quatrième classe d'algorithmes fait se côtoyer des méthodes en fait assez variées. Certains auteurs, tels F. Leymarie [LL91] utilisent un modèle de contour déformable (*snake*) pour reproduire de feu de prairie de Blum, en considérant la fonction distance inversée de l'ensemble à squelettiser comme un puit de potentiel. Ces méthodes sont extrêmement coûteuses en temps-machine et complexes à mettre en œuvre. Une méthode plus efficace a été développée par Vincent [Vin90, Vin91a]. Cette dernière est plutôt simple à mettre en œuvre, efficace et flexible. C'est cette méthode que nous allons adapter au cas euclidien. L'algorithme original de Vincent consiste en les étapes suivantes :

1. Déterminer la fonction distance (4,6 ou 8-connexe) de l'ensemble à squelettiser.
2. Chercher les maxima locaux de la fonction distance. Ces maxima locaux sont les centres des boules maximales de l'ensemble à squelettiser. On appelle l'ensemble de ces points le squelette par ouverture. Ce squelette n'est en général pas homotope à l'ensemble de départ.
3. De manière à retrouver cette homotopie, on simule le « feu de prairie » de Calabi, en enlevant des pixels de l'ensemble de départ par une propagation en largeur d'abord (à l'aide de files d'attente simples) en partant des frontières, et en respectant les conditions suivantes :
 - on ne doit pas enlever un des points détectés à l'étape précédente (maxima locaux de la fonction distance),
 - on ne doit pas enlever un des points examinés si le fait d'enlever ce point modifie l'homotopie locale².

De cette manière on obtient un squelette qui passe par tous les points du squelette par ouverture, et qui possède la même homotopie que l'ensemble d'origine. De plus cet algorithme est particulièrement rapide. La figure 3.4 présente l'ensemble des étapes du procédé.

²Dans le cas où on ne recherche qu'un sous-ensemble du squelette (squelette minimal, par exemple), il peut être nécessaire de réexaminer certains de ces points, voir page 81 ou encore [Vin90, pp. 164-165]

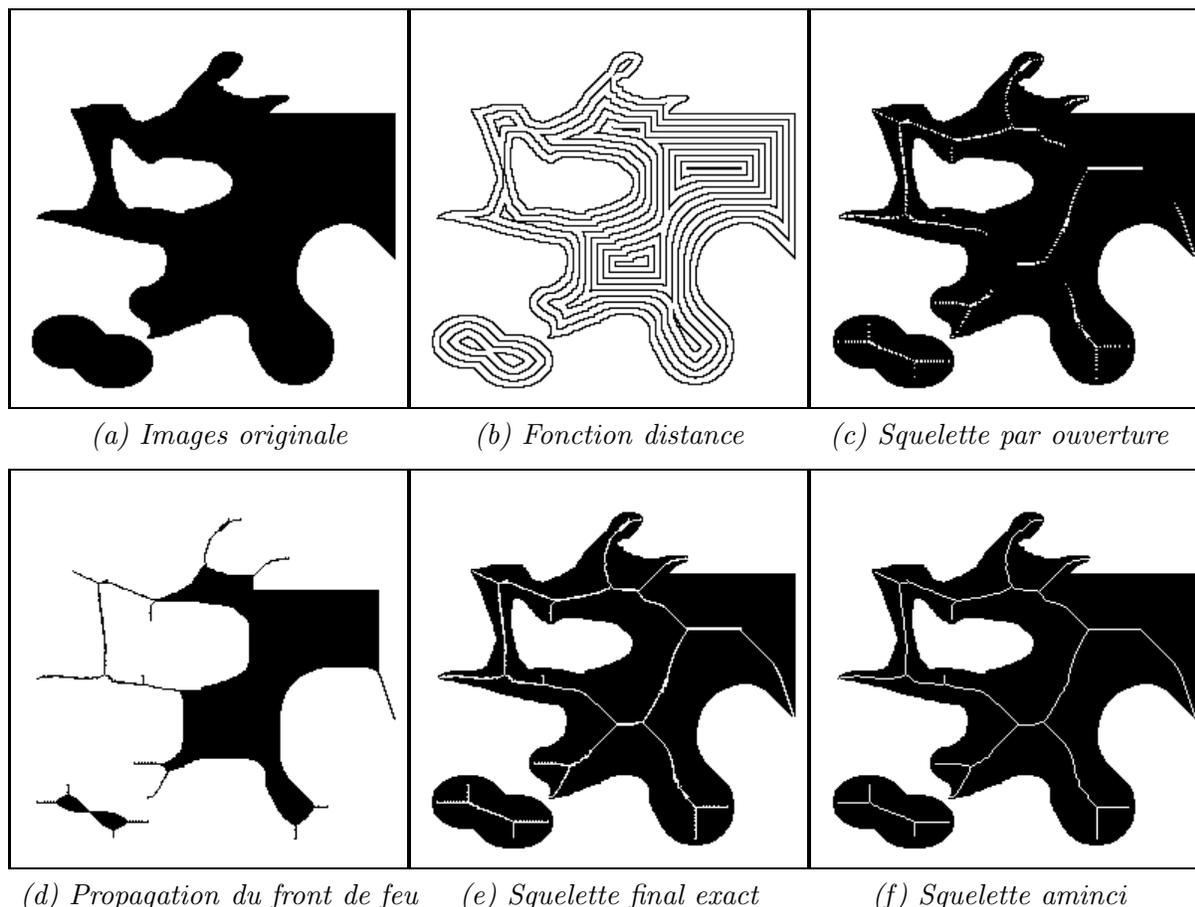


FIG. 3.4: Étapes successives dans la réalisation d'un squelette 8-connecté.

La dernière étape, optionnelle, rend le squelette partout épais d'un pixel.

Nous allons donc maintenant montrer comment adapter cet algorithme au cas euclidien.

3.3 Obtention du squelette euclidien

Dans cette section nous allons chercher à obtenir une approximation du squelette euclidien d'un ensemble défini sur une trame digitale.

Pour adapter la méthode précédemment décrite au cas euclidien, il nous faut donc résoudre trois problèmes : tout d'abord obtenir une fonction distance euclidienne, puis détecter les centres de boules maximales (CBM par la suite) sur cette fonction distance, et enfin simuler un feu de prairie pour reconnecter tous ces centres.

3.3.1 Fonction distance euclidienne

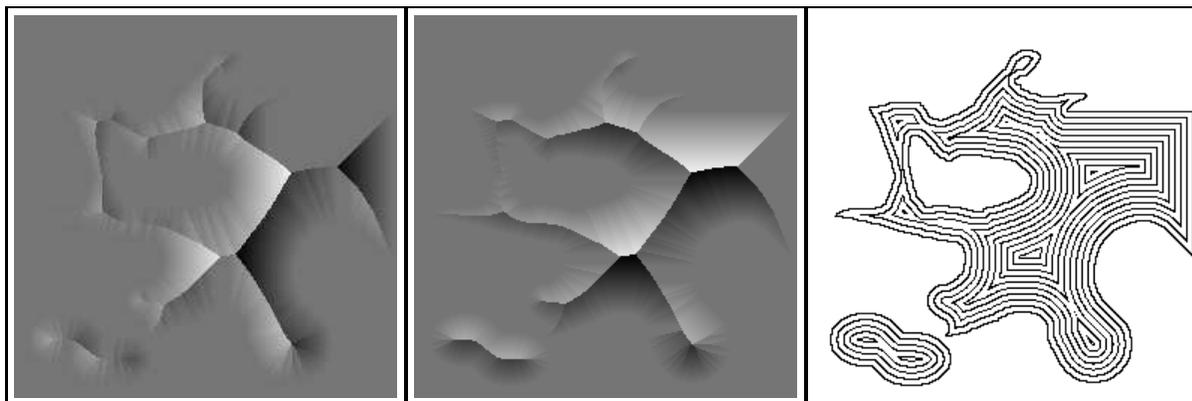
La première de ces étapes est la plus simple. En effet, de nombreux algorithmes de fonction distance euclidienne ont été proposés, parmi lesquels le plus connu d'entre eux, celui (séquentiel) de Danielsson [Dan80] ou celui de Soille [Soi91] (à base de files d'attente simples), celui de Gratin [Gra93] ou le nôtre (à base de FAH ou de tas), voir annexe B, qui comportent

quelques erreurs mineures, l'algorithme de Vincent [Vin91b] qui est exact, mais qui n'est pratiquement utilisable que pour les triangulations (trame hexagonale), ou la méthode de Paglieroni [Pag92] qui est exacte pour la trame carrée.

On peut tout à fait se contenter de la méthode de Danielsson, ou de l'une quelconque parmi celles à base de file d'attente, les erreurs en question étant de très faible influence ; par contre il est nécessaire que ces méthodes produisent également les images des vecteurs de propagations à partir des contours, car nous allons avoir besoin de cette information par la suite. On rappelle ici ce que sont les images des vecteurs de propagation :

Définition 3.5 (vecteurs de propagation) *Si ρ_X est la fonction distance sur un ensemble X , le vecteur $\vec{V}_p(x)$ de propagation au point x de X est tel que pour tout x , $x - \vec{V}_p(x)$ est le ou l'un des points du fond de l'image le plus proche de x .*

La plupart des algorithmes de fonction distance euclidienne construisent pas à pas un tel champ de vecteurs pour obtenir à la fin la fonction distance euclidienne : en effet, à l'évidence on a : $\rho_X(x) = \|\vec{V}_p(x)\|$ pour tout x . Comme on travaille dans le cadre de cette étude en deux dimensions, on a besoin de deux images pour contenir les coordonnées de $\vec{V}_p = (V_p^x, V_p^y)$. La figure 3.5 présente les deux composantes de $\vec{V}_p(x)$ et les lignes de niveau de la fonction distance euclidienne finale sur un exemple simple.

(a) Image coordonnée x (b) Image coordonnée y

(c) Fonction distance

FIG. 3.5: Composantes de l'image des vecteurs de propagation et lignes de niveau de la fonction distance obtenue.

3.3.2 Détection des centres de boules maximales

Cette étape, par contre, est cruciale et n'est pas triviale, comme nous allons le voir. Nous allons présenter plusieurs méthodes déjà proposées dans la littérature, et nous allons exposer la nôtre à la fin, ainsi que les résultats que nous obtenons.

3.3.2.1 Les méthodes basées sur la détection des points crête

Nous avons déjà vu plus haut que dans le cas du squelette 4, 6 ou 8-connexe, les points crête de la fonction distance sont les centres des boules maximales de l'ensemble à squelettiser. On pourrait être tenté d'appliquer cette méthode très simple au cas des squelettes euclidiens,

et de rechercher les points crête de la fonction distance euclidienne. Malheureusement, s'il est possible de justifier le fait que toutes les configurations ainsi détectées sont bien des centres de boules maximales, cette méthode n'en donne qu'un sous-ensemble très pauvre, comme le précise la figure 3.6. Le squelette euclidien d'un carré est une croix dont les deux branches sont de même longueur, centrée dans le carré et tel que chacune des branches de la croix atteigne un des coins du carré. Or le seul point crête de la fonction distance euclidienne d'un carré est situé au centre de celui-ci, quelle que soit la connexité employée en trame carrée.

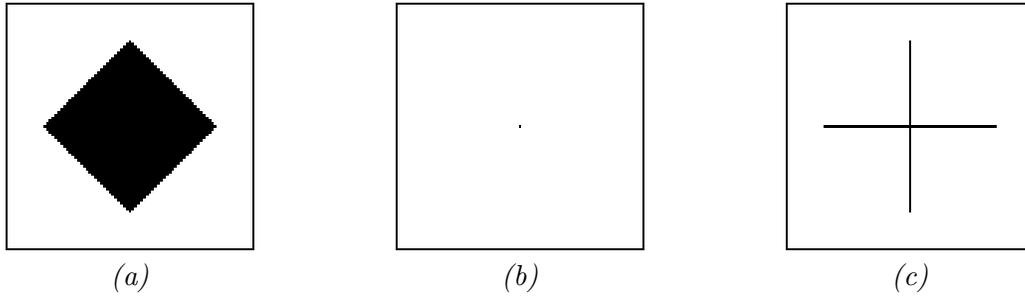


FIG. 3.6: (a) Carré à 45°; (b) points crête de la fonction distance (4 ou 8-connexes); (c) vrais centres des boules maximales.

En fait la recherche des points crête est un critère trop simple pour caractériser la forme locale de la fonction distance euclidienne : ce critère n'est basé que sur le niveau de la fonction distance dans un voisinage local, tout comme la méthode suivante, qui pourtant obtient de meilleurs résultats.

3.3.2.2 Méthode basée sur l'analyse de l'amont local

Cette méthode est celle proposée par F. Meyer dans [Mey90b]. Elle est basée sur la notion d'amont et d'aval sur la fonction distance euclidienne, notion que nous allons rappeler ici (voir [Mat88a, Mat88b]) :

Définition 3.6 Soit X un ensemble ouvert dans l'espace euclidien E . Soit ρ_X la fonction distance euclidienne associée à X , $d(x, y)$ la distance euclidienne de x à y pour tout x et y appartenant à E . L'amont d'un point y appartenant à X peut être défini comme l'ensemble fermé des points $Am(y)$ qui vérifient :

$$\forall x \in Am(y), \rho_X(y) = \rho_X(x) - d(x, y) \quad (3.5)$$

On dira de façon symétrique que x fait partie de l'amont de y et que y est dans l'aval de x . On montre que y appartient au squelette de X si et seulement si $Am(y) = y$ [Mat88b]. De plus, pour tout x de X mais n'appartenant pas au squelette de X , si on considère la réunion de son amont et de son aval, alors on obtient un segment qui est un rayon de disque maximal³ (voir figure 3.7).

Dans le cas digital, nous allons tâcher d'utiliser cette définition pour rechercher les CBM. Tout d'abord définissons le *vecteur amont vrai* dans le cas digital :

³Si x appartient au squelette de X alors son aval est constitué d'au moins un rayon de boule maximale

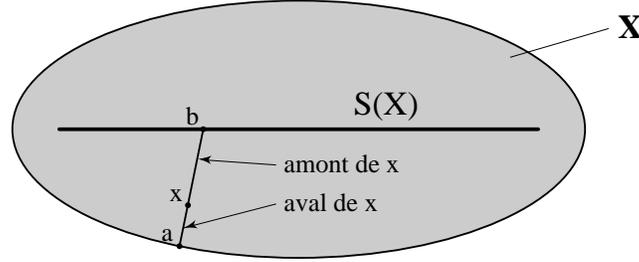


FIG. 3.7: Amont et aval d'un point x sur la fonction distance de X . \overline{ab} est un rayon de boule maximale centrée en b , b appartenant au squelette.

Définition 3.7 (Vecteur amont vrai) Soit X un ensemble de \mathbb{Z}^2 ; soit x un point de X et soit $D(x, r)$ le disque euclidien centré en x et de rayon r . On note a un point d'intersection entre $D(x, \rho_X(x))$ et ∂X , la frontière de X . On appelle vecteur amont vrai $\vec{x} = (v_x(x), v_y(x))$ le vecteur \overline{ax} .

On note que ce vecteur n'est pas défini de façon unique dans le cas général. En effet, dans le cas où il existe plusieurs points d'intersection entre $D(x, \rho_X(x))$ et la frontière de X , il existe plusieurs vecteurs amont. Ces points sont cependant toujours des points du squelette par définition. Or on cherche précisément à caractériser ces points.

Considérons maintenant la fonction $\eta(x)$ pour chaque point x de X définie comme étant la valeur du rayon r du plus grand disque $D(N(x), r)$ centré dans le voisinage de x (noté $N_G(x)$) et inclus dans le disque de rayon $\rho_X(x)$, centré en x :

$$\begin{aligned} \eta : X &\longrightarrow \mathbb{Z}^+ \\ x &\longmapsto \max\{r, D(N_G(x), r) \subset D(x, \rho_X(x))\} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Si pour un point y , la valeur de la fonction distance $\rho_X(y)$ est strictement plus grande que la valeur $\eta(x)$ pour tous les x voisins de y , alors de toute évidence y n'a pas d'amont autre que lui-même, et par conséquent fait partie du squelette de X . C'est un centre de boule maximale :

$$\forall x \in N_G(y), \eta(x) < \rho_X(y) \longrightarrow y \in \text{Squel}(X) \quad (3.7)$$

Meyer propose de calculer la fonction η en x en considérant l'amont des voisins de x . On a $\rho_X(x) = \|\vec{x}\|^2 = v_x(x)^2 + v_y(x)^2$. En 4-connexité, si $v_x(x) \geq v_y(x)$, alors on a $\eta(x) = (v_x(x) - 1)^2 + v_y(x)^2$ sinon $\eta(x) = v_x(x)^2 + (v_y(x) - 1)^2$ (voir [Mey90b]).

Une fois la fonction η calculée pour tout x de X , on considère la plus grande valeur de $\eta(y)$ pour tout y appartenant au voisinage de x , et si cette nouvelle valeur est strictement plus petite que $\rho_X(x)$, alors le point x est réputé être un centre de boule maximale.

Cette méthode est exploitable en trame carrée aussi bien qu'hexagonale. Elle fournit bien un sous-ensemble des CBM, mais cet ensemble n'est pas complet. Cette méthode ne garantit pas la détection de tous les CBM, comme l'illustre l'exemple de la figure 3.8.

Dans cette figure, on montre un coin de carré incliné à 45° . On donne la fonction distance et la fonction η par leurs composantes plutôt que par leur norme, ce qui simplifie la déduction de η à partir de ρ_X . Pour obtenir η on enlève 1 à la plus grande des composantes de ρ_X , comme nous l'avons expliqué plus haut. Les pixels entourés et en gris clair sont les points qui devraient être détectés comme CBM et qui ne le sont pas par la méthode de Meyer, puisque

Cependant, par construction de la fonction distance digitale, en chaque point x de X nous connaissons le vecteur de propagation $\vec{V}_p(x)$ (voir § 3.3.1), c'est à dire le vecteur associé au point x tel que le point p_x défini par : $p_x = x - \vec{V}_p(x)$ soit le ou un des points les plus proches de x appartenant au fond de l'image. On a $\|\vec{V}_p(x)\| = \rho_X(x)$, la fonction distance associée à X au point x , donc le segment $\overline{p_x x}$ représente l'aval de x et son prolongement l'amont de x .

Pour repérer si un point x est un centre de boule maximale ou non, il suffit donc de repérer lequel de ses voisins y est dans la direction de l'amont de x et de regarder la différence $\rho_X(y) - \rho_X(x)$. On doit avoir une valeur égale à 1 dans le cas où x n'est pas un CBM (y est dans son amont, donc l'amont de x n'est pas réduit à lui-même). Dans le cas contraire, x est un CBM. En fait dans le cas digital, on ne peut pas s'attendre à avoir un résultat aussi net. Comme nous le faisons remarquer plus haut, la direction de l'amont peut très bien ne pas correspondre à une direction principale de la trame, et tous les voisins de x peuvent ne pas être à une distance de 1 de x . Néanmoins il est possible de donner un minorant à la différence $\rho_X(y) - \rho_X(x)$ plus petit que 1 au dessous duquel on est relativement sûr de rencontrer un CBM. On a le cas de la figure 3.9 :

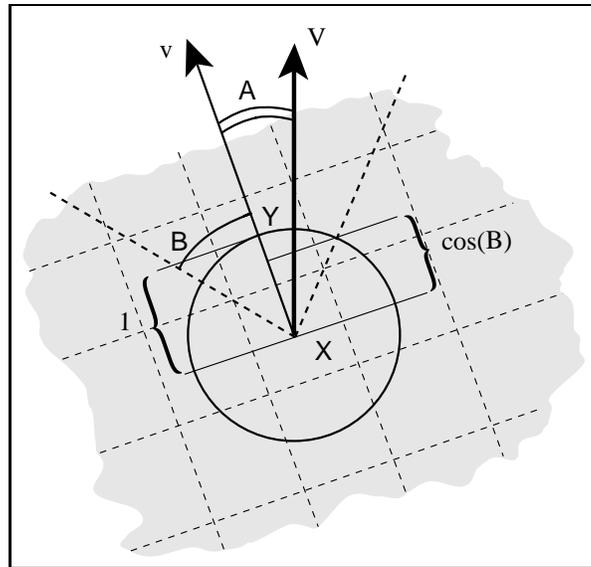


FIG. 3.9: Vecteur amont dans le cas digital 4-connecté.

On a pris dans cette figure l'exemple de la trame carrée en 4-connectivité. Le vecteur \vec{V} est le *vecteur amont vrai* tel que donné par la méthode de calcul de la fonction distance euclidienne. Le vecteur \vec{v} est le *vecteur amont local*, la direction principale de la trame la plus proche de la direction vraie de l'amont (au sens d'une différence angulaire, par exemple). Le point x est celui dont on cherche à savoir s'il est un CBM ou non, le point y son voisin tel que $\vec{xy} \propto \vec{v}$. L'angle A est la différence angulaire entre \vec{v} et \vec{V} . Puisque le choix de \vec{v} s'opère sur tous les voisins de x de telle façon que A soit minimal, on peut majorer A et cette majoration dépend du type de voisinage employé. On appelle B cette majoration. En 4-connectivité, B vaut $\pi/4$, en 8-connectivité elle vaut $\pi/8$. En trame hexagonale, B vaut $\pi/6$. Dans le pire des cas, celui où A vaut B , la projection de $\vec{V}/\|\vec{V}\|$ le long de la direction de \vec{v} vaut $\|\vec{xy}\| \cos B$. Dans le cas où x n'est pas un CBM, la différence $\rho_X(y) - \rho_X(x)$ doit donc au moins être égale à $\|\vec{xy}\| \cos B$. Si on n'a pas une telle différence, alors le point x est marqué comme centre de boule maximale.

On a donc la proposition suivante dans le cas digital :

Proposition 3.8 *Soit X un ensemble binaire sur une trame digitale $T \subset \mathbb{Z}^2$, et x un point de X . Si \vec{V} est le vecteur amont vrai en x , \vec{v} la direction de la trame la plus proche de \vec{V} , y le voisin de x dans la direction \vec{v} , B la différence angulaire entre deux voisins de la trame et ρ_X la fonction distance euclidienne associée à X , alors on a :*

$$|\rho_X(y) - \rho_X(x)| < \|\vec{xy}\| \cos B \implies x \in \text{Squel}(X)$$

x est donc un centre de boule maximale pour X .

Il est nécessaire de faire quelques remarques maintenant :

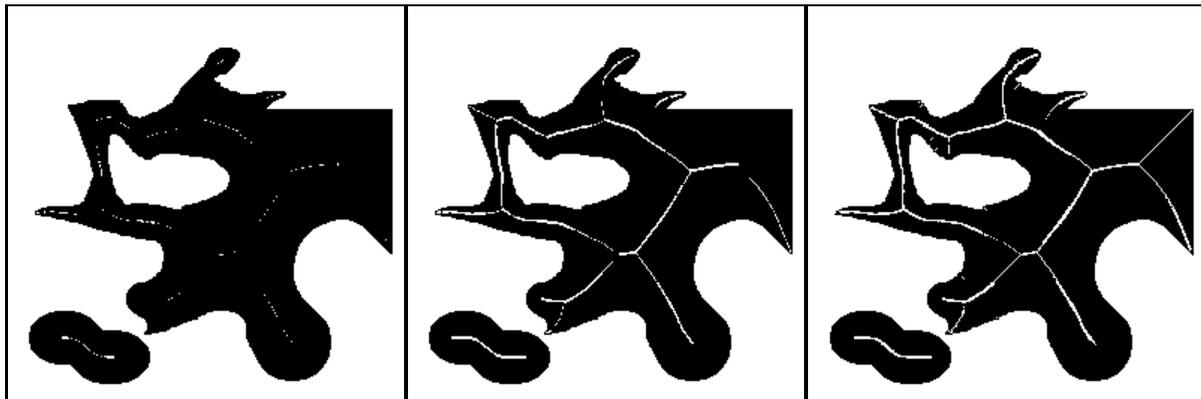
- Bien qu'apparemment complexe, on ne doit pas oublier que le vecteur amont vrai est obtenu directement par les méthodes usuelles de calcul de la fonction distance euclidienne. On n'a pas de calcul supplémentaire à opérer pour tout point x si ce n'est la détermination du point voisin de x le plus proche de la direction du vecteur amont, ce qui est très rapide. Cette méthode se révèle au moins aussi rapide que celle de Meyer et est de toute manière négligeable comparée à l'étape de calcul de la fonction distance euclidienne elle-même.
- Bien que sûre, cette méthode ne permet pas de mettre en évidence tous les centres de boules maximales d'un ensemble X . En effet la condition de la proposition 3.8 est trop faible dans le cas où le vecteur d'amont vrai est proche d'une direction principale de la trame. Toutefois une condition plus stricte amènerait à des fausses détections de CBM.
- Il est possible d'améliorer encore cette méthode en appliquant un critère adaptatif au lieu d'un critère fixe. On peut toujours connaître la différence angulaire courante A , et il suffit donc de remplacer $\cos B$ par $\cos A$ dans la proposition 3.8 pour obtenir un critère plus fin. En pratique un tel niveau de précision ne semble pas nécessaire et ne dispense pas de l'étape de simulation du feu de prairie, car quelques CBM ne sont toujours pas détectés du fait de l'imprécision due à la trame digitale. De plus du fait de cette imprécision, on cours le risque, en appliquant un critère trop fin, de créer des fausses détections de CBM. On peut réduire ce risque en réduisant le minorant : par exemple à $0,7\|\vec{xy}\| \cos A$.

3.3.2.4 Résultats comparatifs

On présente ici les résultats de détections de centres de boules maximales sur un ensemble binaire simple (image originale : figure 3.4a).

On constate que la détection des CBM par la méthode des points crête donne des résultats plutôt incomplets. La méthode de Meyer donne un ensemble de marqueurs plus dense, mais certaines caractéristiques de l'ensemble près de sa frontière ne sont pas détectées. Il ne semble pas y avoir d'erreurs. La méthode proposée donne de loin les meilleurs résultats : on marque bien le coin carré en haut à droite de l'ensemble (c'est la seule méthode à le faire), et aucune structure, même fine, de la frontière de l'ensemble n'est oubliée. Il ne semble pas y avoir d'erreur non plus.

La méthode proposée donne donc un ensemble de marqueurs plus complet et plus fiable que les autres méthodes présentées. On a finalement l'algorithme suivant :



(a) Points crête

(b) Méthode de Meyer

(c) Méthode proposée

FIG. 3.10: Détection des centres de boules maximales par différentes méthodes.

Algorithme : Détection des centres de boules maximales euclidiennes

- **Données**

- $imIn$, l'image originale.
- $imDist$, l'image de la fonction distance euclidienne.
- imX , l'image de la composante X des vecteurs de propagation.
- imY , l'image de la composante Y des vecteurs de propagation.
- $imOut$, l'image finale.

- **Variables**

- x, y , pixels
- B , angle entre deux voisins
- V , vecteur de propagation

- **Initialisation**

Mettre à 0 $imOut$
 $B \leftarrow$ angle caractéristique de la trame

- **Boucle principale**

Pour chaque point x de $imIn$
 calculer V , vecteur de propagation en x
 trouver y , le voisin de x le plus proche dans la direction de V
 Si $|imDist(y) - imDist(x)| < d(x, y) \cos B$ alors
 $imOut(x) \leftarrow 1$
 FinSi
FinPour

3.3.3 Simulation du feu de prairie

Dans le cas de la recherche de l'approximation du squelette euclidien des ensembles digitaux, on a constaté qu'aucune des méthodes présentées n'avait l'ambition de détecter l'ensemble exhaustif des centres de boules maximales quelque soit l'ensemble X à squelettiser, contrairement au cas purement digital (formule de Lantuéjoul). De plus, même si une telle détection était possible, il n'y aurait aucune garantie quant à l'identité d'homotopie entre cet ensemble de points et l'ensemble original. En clair l'ensemble des CBM ainsi détecté pourrait ne pas être connexe même si l'ensemble de départ l'était.

Le même problème existe pour les squelettes en 4, 6 ou 8-connexité, comme on l'a vu au début de cette section : les centres de boules maximales sont en trame discrète ce qu'on appelle le squelette par ouverture, et ce squelette n'est pas connexe en général. Pour remédier à ce problème, on va utiliser comme dans le cas purement discret la méthode proposée par Vincent et présentée à la section 3.2. Cette méthode revient en fait à reconstruire de façon connexe l'amont de chaque point d'ancrage.

Cette étape est a priori simple, mais réclame un peu d'attention. Puisque l'on recherche un squelette euclidien, le feu de prairie doit courir sur l'ensemble X de façon euclidienne, c'est à dire qu'il doit « prendre » partout au même moment le long de la frontière de X et progresser vers l'intérieur de celui-ci avec une vitesse constante et de façon isotrope en tout point. Ce feu doit épargner les CBM et ne doit modifier l'homotopie locale en aucun point.

Pour simuler la progression isotrope du feu de prairie, on propose d'utiliser la fonction distance euclidienne déjà calculée pour rechercher les CBM. L'idée est d'examiner les points de l'ensemble X les uns après les autres, en conditionnant l'examen de ces points à leur niveau de gris dans la fonction distance euclidienne. Les points de niveau 1 sont examinés les premiers, puis ceux de niveau 2, etc. De ce fait on progresse vers l'intérieur, ligne de niveau par ligne de niveau dans cette fonction distance, et donc finalement de manière isotrope.

Au niveau de la mise en œuvre, on doit prendre des précautions, surtout si la trame n'est pas localement isotrope (cas de la trame carrée en 8-connexité). Tout d'abord il est indispensable de travailler sur la fonction distance euclidienne avec la meilleure précision possible. On propose de travailler toujours avec le carré de cette fonction, comme celui-ci est un entier (somme de 2 carrés). D'autre part, comme on l'a vu plus haut, l'amont de chaque point de X est toujours situé sur la ligne de plus grande pente partant de ce point ; il ne faut donc pas forcément considérer, dans un voisinage dont le centre est un point d'ancrage dont on cherche l'amont, que celui-ci est situé sur le pixel voisin dont la fonction distance est la plus élevée. Considérons le cas de la figure 3.11 :

Sur cette figure on voit un simple voisinage 3×3 faisant partie de la fonction distance (ici au carré) d'un ensemble X . On suppose que l'on a déjà détecté comme faisant partie du squelette les pixels qui sont entourés dans la figure. L'amont du pixel central n'est pas le pixel de niveau de gris 65, comme on pourrait le penser, mais celui de niveau de gris 62 ; en effet, dans le premier cas la pente moyenne vaut

$$\frac{\sqrt{65} - \sqrt{50}}{\sqrt{2}} \simeq 0,7$$

alors que dans le second elle vaut :

$$\sqrt{62} - \sqrt{50} \simeq 0,8$$

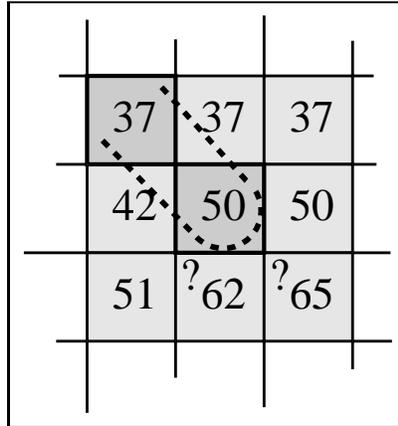


FIG. 3.11: Détection d'amont en 8-connexité.

On ne peut donc pas se contenter, dans le cas de la trame carrée, de parcourir niveau par niveau la fonction distance euclidienne et de retirer les points qui ne modifient pas l'homotopie locale. Dans le cas présent cette méthode reviendrait à choisir le pixel de niveau de gris 65 au lieu de celui de niveau de gris 62 comme faisant partie du squelette. En effet, ce dernier apparaît le premier lorsque l'on parcourt la fonction distance euclidienne de cette façon, et peut être enlevé à l'ensemble sans modification d'homotopie, puisque le pixel de niveau 65 sera toujours attaché au pixel central à ce niveau du parcours.

Pour résoudre ce problème, nous proposons qu'à chaque fois qu'on rencontrera un point d'ancrage, on recherchera le pixel voisin de celui-ci situé sur la ligne de plus grande pente à partir de ce point, et on déclarera ce nouveau pixel comme étant un nouveau point d'ancrage du squelette. Lors de l'examen de ce nouveau point, puisqu'il s'agira désormais d'un point d'ancrage à son tour, la même procédure sera répétée. La ligne de plus grande pente est donnée par le vecteur amont vrai en chaque point, qui a déjà été calculé lors de la détection des points d'ancrage⁴

Pour mettre en œuvre le parcours de la fonction distance euclidienne, on peut soit utiliser un simple tri de pixels, soit utiliser une file d'attente hiérarchique (FAH), soit une structure de tas [Vin93]. Dans tous les cas une bonne solution consistera à trier tous les points de la fonction distance euclidienne par niveaux croissants, soit grâce à un tri simple, soit grâce à la structure de tas ou à la FAH, et examiner ensuite les pixels ainsi triés les uns après les autres. Utiliser une FAH ou un tas permet de rajouter une souplesse particulière à l'algorithme. En effet, si notre but est de construire uniquement le squelette euclidien *complet*, alors un parcours unique du bas vers le haut de la fonction distance euclidienne est suffisant, et peut-être réalisé à l'aide du simple tri des pixels de l'image ; par contre, si nous désirons être capable de calculer des sous-ensembles particulier de ce squelette, tels le *squelette minimal* (partie du squelette qui connecte les érodés ultimes), ou les *marqueurs homotopiques minimaux* (MHM) (plus petite partie du squelette homotope à l'ensemble de départ), en partant d'un nombre plus réduit de points d'ancrages, alors certains points du squelette peuvent avoir à être considérés

⁴En pratique, on peut se contenter de l'analyse locale de l'amont comme dans le petit exemple donné, à condition toutefois que les points d'ancrage donnés fassent partie du squelette. En effet l'amont de points n'appartenant pas au squelette peut ne pas être assez fort, et la ligne de plus grande pente obtenue sera imprécise.

plusieurs fois, et parfois même à partir de points du squelette d'altitude plus élevée dans la fonction distance. Considérons l'exemple suivant (figure 3.12).

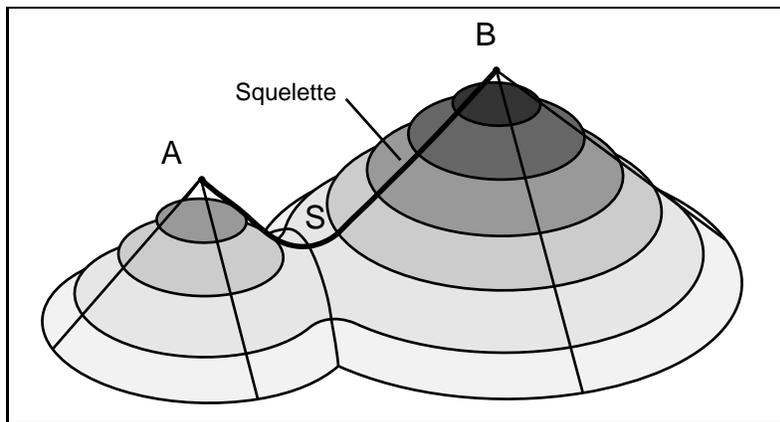


FIG. 3.12: Relief et squelette de la fonction distance de deux disques imbriqués.

Cette figure présente le relief 3-D obtenu lors du calcul de la fonction distance euclidienne d'un ensemble X simple : deux disques de diamètres différents se recouvrant partiellement. Lors du parcours des lignes de niveaux successives de ce relief on atteint l'endroit du col S entre les deux disques bien avant l'un ou l'autre des deux sommets A et B . Le squelette de l'ensemble va donc commencer à se construire à partir de ce point-selle, puisque ce point précis ne va pas pouvoir être enlevé sans modifier l'homotopie locale. Le squelette va continuer à se construire en parcourant les lignes de niveaux croissants, constitué de l'amont de ce point-selle, jusqu'à atteindre les sommets. Le squelette complet de cet ensemble est donc une ligne partant des deux sommets A et B et passant par le point-selle S entre les deux disques. Un seul parcours du bas vers le haut de la surface de la fonction distance permet donc bien de le construire. Si on désire maintenant ne construire qu'un sous-ensemble de ce squelette, comme nous le ferons plus loin, par exemple si on est uniquement intéressé par un marqueur homotopique minimal de cet ensemble le plus petit possible, on doit être capable de retirer au squelette final une partie de ses branches. Dans le cas présent, parvenu aux sommets de la fonction distance, on se rend compte que l'on peut retirer tous les points sauf un de la branche de squelette, sans modifier l'homotopie globale du résultat. Pour réaliser ceci on doit réexaminer les points du squelette construits en partant des extrémités, et comme les extrémités sont aux sommets de la fonction distance, cela implique de parcourir de nouveau les voisins des sommets (donc situés plus bas qu'eux) dans l'algorithme. On va donc devoir parcourir les points du squelette dans le sens inverse de celui qui a permis de le construire.

D'une manière générale, pour pouvoir régler ce genre de problèmes, à chaque fois que l'on retire un point de l'ensemble à squelettiser, on doit réexaminer ses voisins qui n'ont pas été encore été enlevés de l'ensemble pour voir si le point que l'on vient juste de retirer ne change pas quelque chose dans leur homotopie locale, et si on peut de ce fait le retirer de l'ensemble à son tour, même si à une étape antérieure ils avaient été examinés et jugés indispensables pour le maintien de l'homotopie. On a par exemple le cas de la figure 3.13.

Dans cette figure, on a représenté en niveaux de gris croissants les niveaux successifs de la fonction distance. Le niveau 0 représente le fond de l'image, et l'ensemble à squelettiser

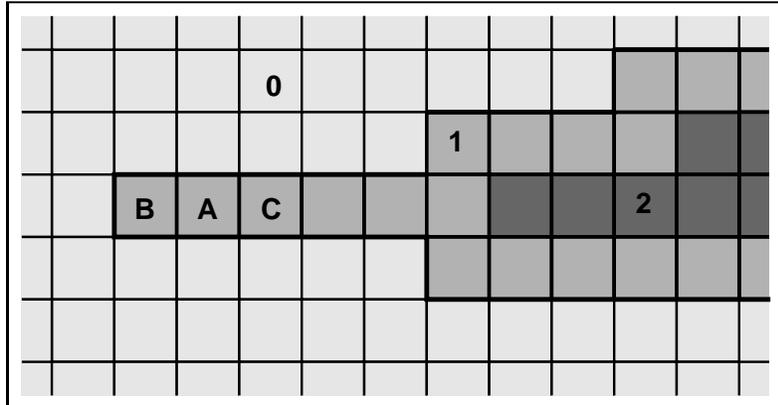


FIG. 3.13: *Homotopie locale et extrémité de squelette.*

est constitué de l'union des niveaux plus grands que 0 (au sens strict). Au niveau 1 on observe une extrémité de l'ensemble à squelettiser. Les pixels *A* et *B* font clairement partie du squelette total, mais pas du marqueur homotopique minimal, par exemple. On doit donc les éliminer du résultat si aucun point d'ancrage n'est déclaré en *B* par exemple. Supposons que *A* soit examiné en premier par l'algorithme de simulation de feu de prairie. Du point de vue local *A* est indispensable, puisque l'enlever déconnecterait les pixels *B* et *C* situé immédiatement à sa gauche et à sa droite respectivement et qui font partie de l'ensemble à squelettiser. Cependant après examen de *B*, on se rend compte que celui-ci peut être enlevé sans dommage pour l'homotopie. De ce fait *A* devient un pixel de l'extrémité du squelette courant, et peut être enlevé sans dommage pour l'homotopie de l'ensemble. On doit donc le réexaminer.

Pour éviter d'examiner plusieurs fois inutilement tous les points de l'ensemble à squelettiser, on a en fait besoin d'examiner uniquement les points qui se trouvent dans le voisinage du point courant et de niveau inférieur ou égal dans la fonction distance. Tous les points d'altitude supérieure seront examinés plus tard de toute façon, puisqu'ils ont été mis dans la structure de tas ou la FAH au début de l'algorithme. Il suffit donc de garder en mémoire le plus haut niveau atteint jusqu'alors et, lorsqu'on décide d'enlever un point de l'ensemble à squelettiser, de ne réexaminer que les points voisins de celui-ci de niveau inférieur ou égal. Un problème identique avait été décrit par Vincent [Vin90, pp. 164-165] pour le cas du squelette 4, 6 ou 8-connexe. Vincent faisait la remarque que les parties à éliminer étaient toutes des parties de squelette, et qu'un simple ébarbulage était suffisant pour obtenir le sous-ensemble du squelette voulu. Cette remarque reste vraie dans le cas du squelette euclidien, sa mise en œuvre reste simple et l'algorithme qui en résulte est légèrement plus rapide, dans la mesure où on peut stocker les pixels à réexaminer dans un tableau à part, ce qui évite de refaire un passage sur l'image, mais cette méthode implique en particulier l'écriture d'une deuxième matrice (matrice d'ébarbulage) du type de celle de la figure 3.14, ce qui peut poser des problèmes de mise au point, en particulier en trame carrée, celle-ci n'étant pas triviale à remplir.

Les configurations homotopiques locales sont examinées comme dans [Vin90] : au moyen d'une table de configuration (LUT), de taille correspondante au voisinage considéré (6-connexe : 64 configurations, 4- ou 8-connexe : 256 configurations). Dans cette table chaque entrée correspond à une configuration possible, et la valeur du tableau pour chaque configura-

tion sera soit 1 si enlever le pixel central modifie l'homotopie locale, soit 0 sinon. La figure 3.14 présente l'ensemble des configurations dans le cas de la trame carrée et de la 8-connexité. Les configurations entourées sont celles pour lesquelles l'homotopie locale est modifiée si le pixel central est enlevé (pour une meilleure clarté du résultat on a montré le pixel central effectivement enlevé ; on constate suivant les cas que pour les configurations entourées on a soit créé un trou, soit séparé deux ou plusieurs objets, et que cela n'arrive pas pour les configurations non entourées).

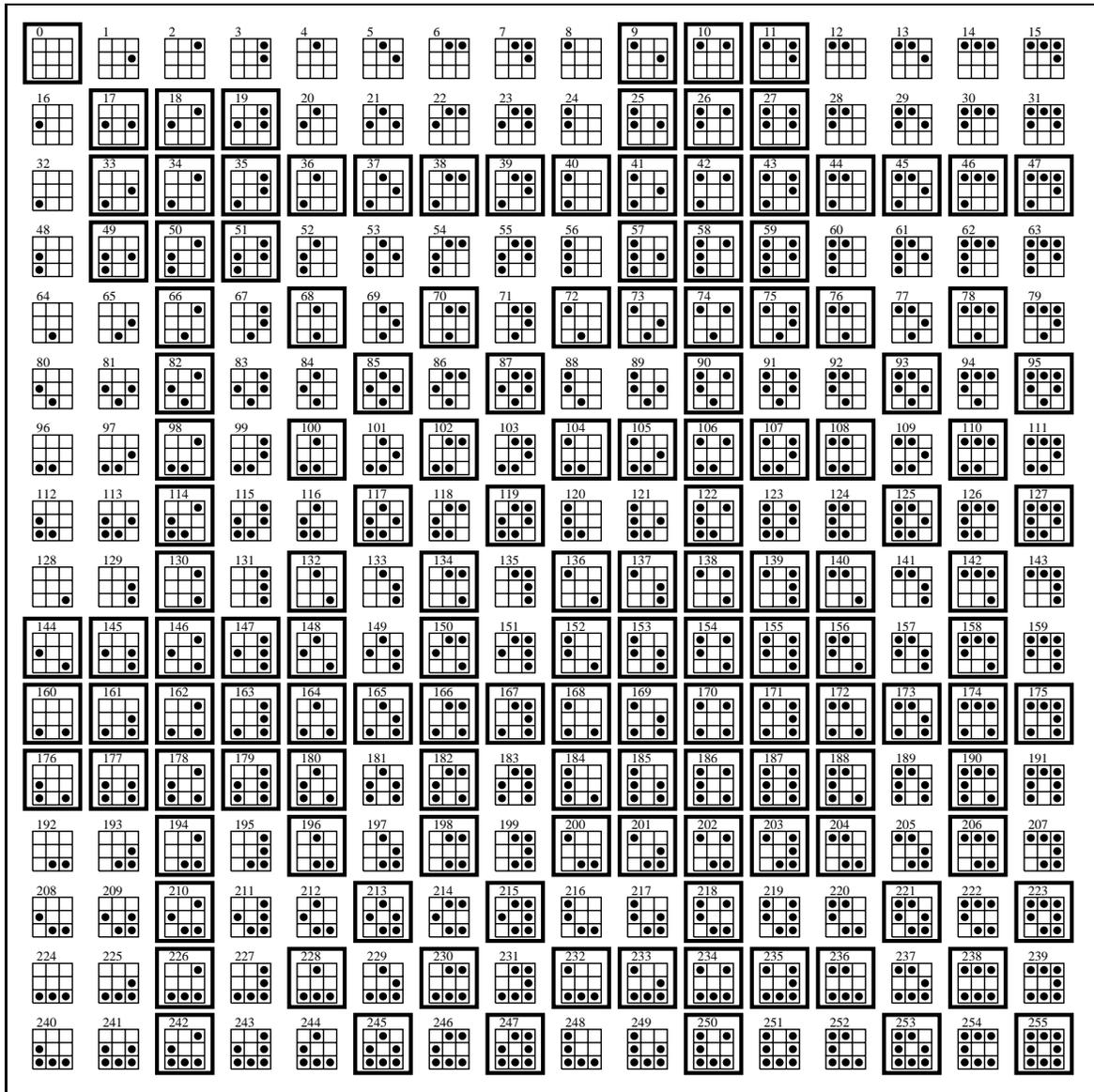


FIG. 3.14: Configurations en 8-connexité qui, selon que le pixel central est présent ou non, modifie l'homotopie locale.

L'utilisation d'une telle LUT permet d'une part de repérer rapidement les configurations qu'il convient de garder pour la construction du squelette, et d'autre part ajoute une souplesse supplémentaire à l'algorithme. Il suffit en effet de changer de LUT pour obtenir soit un

3	2	1
4		0
5	6	7

FIG. 3.15: Indice des voisins d'un pixel.

squelette 8-connexe, soit un squelette 4-connexe. Dans le cas de la trame hexagonale la LUT est encore plus facile à décrire, puisqu'elle n'a que 64 éléments (voir [Vin90, page 161]).

Dans le tableau de la figure 3.14, les configurations ont été codées de la façon suivante :

$$C = \sum_{i=0}^7 p_i \times 2^i \quad (3.8)$$

avec $p_i = 0$ ou $p_i = 1$ suivant que le voisin indicé i est un point du fond ou de l'ensemble respectivement, les voisins étant indicés comme à la figure 3.15 :

On a finalement l'algorithme suivant pour la simulation du feu de prairie (on a supposé l'utilisation d'un tas plutôt que d'une FAH) :

Algorithme : Simulation du feu de prairie

- **Données**

- *imDist*, image de la fonction distance de l'ensemble à squelettiser
- *imMask*, l'image des points d'ancrage
- *imOut*, l'image finale.
- *myLUT*, la LUT des configurations de voisinage
- *myHeap*, une structure de tas

- **Variables**

- *pixel*, point examiné
- *level*, niveau le plus haut atteint dans l'examen de la fonction distance

- **Initialisation**

Mettre *imOut* à 0

Mettre à 1 dans *imOut* tous les pixels de *imDist* strictement plus grand que 0

Parcours de *imDist*, mise de tous ses pixels sur le tas

- **Boucle principale**

Tant que *myHeap* n'est pas vide

pixel ← *heap* – get – low(*myHeap*); % point le plus bas dans le tas

Si *pixel* = 0 passer à la boucle suivante; % pixel déjà examiné dans le passé

Si *pixel* > *level* alors *level* = *pixel*;

Si *pixel* peut être enlevé sans dommages pour l'homotopie locale

```

EtSi imMark[pixel] = 0 alors
  imOut[pixel] ← 0 ; on efface pixel du résultat
  Pour tous les voisins voisin de pixel non encore retirés de imOut
  et de niveau de gris plus bas ou égal à pixel
    % on met le voisin dans le tas pour être réexaminé
    heap-put-low(myHeap, voisin);
  FinPour
Sinon
  Si imMark[pixel] = 1 alors
    Chercher voisin le voisin de pixel plus haut que pixel
    sur la ligne de plus grande pente partant de pixel
    % on marque ce point comme point d'ancrage
    imMark[pixel] = 1
  FinSi
FinSi
FinTantQue

```

3.3.4 Résultats

Du fait de la combinaison d'une bonne méthode de détection des CBM euclidienne et de l'utilisation de points d'ancrages, on est en mesure de calculer tous les types de squelettes utiles et même quelques autres de la même façon : on recherche un ensemble de points d'ancrage selon les critères voulus, et on applique la simulation du feu de prairie. On peut par exemple se restreindre à la partie de squelette de X , l'ensemble de départ, ne comprenant, dans les branches non indispensables au maintien de l'homotopie avec l'ensemble de départ, que des boules maximales d'un rayon plus grand qu'un rayon donné n . On appelle ce sous-ensemble du squelette total le *squelette d'ordre n* ⁵. Cela est réalisé à l'aide d'un simple seuillage sur les points d'ancrages : on ne garde que ceux qui sont sur la fonction distance à une altitude supérieure ou égale à n . On obtient ainsi des squelettes moins sensibles au bruit sur la frontière des objets. On obtient avec la même facilité des squelettes minimaux, en utilisant les érodés ultimes (par des disques euclidiens) de l'ensemble de départ comme points d'ancrages, ou encore les marqueurs homotopiques minimaux, en n'utilisant aucun point d'ancrage du tout.

La figure 3.16 présente l'ensemble du procédé final, tandis que la figure 3.17 présente un certain nombre de squelettes pouvant se révéler intéressants.

Quelques mots sur ces images : les images obtenues correspondent à des squelettes ayant partout un pixel d'épaisseur et pas plus. La méthode telle qu'elle est décrite donne toujours un squelette négligeable au sens de la trame (une érosion de taille 1 efface toujours entièrement le squelette), cependant le squelette obtenu peut-être d'épaisseur non partout égale à 1. Une étape d'amincissement (et une seule) peut donc se révéler utile si on désire obtenir ce résultat. Cette étape est très rapide et ne ralentit pas l'obtention du squelette final de façon significative.

Si on ôte aux marqueurs homotopiques minimaux (MHM) leurs composantes simplement connexes, on obtient la ligne de partage des eaux de l'image d'origine. Le marqueur homotopique minimal d'un ensemble simplement connexe est réduit à un point. Par la méthode que nous proposons, ce point est l'un des points de plus haute altitude sur la fonction dis-

⁵Notons qu'il ne faut pas confondre cet ensemble avec le squelette de l'ouvert de X par une boule de rayon n . Une ouverture même petite peut modifier l'homotopie de X . Considérer le cas de deux disques euclidiens reliés par une droite d'un pixel de large (ou deux...).

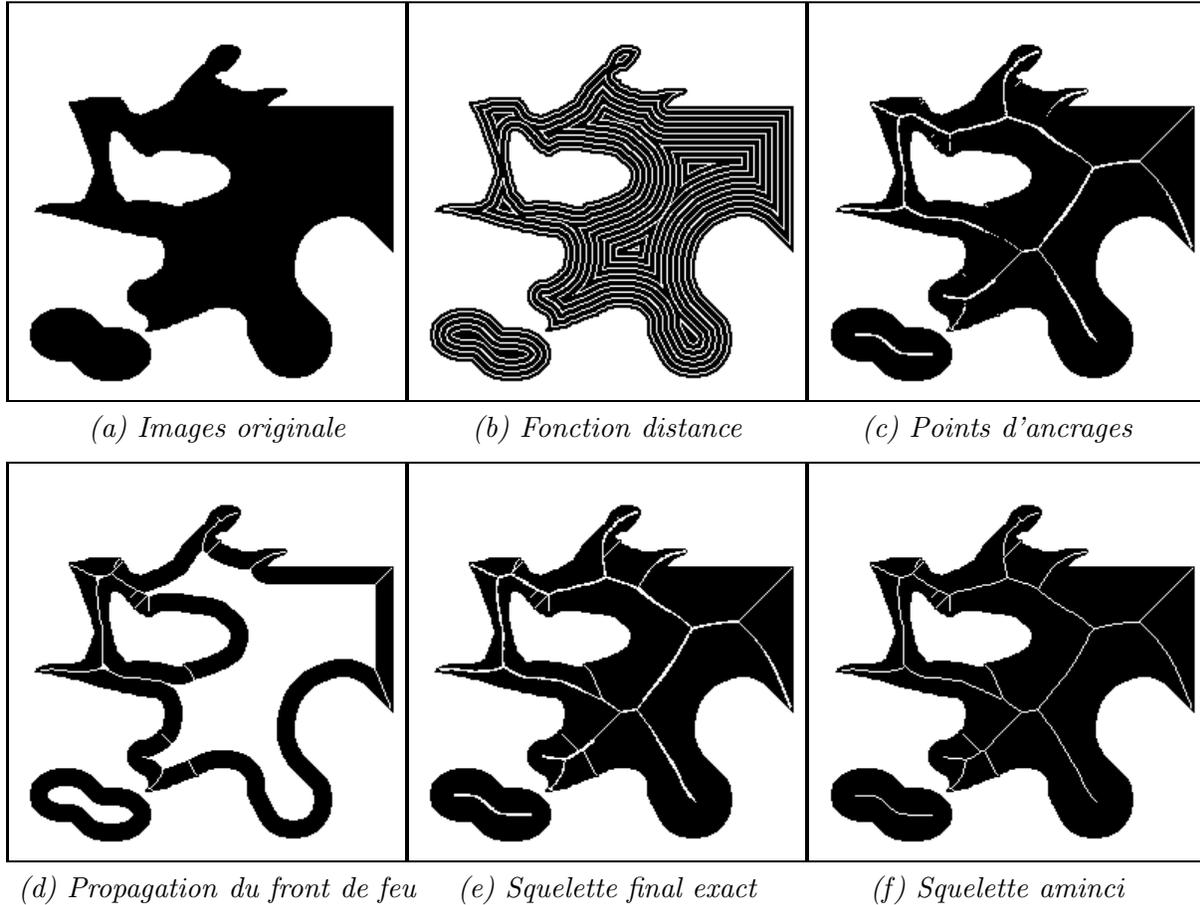


FIG. 3.16: Étapes successives dans la réalisation d'un squelette euclidien.

tance de l'ensemble considéré. La méthode d'ébarbulage proposée par Vincent conduit, elle, au centroïde de l'ensemble.

Au niveau des temps de calculs, on obtient des performances intéressantes. Sur une image 256×256 telle que l'image originale des exemples donnés, le squelette euclidien complet est toujours obtenu en moins de 10 secondes (station NeXT 68040 25 Mhz), la plus grande partie ce temps étant passée à obtenir la fonction distance euclidienne.

Le squelette euclidien s'obtient donc à un coût assez faible même comparé aux meilleures méthodes pour obtenir le squelette standard. Compte tenu du grand intérêt de ce type de squelette, ce coût supplémentaire paraît négligeable.

3.4 La bissectrice conditionnelle et la fonction bissectrice

Parmi les sous-ensembles intéressants du squelette, il en est un potentiellement très puissant, mais rarement utilisé d'une part pour des raisons de complexité de calcul sur des ordinateurs non spécialisés, et d'autre part pour des raisons de manque de souplesse d'emploi : la bissectrice conditionnelle. Dans cette section, après avoir rappelé la définition de cette transformation, nous allons proposer une méthode pour obtenir la bissectrice conditionnelle dans le cas euclidien pour n'importe quel angle, et nous allons introduire une nouvelle transformation :

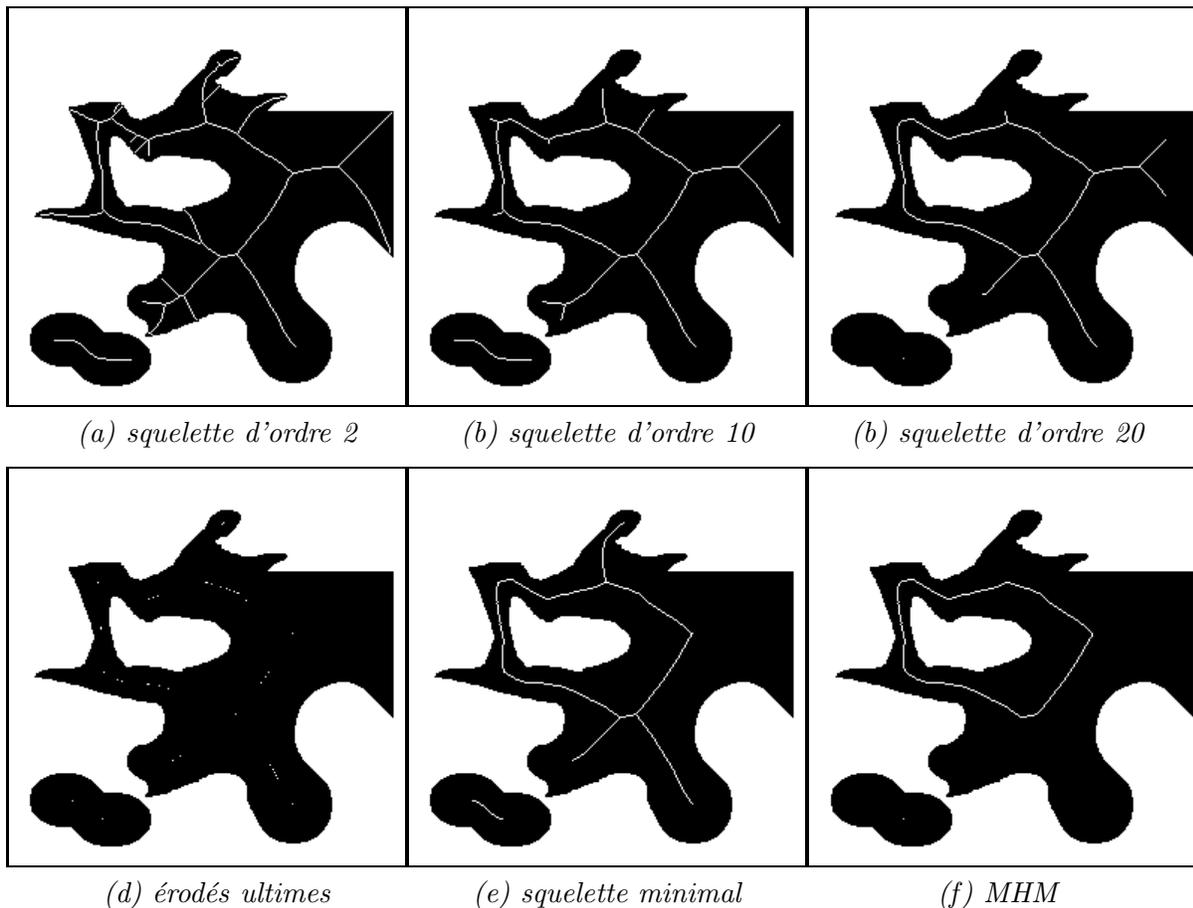


FIG. 3.17: Un ensemble de squelettes intéressants.

la fonction bissectrice.

3.4.1 Définition

La bissectrice conditionnelle d'angle θ est une transformée qui a été proposée par F. Meyer dans [Mey79]. Cette transformation est basée sur le fait que lorsque l'on construit le squelette selon la définition de Blum, à savoir si l'on démarre un feu de prairie sur le contour d'un ensemble à squelettiser X , alors le feu se propage à l'intérieur de X avec une vitesse partout uniforme égale à 1, sauf très précisément le long du squelette, endroit où le feu se propage avec une vitesse supérieure ou égale à 1 (voir figure 3.18). On a la définition suivante, selon Meyer [Mey79, pp.52-56] :

Définition 3.9 *La bissectrice conditionnelle d'angle θ d'un ensemble X est l'ensemble des points de X où le front de feu se déplace à une vitesse plus grande ou égale à $1/\sin \theta$.*

De cette définition, on peut dériver une formule analytique pour la bissectrice conditionnelle dans le cas discret, que l'on dérive elle-même de la formule de Lantuéjoul pour le squelette discret [Lan78], adaptée de l'équation 3.3 :

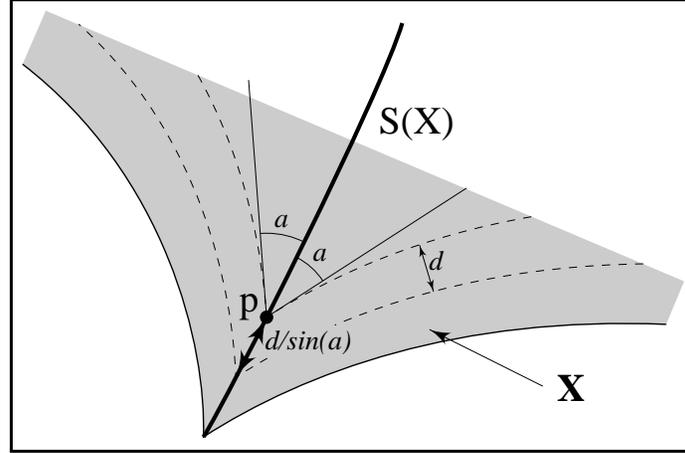


FIG. 3.18: Deux fronts de feu qui se rencontrent au point p avec un angle $2a$ permettent à la vitesse du front de feu d'atteindre $1/\sin a$ le long du squelette en ce point.

Définition 3.10 Si on considère à nouveau la trame carrée 8-connexe. Soit S le carré élémentaire (3×3) de cette trame. Si nS est le carré de taille n ($(2 \times n + 1) \times (2 \times n + 1)$), si γ_S est l'ouverture morphologique utilisant S comme élément structurant, alors l'ensemble $CCM(X)$ des centres des carrés maximaux de X est :

$$CCM(X) = \bigcup_{n=0}^{+\infty} (X \ominus nS) \setminus \gamma_S(X \ominus nS). \quad (3.9)$$

La bissectrice conditionnelle discrète de paramètre k est donnée par :

$$BC_k(X) = \bigcup_{n=0}^{+\infty} (X \ominus nS) \setminus ((X \ominus (n+1)S) \oplus kS). \quad (3.10)$$

Le paramètre k est l'entier le plus proche de $1/\sin \theta$. On note que lorsque k vaut 1, on retrouve la définition du squelette de Lantuéjoul. De l'équation 3.10 on peut aisément dériver une méthode de calcul de la bissectrice conditionnelle discrète. Cependant, si l'intérêt de la bissectrice conditionnelle provient du fait qu'elle n'est pas connexe, comme nous le verrons plus loin, cette formule donne un résultat un peu trop réussi dans ce domaine, tout comme la formule de Lantuéjoul donne le squelette par ouverture. Il est cependant possible de donner de meilleures caractéristiques de connexité à la bissectrice conditionnelle, comme Meyer le montre dans sa thèse, mais de toutes manières cette approche nous condamne à rester prisonnier de la trame utilisée, et d'un nombre somme toute réduit d'angles utilisables, ceux pour lesquels $k = 1/\sin \theta$ avec k entier.

Une approche à notre avis plus fructueuse de la bissectrice conditionnelle provient de sa relation avec l'angle avec lequel les fronts de feu se rencontrent. En effet, on peut définir la bissectrice conditionnelle de la façon suivante :

Définition 3.11 La bissectrice conditionnelle d'angle θ , ou θ -bissectrice conditionnelle d'un ensemble X , est l'ensemble des points p de X tels que l'angle non orienté entre les fronts de feu qui se rencontrent en p soit plus petit que 2θ .

Les définitions 3.9 et 3.11 se déduisent l'une de l'autre immédiatement par des considérations géométriques : voir la figure 3.18.

Or nous avons vu à la section 3.3.2, lors de la détection des centres de boules maximales euclidiennes d'un ensemble X , que nous connaissions la direction $\vec{V}_X(p)$ de l'amont pour tous les points p de l'ensemble. Cette direction était obtenue grâce au champ de vecteurs de propagation utilisé pour la construction de la fonction distance euclidienne. La direction de l'amont pour chaque point de l'ensemble à squelettiser X est la direction de la plus grande pente, elle est en effet perpendiculaire au front de feu. Nous connaissons donc en chaque point la direction du front de feu, et nous sommes par conséquent en mesure d'exploiter cette information pour construire la bissectrice conditionnelle.

En effet, il nous suffit de rechercher pour tout point p du squelette de X la valeur maximale de la différence d'angle entre le front de feu en ce point et le front de feu parmi tous ses voisins de la trame. On a :

$$\forall p \in X, \alpha(p) = \frac{1}{2} \left[\pi - \max \{ \text{angle}(\vec{V}_X(p), \vec{V}_X(q)), q \text{ voisin de } p \} \right] \quad (3.11)$$

En assignant cette valeur $\alpha(p)$ à chaque p , on peut trouver la bissectrice conditionnelle d'angle θ par un seuillage de l'image obtenue entre 0 et θ .

L'intérêt de cette approche est que nous n'avons aucune restriction sur le paramètre de l'angle de la bissectrice. En pratique on pourra exprimer cet angle en degrés entre 0 et 180°, et prendre la valeur de seuillage où l'on voudra dans cet intervalle. Rien ne nous empêche d'ailleurs de rechercher des conditions plus complexes sur la bissectrice conditionnelle : on pourra ainsi rechercher des intervalles d'angles particuliers dans les ensembles binaires. Enfin la méthode proposée permet d'obtenir la bissectrice conditionnelle euclidienne, puisque c'est un sous-ensemble du squelette euclidien. Elle est donc indépendante de la trame sous-jacente.

La figure 3.19 présente les bissectrices conditionnelles de notre exemple d'ensemble binaire, calculées pour quelques angles donnés.

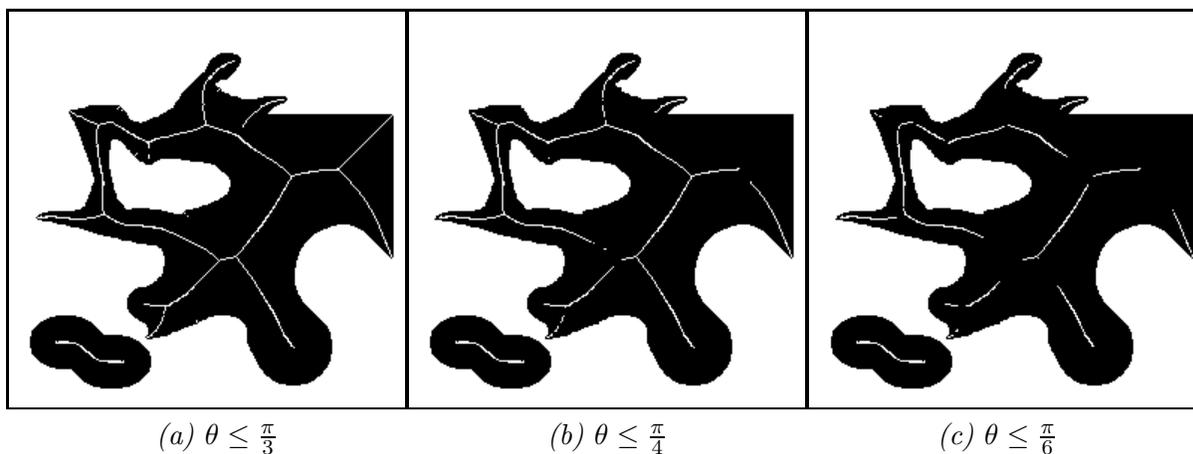


FIG. 3.19: Bissectrices conditionnelles euclidiennes pour quelques angles θ .

3.4.2 La fonction bissectrice

En reprenant l'équation 3.11 on constate que l'on peut définir l'angle de rencontre des fronts de feu pour tous les points du squelette de X . Cette remarque va nous permettre

d'introduire une nouvelle fonction en morphologie mathématique, qui va nous permettre de simplifier l'utilisation de la bissectrice conditionnelle. Nous définissons ainsi la *fonction bissectrice* :

Définition 3.12 La fonction bissectrice \mathcal{B} d'un ensemble X est la fonction qui à tous les points p du squelette de X associe l'angle entre les directions d'amont \vec{V}_X des fronts de feu qui se rencontrent en p :

$$\begin{aligned} \mathcal{B} : \text{Squel}(X) &\longrightarrow [0 - \pi/2] \\ x &\longmapsto \frac{1}{2} \left[\max\{\text{angle}(\vec{V}_X(p), \vec{V}_X(q)), q \text{ voisin de } p\} \right] \end{aligned} \quad (3.12)$$

La valeur de la fonction bissectrice en chaque point du squelette est le complémentaire à $\pi/2$ de l'angle entre les fronts de feu qui se rencontrent en p . La figure 3.20 donne l'allure de la fonction bissectrice pour un ensemble constitué de deux disques de diamètres différents imbriqués.

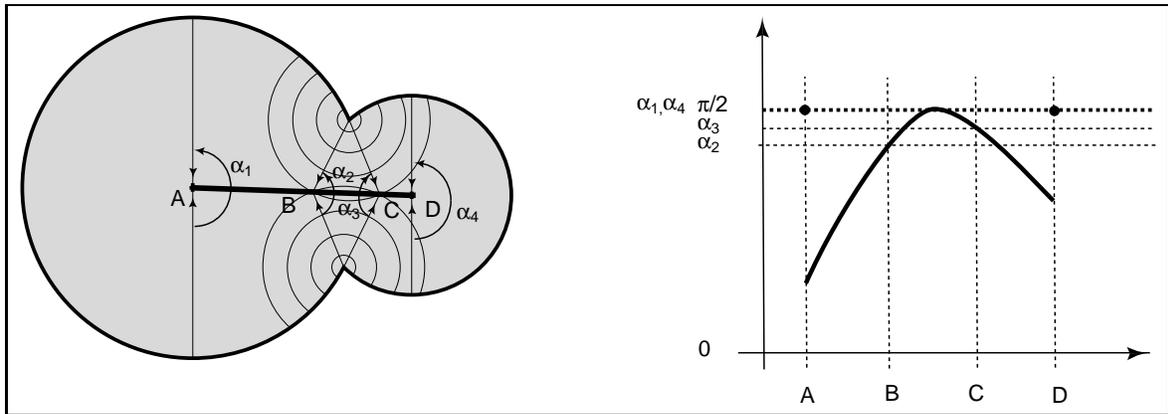


FIG. 3.20: Allure de la fonction bissectrice pour un ensemble constitué de 2 disques imbriqués. La fonction bissectrice n'est pas continue aux points A et D.

La bissectrice conditionnelle d'angle θ n'est autre que le seuillage de la fonction bissectrice à l'angle θ :

$$BC_\theta(X) = \{x \in \text{Squel}(X), \mathcal{B}(x) \geq \theta\} \quad (3.13)$$

Dans le cas continu on peut étendre la définition de \mathcal{B} à tout X , puisque l'angle entre les fronts de feu pour un point p n'appartenant pas au squelette est parfaitement défini : cet angle est nul. Cette information supplémentaire n'est cependant pas extrêmement intéressante. Dans le cas digital, on peut également étendre cette définition à tout l'ensemble, mais la fonction bissectrice est mal définie près de la frontière de X , puisque les vecteurs d'amont ont en ces points une faible norme et un faible nombre de directions possibles du fait de la trame digitale. Si tel n'était pas le cas, on trouverait facilement le squelette euclidien comme étant le lieu des points où la fonction bissectrice n'est pas nulle. L'expérience montre que cette définition est trop imprécise. Il est donc préférable de limiter le domaine de définition de \mathcal{B} au squelette dans tous les cas, continu ou discret.

En tant que fonction, la fonction bissectrice n'est pas très régulière, suivant en cela l'exemple du squelette lui-même. Même sur une portion de squelette continue, elle n'est pas forcément continue, comme le montre le contre-exemple de la figure 3.21.

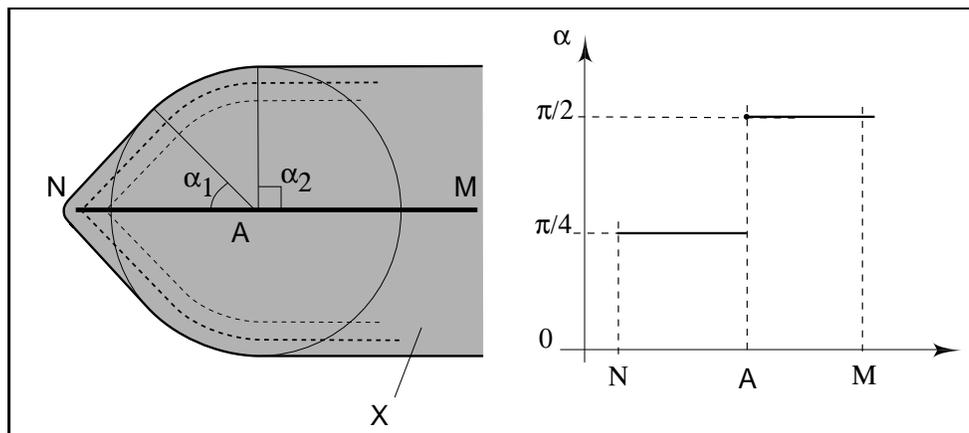


FIG. 3.21: Exemple de non-continuité de la fonction bissectrice.

Sur cet exemple, le squelette est rectiligne et continu, la frontière de X est continue et possède une tangente partout, pourtant la fonction bissectrice possède un point de discontinuité en un point non particulier du squelette (le point A , où a lieu la discontinuité n'est pas un point multiple du squelette par exemple). Le contre-exemple tient toujours si on ne considère que l'intérieur de X .

La fonction bissectrice n'est pas non plus entièrement caractéristique de X . Ce n'est pas une bijection. Un disque a la même fonction bissectrice quelque soit son rayon, par exemple.

L'intérêt de cette fonction est cependant au moins double : elle indique certaines caractéristiques de l'ensemble X que l'on étudie, en particulier concernant les angles sur la frontière de X et simplifie l'utilisation de la bissectrice conditionnelle. La figure 3.22 présente l'aspect de la fonction bissectrice sur notre exemple (sur cette figure, plus le squelette est sombre, plus l'angle de rencontre des fronts de feu est petit, donc plus l'angle entre les amonts correspondants est grand. La bissectrice a été dilatée une fois pour une meilleure clarté). .

Au niveau de la mise en œuvre, obtenir la fonction bissectrice est extrêmement rapide une fois qu'on a la fonction distance euclidienne, puisqu'il s'agit d'une simple recherche de maximum, et s'opère en une passe sur le squelette euclidien. En pratique, la fonction bissectrice s'obtient quasiment en même temps que le squelette euclidien.

3.4.3 Exemple d'application

Pour conclure provisoirement sur le sujet de la bissectrice conditionnelle et de la fonction bissectrice, voici un exemple d'application de ces transformations morphologiques. Cet exemple exploite les capacités de segmentation de la bissectrice conditionnelle pour séparer des objets se recouvrant.

Pour étudier un schéma Booléen de disques, on recherche les centres de ceux-ci. La notion d'érodés ultimes dans ce cas n'est pas suffisante, puisque deux disques imbriqués de telle manière que les centres de ces disques soient du même côté que la bissectrice (géométrique) qui les sépare ne génèrent qu'un seul érodé ultime (voir figure 3.23).

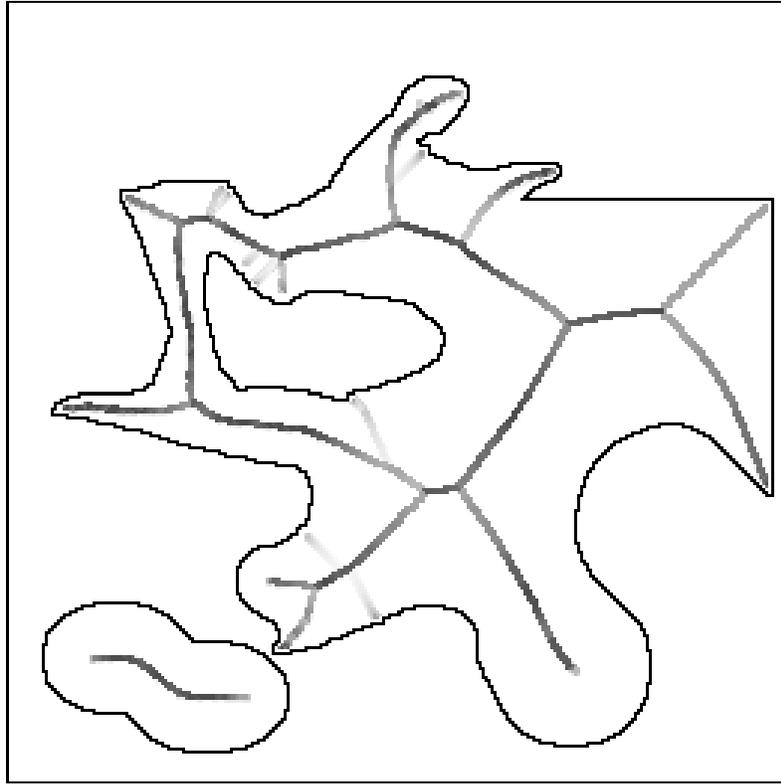


FIG. 3.22: Fonction bissectrice d'un ensemble.

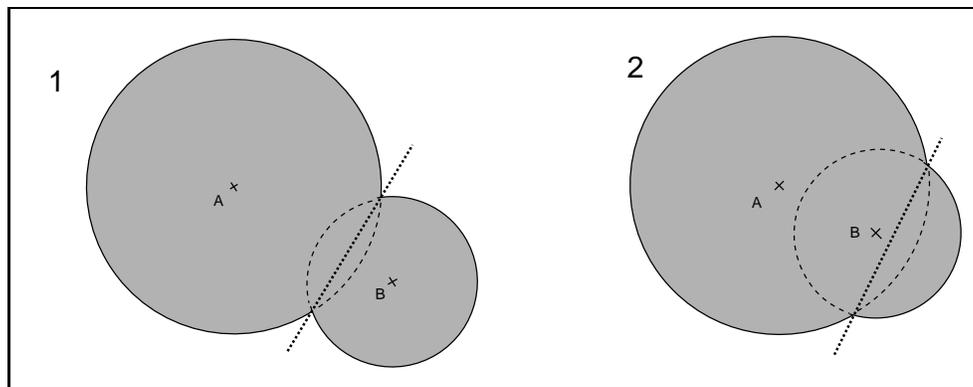


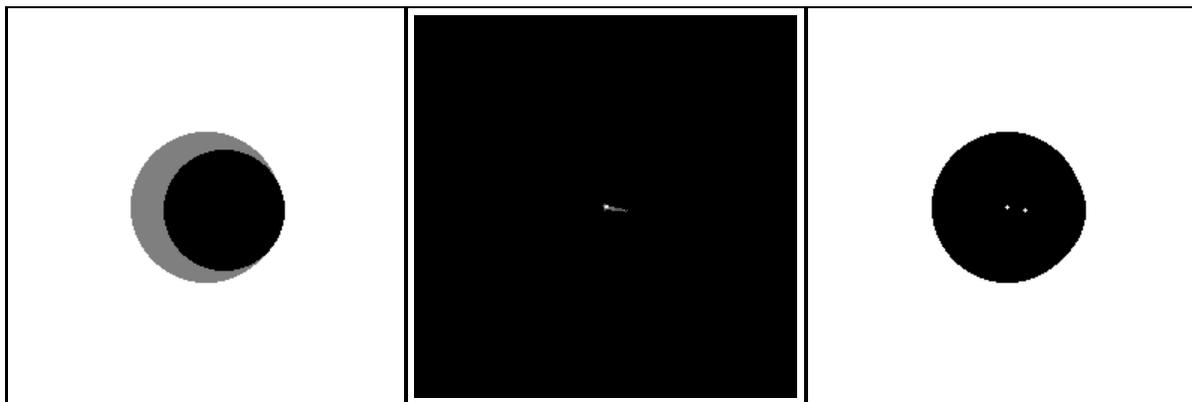
FIG. 3.23: On peut segmenter l'ensemble 1 par des érodés ultimes, mais pas l'ensemble 2.

On trouve dans la littérature un certain nombre de tentatives de résolution de ce problème particulier, et du problème général de la segmentation d'objets très imbriqués. Dans le domaine de la morphologie mathématique, les notions de bissectrice conditionnelle (voir section précédente) et de *boules critiques*, proposées par Beucher et Vincent [BV90] ont été introduites historiquement tout particulièrement dans ce but.

La pratique a montré que la bissectrice conditionnelle telle que définie par Meyer, bien que d'un grand intérêt, n'était pas d'application évidente. Nous pensons que cet état de fait provient d'une part du manque de souplesse de cette notion dans le cas proposé par Meyer (cas où les sinus des angles utilisables sont uniquement des inverses d'entiers) et d'autre part du fait que cette notion est paramétrique (on doit malgré tout choisir un angle).

Les boules critiques, quand à elles, sont un sous-ensemble minimal de boules maximales nécessaires à la reconstruction de l'ensemble initial. On définit conjointement la notion de *fonction critique* qui associe en chaque point de l'ensemble la densité de boules maximales qui le recouvrent. Cette notion est en fait encore plus difficile à manier que celle de bissectrice conditionnelle et elle n'a jamais atteint le stade de l'application.

Nous proposons une méthode alternative à ces approches, à la fois plus simple et plus souple : nous proposons de rechercher les maxima de la fonction bissectrice. On montre sur la figure 3.24 que l'on obtient un résultat tout à fait excellent dans le cas de la séparation de deux disques euclidiens très imbriqués.



(a) Schéma Booléen de 2 disques (b) Fonction bissectrice (c) Maxima de cette fonction

FIG. 3.24: Extraction des centres d'un schéma Booléen de disques.

Sur cette figure on a simplement extrait les centres des disques en considérant les extrema de la fonction bissectrice. Le résultat est exact malgré le degré d'interpénétration des deux disques (proche de 100% : le premier disque a un rayon de 50 pixels centré en $(0, 0)$, le second a un rayon de 40 pixels centré en $(+10, -2)$).

Cette méthode est non paramétrique et d'usage aisé. Il est recommandé de l'employer *après* une première étape de segmentation par érodés ultimes. En effet, lorsque deux disques imbriqués sont séparables par érodés ultimes, un maximum supplémentaire aux centres des deux disques apparaît à l'endroit de la séparation (voir figure 4.14 au chapitre suivant). La procédure recommandée est donc premièrement de réaliser une segmentation classique à base d'érodés ultimes, puis d'opérer une seconde segmentation sur l'image résultat à partir de la fonction bissectrice. La section 4.5 au chapitre suivant nous donnera l'occasion d'appliquer cette méthode sur un problème industriel réel : la segmentation des images de fibres minérales

d'isolation vues en coupe.

Conclusion

Dans ce chapitre nous avons proposé une méthode originale, fiable et rapide pour obtenir une approximation du squelette euclidien en trame digitale, que nous avons appelé *squelette euclidien*, ainsi que de nombreux sous-ensembles de ce squelette dans le cas discret. Nous avons également proposé une méthode pour obtenir la θ -bissectrice conditionnelle euclidienne pour tout angle θ , qui nous a permis de définir une nouvelle fonction : la *fonction bissectrice* qui est une généralisation de la notion de bissectrice conditionnelle.

Nous avons montré que le squelette euclidien ne s'obtenait pas sans certaines précautions, ni sans nécessiter de ressources (mémoire, temps de calcul) plus importantes que pour le squelette habituel en 4,6 ou 8-connexité. Nous sommes conscients que le résultat obtenu n'est qu'une approximation du squelette euclidien vrai de l'ensemble de départ avant digitalisation, puisque on opère cette transformation précisément sur un ensemble digital. Compte tenu de son coût relatif, on ne doit pas non plus chercher à utiliser ce type de squelette pour des applications de codage ou de compression d'information : les squelettes classiques par ouverture de la formule de Lantuéjoul sont tout à fait suffisants dans ce cas. Il est clair cependant que le squelette euclidien et les transformations qui y sont associées que nous proposons possèdent des avantages indéniables :

- Ces transformations sont à la fois indépendantes de la trame utilisée, et de l'orientation des objets dans l'image. Elles sont donc mieux caractéristiques des objets auxquelles elles sont appliquées. On peut grâce à elles mieux évaluer des orientations et des dimensions qu'avec un squelette digital en 4, 6 ou 8-connexité. L'amont d'un point en métrique digitale est généralement moins bien défini que l'amont euclidien : un point d'ancrage en trame 4, 6 ou 8-connexe pourra générer plusieurs branches parmi lesquelles on devra en choisir une sans pouvoir dégager pour autant un critère objectif. Ce problème est bien moins présent dans le cas euclidien.
- Elles sont plus précises que leurs équivalents dépendant de la trame. Les boules maximales euclidiennes n'ont pas forcément un rayon entier, par exemple (leur carré est toujours entier). La bissectrice conditionnelle euclidienne peut être calculée pour tous les angles possibles, et non seulement pour les inverses de sinus entiers, contrairement à la transformation qui avait été proposée à l'origine par Meyer.

Dans la suite de la présentation de ce travail nous aurons plusieurs fois l'occasion de montrer encore l'intérêt des squelettes euclidiens et de la bissectrice conditionnelle euclidienne, en particulier au chapitre suivant.

Troisième partie

Application

Introduction

Cette partie présente l'application de segmentation des fibres minérales d'isolation.

Cette présentation aura lieu en quatre temps :

- Le chapitre 4 présente l'application de segmentation des fibres en coupes polies, qui fut en quelque sorte le démarrage de ce projet de recherche.
- Le chapitre 5 présente la segmentation des fibres vues à plat, bien plus complexe que la précédente, et qui était la motivation principale de cette étude.
- Le chapitre 6 proposera un ensemble de méthodes originales pour estimer statistiquement la longueur moyenne des fibres. Ces méthodes se posent en alternative intéressante à la méthode qui consiste à mesurer directement la longueur de chaque fibre, et permettent d'éviter des manœuvres complexes lorsque ces longueurs sont plus grandes que le champ de mesures. Elles permettent enfin d'obtenir des histogrammes de diamètres de fibres non biaisés.
- Enfin le dernier chapitre présente les résultats obtenus sous forme d'histogrammes. Nous comparons les résultats obtenus par les méthodes automatiques et la méthode manuelle.

Chapitre 4

Segmentation des fibres vues en coupe

Dans le cas où on peut se contenter de la mesure du diamètre des fibres, on peut notablement simplifier la tâche de l'analyseur d'images en travaillant non pas sur des fibres à plat déposées sur un filtre, mais sur des coupes polies telles que celles obtenues par la méthode décrite à la fin du chapitre 1.

On a pu voir au cours de ce chapitre que la qualité des images obtenues sur les coupes polies, au MEB en électrons rétrodiffusés était excellente. L'obtention de cette qualité d'image ne résout cependant pas en soi le problème de leur analyse. En effet, les caractéristiques du matériau sont telles (grand spectre de diamètres, fibres fusionnées, etc), qu'un certain effort de segmentation est nécessaire avant toute mesure.

Au cours de ce chapitre nous allons présenter les problèmes propres aux images de coupes polies de fibres minérales d'isolation et nous proposerons une méthode de segmentation de ces images. Cette segmentation aura lieu en deux temps : nous proposerons tout d'abord une méthode originale permettant de réduire la sur-segmentation que l'on observe généralement en utilisant la méthode de segmentation binaire par érodés ultimes. Nous proposerons ensuite une deuxième méthode basée sur la *fonction bissectrice*, que nous avons définie au chapitre 3, afin de réduire la sous-segmentation également inhérente à la méthode de segmentation par érodés ultimes. Nous évoquerons ensuite le problème des corrections de biais que l'on doit apporter à la mesure des diamètres sur l'image segmentée, et nous proposerons ici encore une méthode simple pour effectuer ces corrections.

Les résultats qui vont être présentés auraient été plus difficilement obtenus sans le travail de débroussaillage préliminaire réalisé par Terol Villalobos, qui avait montré la limite des procédures classiques de filtrage de la fonction distance [TV89], et sans les quelques idées de directions de recherche proposées par Fernand Meyer au tout début de ce projet.

4.1 Caractéristiques des images

La figure 4.1 présente un échantillon typique de fibres minérales d'isolation en coupe polie.

Cette figure résume les différentes caractéristiques des images que nous nous proposons d'analyser et les problèmes auxquels nous devons faire face :

- Cette image est quasiment binaire : les fibres apparaissent en blanc et le fond en noir. On ne constate pratiquement aucun bruit. Tout cela est dû d'une part à la préparation

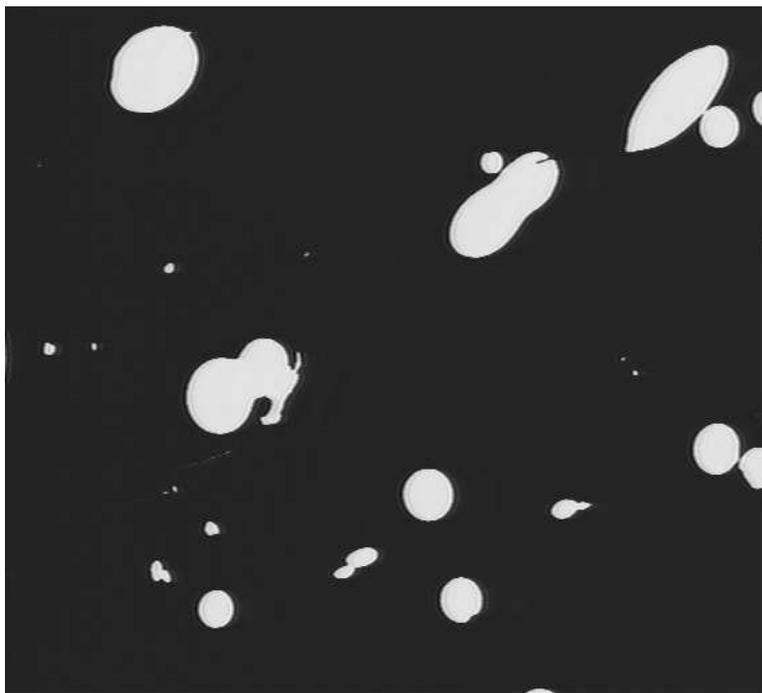


FIG. 4.1: Exemple d'image de fibres minérales vues en coupe polie.

et d'autre part au mode d'imagerie du microscope.

- L'ensemble des fibres apparaît très divers en diamètre : sur un plus grand nombre d'images on constate que le spectre des diamètres s'étend de $0,2 \mu\text{m}$ à plus de $20 \mu\text{m}$. Au grandissement choisi (1000) et à la résolution de l'image donnée (568×512), un pixel correspond environ à $0,2 \mu\text{m}$ sur l'image. Les plus petites fibres apparaîtront donc sous la forme d'objets constitués de 1 ou 2 pixels, tandis que les plus grosses fibres, parfois rassemblées en amas rempliront pratiquement un quart de l'écran.
- L'ensemble des formes des objets binaires sur l'écran n'est pas uniquement constitué d'une réunion de disques de différents diamètres. La méthode de production de ces fibres fait que nombre d'entre elles se retrouvent recollées les unes aux autres, parfois en amas impressionnants. La préparation menant à ces images ne garantit pas non plus que toutes les fibres ont une orientation perpendiculaire à l'axe de la coupe. Le résultat est qu'on observe un grand nombre d'ellipses de différents diamètres et élongations, parfois elles aussi rassemblées en amas.
- Enfin, la forme des fibres même coupées perpendiculairement à leur axe n'est pas forcément celle d'un disque. Selon les images on pourra observer des fibres contenant des bulles (d'air), des fibres fendues ou fêlées, ou simplement irrégulières. D'autre part, au moment du polissage, des rayures de petites dimensions peuvent exceptionnellement apparaître.

Avant toute étape de segmentation ou de mesure on doit se poser la question de ce qu'on recherche dans ces images. Selon ce qu'on cherche à caractériser, considérer le matériau tel qu'il apparaît n'est pas forcément fécond. Dans le cas présent, on peut considérer que chaque amas de fibres ne constitue qu'un et un seul objet, caractérisé par exemple par le diamètre de la fibre la plus grosse qui le constitue, ou par sa plus grande dimension visible. On peut

vouloir ne pas faire cette hypothèse, en arguant du fait que deux fibres apparaissant recollées sur une image ne sont pas forcément recollées entre elles sur toute leur longueur. On peut supposer que si elles ne sont que légèrement collées l'une à l'autre, elles auraient pu finir par se séparer ultérieurement au cours des manutentions successives du produit final, à la suite d'une action mécanique entraînant une casse. On peut donc vouloir les considérer comme des fibres indépendantes.

Les spécialistes des fibres minérales d'isolation chez ISOVER SAINT GOBAIN préfèrent la seconde hypothèse, car ils pensent qu'elle rend mieux compte des vraies caractéristiques du matériau, et permet également de mieux caractériser la méthode de production de ces fibres. En effet, l'effet de recollement des fibres n'apparaît qu'après leur étirage.

Du point de vue de l'analyse d'images, cela signifie que l'on va devoir séparer du mieux possible les fibres visibles. Pour ce faire, nous allons devoir modéliser un peu l'apparence des fibres sur les images à notre disposition.

4.2 Prétraitements

Les prétraitements que nous faisons subir à ces images sont très simples en vérité : un seuillage adaptatif facile (compte tenu du caractère quasi-binaire de nos images) pour faire passer le problème dans le domaine de la morphologie binaire, et un bouchage des trous pour remplir les bulles d'air qui existent dans certaines fibres.

4.3 Segmentation d'objets binaires

Le mode d'obtention des images et les échantillons à notre disposition permettent d'accepter les simplifications suivantes :

- Les fibres ont majoritairement une section cylindrique proche d'un disque.
- On considère deux fibres recollées visuellement séparables comme des objets individuels.
- Les fibres sont majoritairement orientées perpendiculairement au plan de coupe.

Ces hypothèses impliquent que l'on va surtout voir sur l'image des ellipses individuelles et des objets constitués d'ellipses recouvertes les unes par les autres. Pour la plupart, ces ellipses auront une faible excentricité.

On ne peut compter que sur une faible régularité géométrique des objets présents sur l'image. Le procédé de fabrication ne peut pas vraiment garantir l'aspect final des fibres, et de plus des problèmes de digitalisation entrent en ligne de compte, certains de ces objets apparaissant très petits sur l'image.

On cherche à séparer les fibres recollées entre elles. La séparation d'objets binaires relativement réguliers est un problème classique en morphologie mathématique. L'arme habituellement utilisée est la notion d'*érosés ultimes*. La figure 4.2 précise cette notion.

On se souvient que l'érosion est une opération qui ne conserve pas la connexité de l'ensemble de départ. L'ensemble des érodés ultimes d'un ensemble X par un élément structurant B est l'union des particules connexes X_i obtenues par une suite d'érosions de X par B telle qu'une érosion supplémentaire par B fasse disparaître X_i entièrement. Plus précisément, si $d_A(x, B)$ est la distance géodésique dans A de x à B et $X \ominus nB$ l'érodé de X n fois par B , l'ensemble $U(X)$ des érodés ultimes de X est

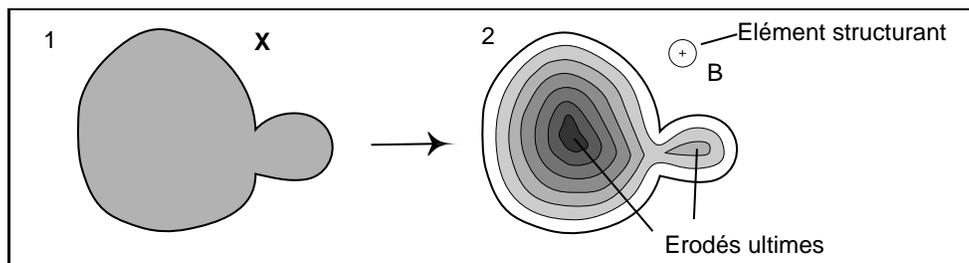


FIG. 4.2: Les érodés ultimes de X par B sont les maxima régionaux de la fonction distance de X engendrée par B .

$$U(X) = \bigcup_n \{x \in X \ominus nB; d_{X \ominus nB}(x, X \ominus (n+1)B) = +\infty\} \quad (4.1)$$

Ce sont aussi les maxima régionaux de la fonction distance de X engendrée par B .

Une fois les érodés ultimes mis en évidence, une reconstruction optimale de X segmenté peut être obtenue en construisant la ligne de partage des eaux de la fonction distance inversée de X , comme l'illustre la figure 4.3, en utilisant les érodés ultimes comme marqueurs.

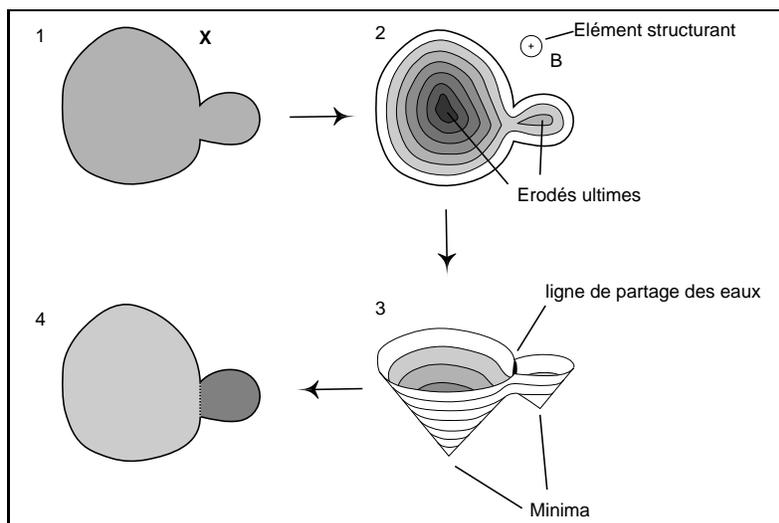


FIG. 4.3: Segmentation de deux particules imbriquées par érodés ultimes et ligne de partage des eaux.

Les érodés ultimes sont utilisés en segmentation binaire car ils permettent d'obtenir des marqueurs des parties convexes des objets binaires, lorsque ces parties convexes ne sont pas trop imbriquées les unes dans les autres. Ils permettent d'obtenir un ensemble de marqueurs performants lorsque les objets à séparer sont relativement réguliers, en particulier au niveau de leur frontière. Si les objets que l'on cherche à segmenter par ce moyen ont une frontière un tant soit peu bruitée, on obtient un ensemble d'érodés ultimes très déconnectés et peu significatifs, comme dans l'exemple de la figure 4.4

Sur cette figure, la plupart des fibres apparaissent segmentées en morceaux n'ayant aucun sens physique.

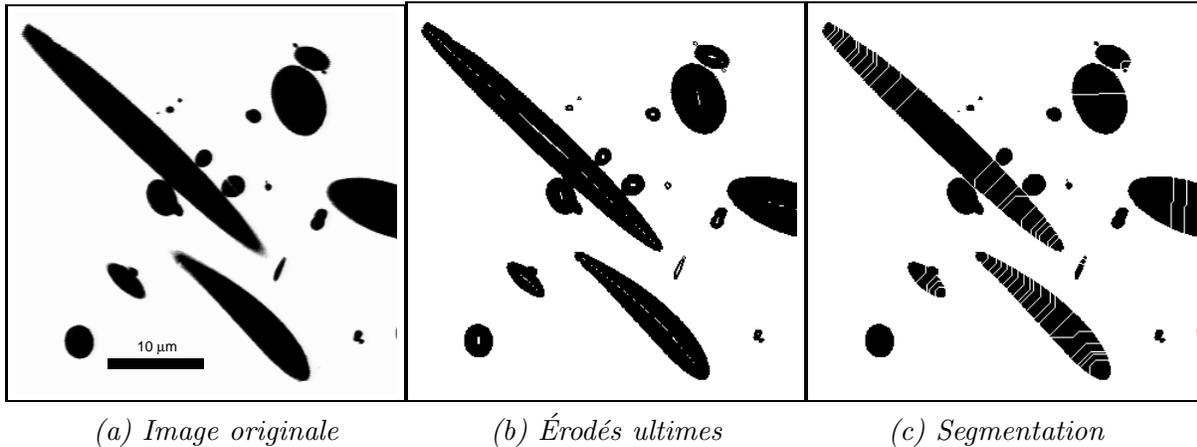


FIG. 4.4: Première segmentation sur une image de fibres en coupe

Pour corriger cette sur-segmentation, un certain nombre de solutions ont été proposées [Beu90]. La solution la plus classique consiste à filtrer la fonction distance avant d'en considérer les maxima régionaux, par exemple en considérant une érosion-reconstruction de cette fonction distance, qui va reconnecter dans une certaine mesure les érodés ultimes, ou encore un filtre alterné séquentiel de petite taille. La figure 4.5 présente un tel exemple de segmentation

Toutes ces corrections supposent que les ensembles à segmenter ne soient pas de trop petite taille (sinon une érosion les ferait disparaître), et qu'ils ne soient pas de dimensions trop dissemblables. On ne peut pas faire cette hypothèse dans le cas qui nous occupe. De fait, dans [TV89], Terol propose un ensemble de filtrages de la fonction distance qui donne un résultat acceptable dans la plupart des cas, mais qui ne permettait pas de segmenter les plus petites fibres et ne résolvait pas complètement pour autant le problème des ellipses coupées en morceaux (figure 4.6).

Nous avons proposé dans [TTV92] une meilleure méthode pour résoudre le problème de la sur-segmentation liée aux érodés ultimes, que nous allons présenter ici.

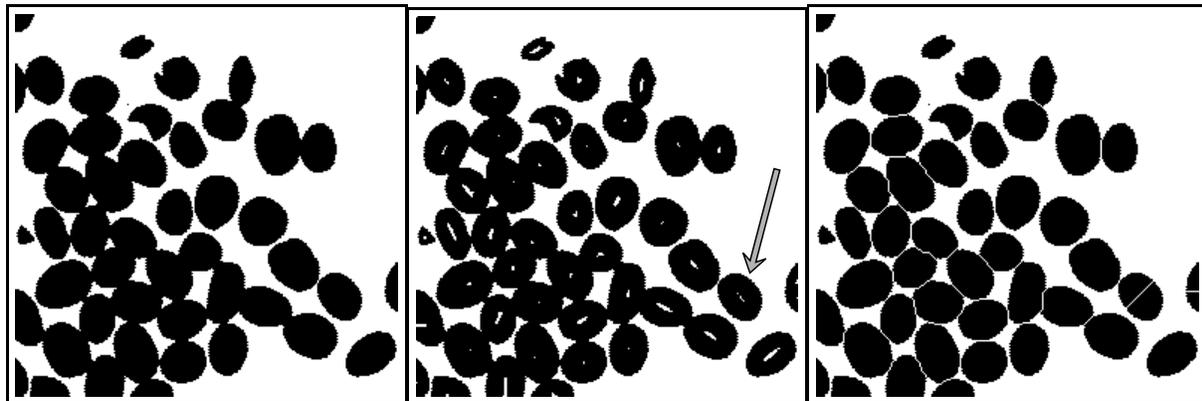
4.4 Squelettes valués

Nous cherchons à corriger la sur-segmentation due aux érodés ultimes, mais nous ne souhaitons pas utiliser de filtrage sur l'image. Au contraire, nous allons voir que nous pouvons simplifier la description de notre problème.

4.4.1 Présentation

En simplifiant à l'extrême, on peut dire que ce que l'on souhaite différencier, ce sont d'une part les fibres inclinées (ellipses allongées), et d'autre part les fibres recollées (chaînes de disques). Nous ne souhaitons pas segmenter les premières abusivement, mais nous désirons segmenter les secondes.

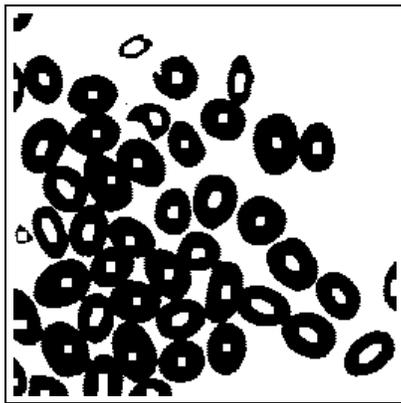
En se limitant à la question de savoir distinguer une ellipse seule d'un chapelet de deux disques, on peut dire que dans les deux cas, on peut mettre en évidence un axe de symétrie. Le mot « axe de symétrie » fait immédiatement référence à la notion de squelette. Comme nous



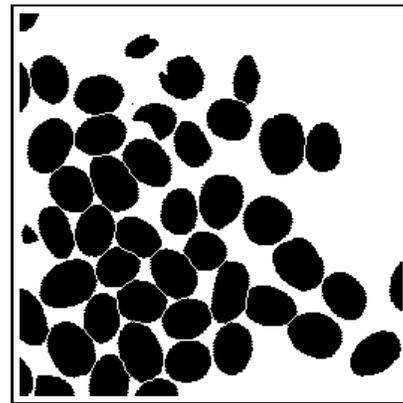
(a) Image originale

(b) Érodés ultimes

(c) Première segmentation

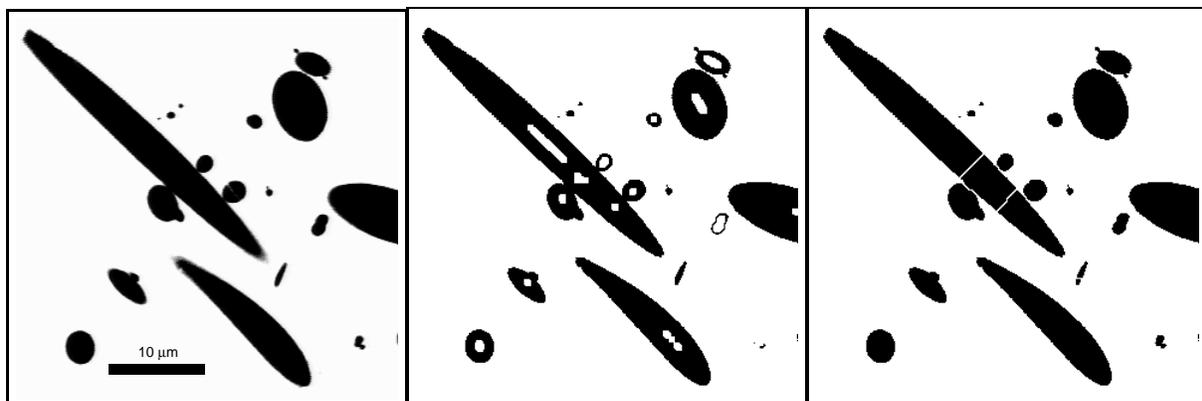


(d) Filtrage fonction distance



(e) Résultat final

FIG. 4.5: Segmentation de grains de café. La flèche sur l'image b indique une sur-segmentation



(a) Image originale

(b) Filtrage fonction distance

(c) Segmentation

FIG. 4.6: Seconde segmentation sur une image de fibres en coupe.

voulons nous limiter au problème des érodés ultimes, nous pouvons ne considérer que la partie de squelette qui joint les érodés ultimes. En effet les érodés ultimes étant les maxima régionaux de la fonction distance, ils font forcément partie du squelette. On appelle ce sous-ensemble du squelette le *squelette minimal* (voir figure 4.7).

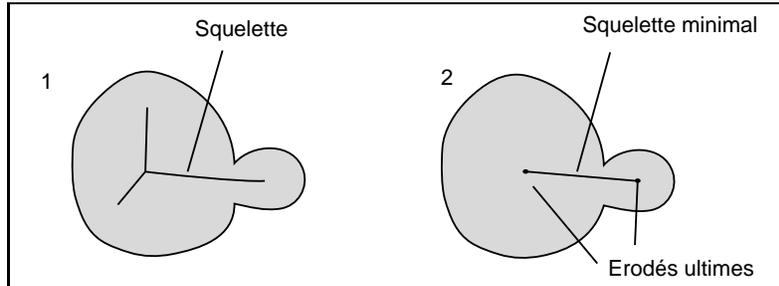


FIG. 4.7: *Le squelette minimal est le sous-ensemble du squelette qui joint les érodés ultimes.*

Pour savoir s'il convient de tracer une séparation entre deux érodés ultimes d'un ensemble X , nous allons voir qu'il est intéressant de considérer la restriction de la fonction distance de X à son squelette minimal.

4.4.2 Fonction d'étanchéité

Soit X un ensemble ouvert de \mathbb{R}^2 connexe. Soit $S(X)$ le squelette de X . Soit ρ_X la fonction distance associée à X . On appelle *fonction d'étanchéité* (*quench function*) la fonction

$$\begin{aligned} q_X : S(X) &\longrightarrow \mathbb{R}^+ \\ x &\longmapsto \rho(x) \end{aligned} \quad (4.2)$$

De façon plus intuitive on peut appeler cette fonction un squelette valué. Considérons maintenant la restriction de la fonction d'étanchéité au squelette minimal. On ne sait pas caractériser complètement le squelette d'un ensemble X ouvert, connexe et borné, mais on sait [Mat88a, Mat88b] que son adhérence est aussi connexe et que son intérieur est vide. Dans tous les cas usuels, et en particulier dans le cas digital, on considère que le squelette $S(X)$ est négligeable en mesure et de même connexité que l'ensemble X . On peut donc prendre pour hypothèse que le squelette comme une réunion d'arcs continus possédant la même connexité que l'ensemble de départ.

Dans cette hypothèse, considérons la restriction q_X^m de q_X au squelette minimal. Puisque le squelette de X est connexe, les érodés ultimes, qui appartiennent tous au squelette, sont connectés par celui-ci. Le squelette minimal est donc lui aussi connexe. La fonction distance $\rho(X)$ est lipschitzienne¹ et donc continue. Considérons deux érodés ultimes A et B connectés par une branche de squelette telle qu'il n'existe pas d'autre érodés ultimes entre eux. Les érodés ultimes sont les maxima de la fonction distance $\rho(X)$. Ce sont donc aussi des maxima de q_X^m . Réciproquement un maximum de $\rho(X)$ le long de $S(X)$ est un maximum régional de $\rho(X)$. Les maxima de q_X^m sont donc les érodés ultimes de $S(X)$ (on peut d'ailleurs prendre cette définition pour les érodés ultimes [SV89]). Entre A et B le long de $S(X)$ on ne trouve

¹ $\forall (a, b) \in X^2, |\rho_X(a) - \rho_X(b)| \leq \alpha \|\vec{Oa} - \vec{Ob}\|$

donc pas de maximum de q_X^m , par conséquent, par continuité de $\rho(X)$ on trouve un minimum de q_X^m et un seul.

La figure 4.8 présente l'aspect de ce minimum dans les différents cas qui nous occupent.

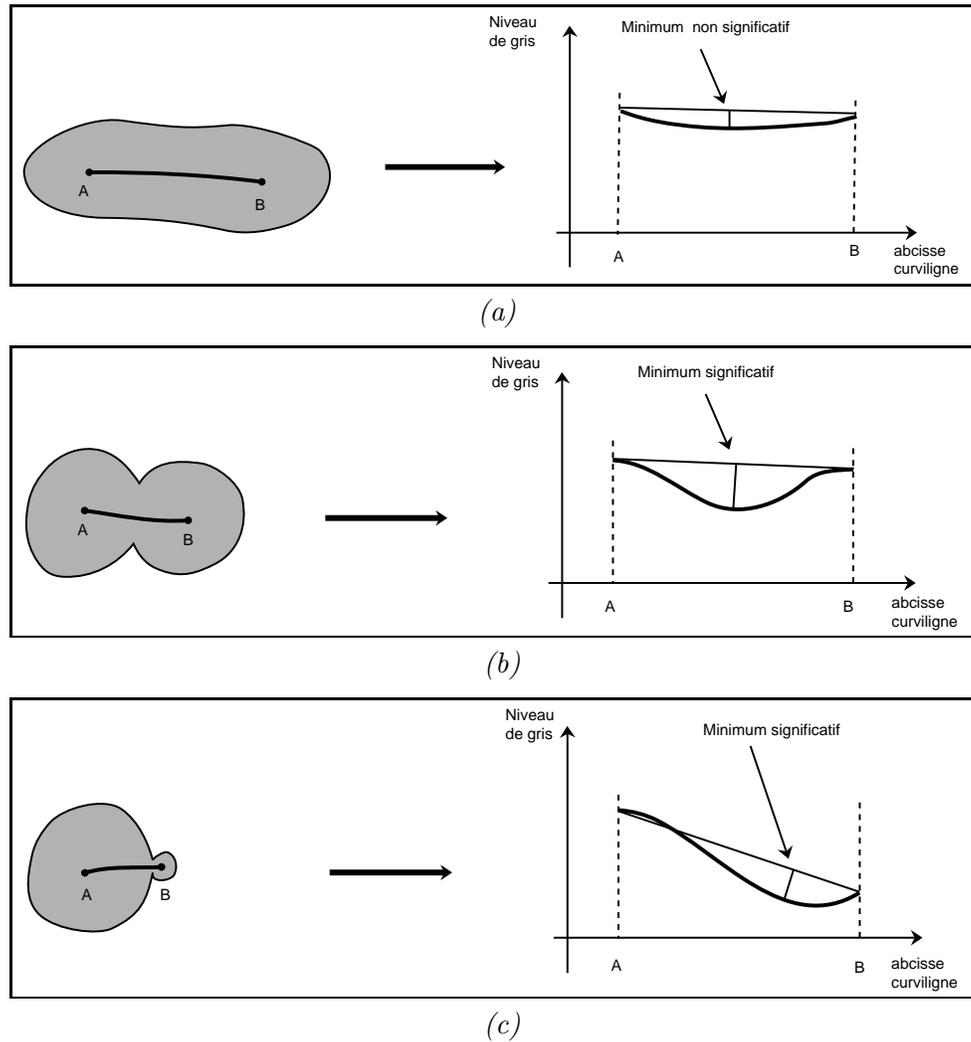


FIG. 4.8: Aspect de la fonction d'étanchéité pour une particule proche de
 (a) une ellipse, (b) deux disques imbriqués de taille semblable,
 (c) deux disques imbriqués de tailles différentes

Comme l'indique cette figure, un critère assez simple devrait nous permettre de faire une distinction entre une ellipse approximative et une chaîne de disques.

Nous avons réduit notre problème à l'étude du minimum d'une fonction monodimensionnelle entre deux érodés ultimes. Ce dont nous avons besoin maintenant, c'est d'un critère indiquant si le minimum entre deux érodés ultimes est significatif ou non. Si oui nous laisserons les deux érodés ultimes intacts, sinon nous les connecterons par la branche de squelette minimal qui les rejoint.

4.4.3 Critère de segmentation

Toutes sortes de critères sont possibles, et dépendent a priori du problème de segmentation lui-même. Dans notre cas, nous avons réalisé quelques essais avec différents critères :

- un simple seuillage,
- un seuillage tenant compte de la pente moyenne entre les deux érodés ultimes,
- un seuillage sur la dérivée de la fonction.

Nous avons retenu la seconde méthode, la première ne donnant pas de résultats meilleurs que ceux présentés dans la section précédente, et la troisième étant trop imprécise compte tenu du fait que, dans notre cas, les érodés ultimes ne sont parfois séparés que par un seul pixel.

Plus précisément, nous avons proposé que si la fonction d'étanchéité descend à un moment quelconque en dessous de 75% de la valeur interpolée entre les deux maxima correspondant aux érodés ultimes, alors les érodés ultimes doivent être séparés. Cette valeur de 75% correspond à la situation où on souhaite séparer, en trame hexagonale, deux hexagones de taille minimale (disque de rayon 1) connectés par un côté, comme représenté sur la figure 4.9.

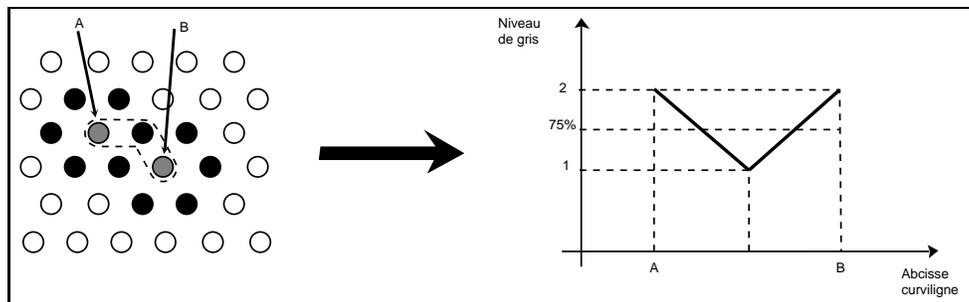


FIG. 4.9: La valeur de seuil est fixée à 75%, bien adaptée au cas de la segmentation de deux hexagones de taille 1.

Bien que n'importe quelle valeur comprise entre 50% et 100% strictement donne le même résultat dans ce cas, la valeur de 75% est une valeur moyenne qui dans ce cas apparaît naturelle.

D'une manière générale, une valeur de seuil de 100% correspond à ne pas corriger la sursegmentation des érodés ultimes, et 0% correspond à ne pas faire de segmentation du tout. On a toute la palette des résultats intermédiaires entre ces deux valeurs. Vu la simplicité de l'étude de la fonction on peut l'adapter aux caractéristiques de chaque particule étudiée. On peut par exemple utiliser des critères à base de dérivées si la particule est suffisamment grande et repasser à des critères plus simples si la particule est constituée de peu de pixels.

On doit tout de même faire attention à ne pas augmenter inutilement le nombre de paramètres de la segmentation. Dans le cas qui nous occupe, à savoir la segmentation d'objets en forme de disques ou d'ellipses recollées, on a constaté que le simple critère décrit plus haut donnait des résultats satisfaisants.

4.4.4 Points multiples du squelette

Le cas de deux particules accolées n'est pas le cas général. Lorsqu'on doit étudier la segmentation d'objets plus complexes, constitués d'un relatif grand nombre d'érodés ultimes,

on risque de devoir considérer des squelettes minimaux relativement complexes eux aussi, constitués de plusieurs branches.

Les points de rencontre de plusieurs branches de squelette sont appelés *points multiples* du squelette. Dans le cas général, les points multiples du squelette ne sont pas des érodés ultimes (figure 4.10).

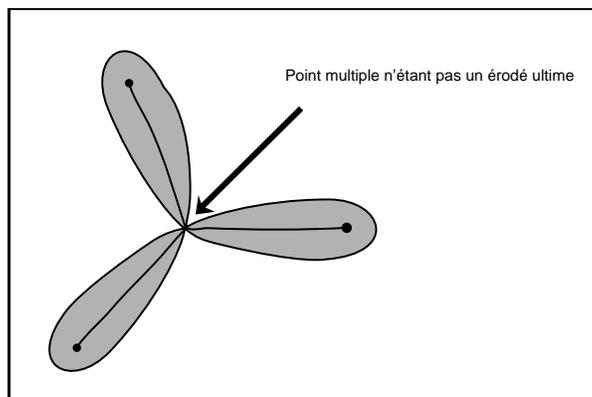


FIG. 4.10: Exemple d'ensemble connexe dont le squelette minimal possède un point multiple qui n'est pas un érodé ultime.

Pour gérer ce type de configuration, on doit normalement considérer indépendamment chaque branche de squelette reliant deux érodés ultimes passant par un point multiple. Du point de vue conceptuel, le plus simple est de dédoubler chacune des branches reliant deux érodés ultimes passant par un point multiple et de considérer chaque des branches indépendamment. On peut ainsi considérer chaque couple d'érodés ultime sans se préoccuper davantage du point multiple.

En pratique les cas correspondants à la figure 4.10 sont inhabituels. La plupart du temps les points multiples du squelette sont proches de maxima de la fonction distance et on peut accepter l'approximation qui consiste à considérer l'ensemble des points multiples comme des érodés ultimes. Le « découpage » du squelette en branches indépendantes en est simplifié.

4.4.5 Cas des plateaux

En général les érodés ultimes ne sont pas constitués d'un seul point, mais forment des plateaux. Puisque nous utilisons un critère qui tient compte de la pente moyenne entre deux maxima, il est préférable de considérer les extrémités des plateaux pour réaliser l'interpolation plutôt que par exemple le point milieu de chacun d'entre eux. De cette façon le minimum est plus significatif et le processus de décision est facilité, comme dans le cas de la figure 4.11

4.4.6 Mise en œuvre

Nous proposons ici une manière de mettre en œuvre la méthode proposée :

- On suppose que le calcul de la fonction d'étanchéité n'est pas un problème. Il est fortement recommandé d'utiliser une fonction distance euclidienne, et un squelette euclidien. Les méthodes du chapitre 3 sont dans ce cas tout à fait indiquées. Il suffit de prendre comme point d'ancrage les maxima régionaux de la fonction distance euclidienne pour obtenir immédiatement le squelette minimal. Une simple multiplication avec la fonction

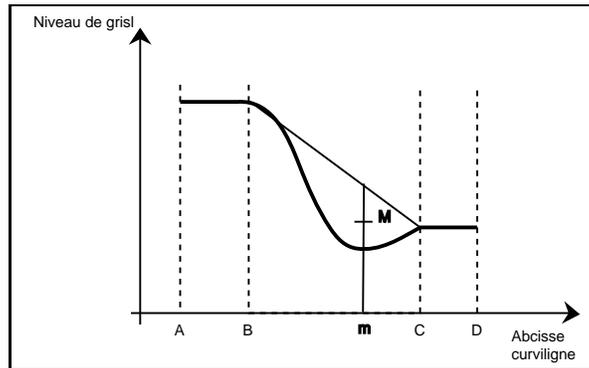


FIG. 4.11: Érodés ultimes non réduits à un point : A et D sont les points milieu des érodés ultimes. On ne considère la forme de la fonction d'étanchéité que de B à C. m est l'abscisse du minimum, M indique la valeur correspondant à un seuillage de 75%.

distance euclidienne donne la fonction d'étanchéité. Il est conseillé de considérer le carré de la fonction distance euclidienne pour une meilleure précision. Le squelette minimal doit être aminci pour toujours avoir une épaisseur d'un seul pixel.

- La fonction d'étanchéité ainsi calculée est présente sur une image. Pour chaque particule de cette image (c'est à dire pour chaque squelette minimal complet), chaque branche du squelette minimal séparant deux érodés ultimes est parcourue et analysée selon la méthode proposée. Il est indispensable pour cette étape de disposer d'un accès aléatoire aux pixels de chaque image. Nous proposons en effet de parcourir complètement chaque branche du squelette minimal entre érodés ultimes et points multiples du squelette minimal, et de construire récursivement une structure de liste de branches à partir de celle-ci sous forme de liste chaînée. La figure 4.12 présente un tel changement de représentation.

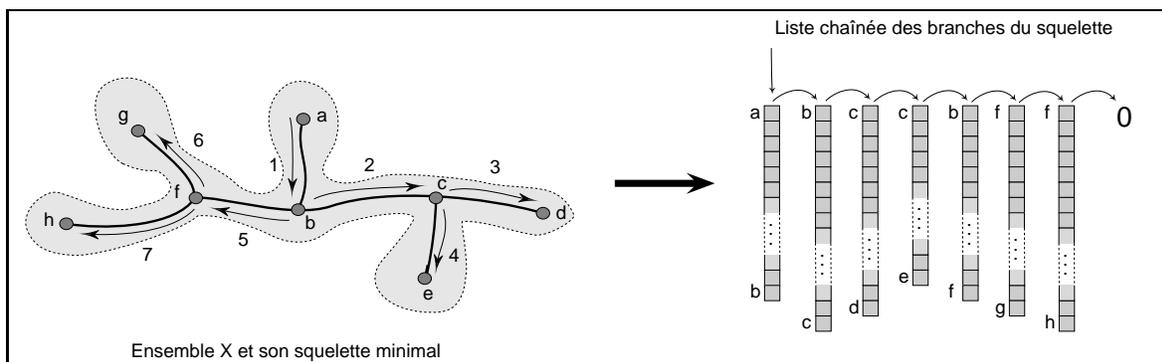


FIG. 4.12: Changement de représentation des branches du squelette. La représentation par liste chaînée rend aisé le parcours d'une branche donnée du squelette située entre deux érodés ultimes, et l'application du critère de segmentation.

Une fois la liste des branches du squelette obtenue, il suffit de les parcourir et d'appliquer

la méthode proposée pour savoir si on doit garder la branche de squelette entre les deux érodés ultimes considérés, ou non. Les branches de squelettes conservées sont placées dans une image résultat avec l'ensemble des érodés ultimes.

- On utilise cette image résultat comme marqueurs pour la segmentation par ligne de partage des eaux, à la place des érodés ultimes bruts. Une ligne de partage des eaux n'apparaît entre deux érodés ultimes que si la branche de squelette minimal qui les relie a été retirée. Le résultat est une image segmentée selon le critère proposé.

Un aspect tout à fait positif de cette méthode de correction de la sur-segmentation due aux érodés ultimes est qu'elle est extrêmement rapide, car une fois le squelette minimal obtenu, l'analyse de la fonction d'étanchéité est essentiellement un processus en une dimension. Pour fixer les idées, la première mise en œuvre de cette méthode a été réalisée sur un MORPHOPERICOLOR en 1990, un analyseur d'images dédié bien conçu mais déjà un peu âgé, dont la frontale était un compatible-PC. Sur cet analyseur d'images, l'accès aléatoire à un pixel quelconque d'une image n'était pas vraiment prévu, et en tout cas très lent. Pour contourner ce problème, alors que toutes les opérations morphologiques conduisant à l'obtention de la fonction d'étanchéité étaient réalisées sur le MORPHOPERICOLOR, l'étude de cette fonction était en fait réalisée sur le PC. L'analyse complète d'une image prenait environ 90 s, dont seulement 2 à 4 s étaient imputables à l'analyse de la fonction d'étanchéité sur le PC.

Au niveau des précautions d'emploi, il est clair que l'on doit disposer d'un algorithme de squelettisation qui assure le passage du squelette par les érodés ultimes. Sur le MORPHOPERICOLOR par exemple, le seul algorithme de squelettisation disponible était une méthode par amincissements. Celle-ci ne garantissait pas le passage du squelette par les centres de boules maximales, et un certain nombre de précautions devaient être prises pour faire fonctionner l'algorithme [Tal90]. Vu la simplicité de la méthode on aura intérêt à utiliser une machine non dédiée et des algorithmes de squelettisation performants, tel que celui présenté au chapitre 3.

4.4.7 Résultats de la segmentation

En prenant pour exemple la même image que précédemment, on a le résultat présenté sur la figure 4.13.

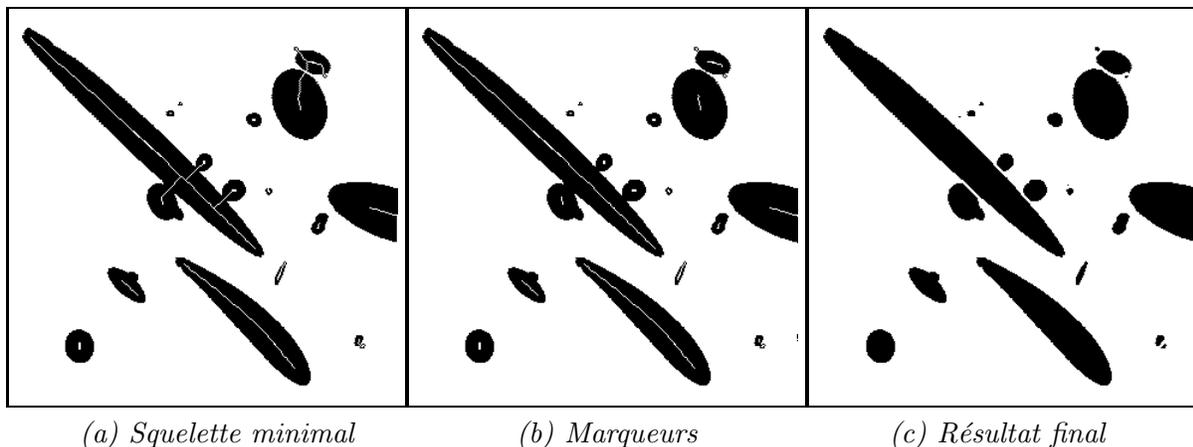


FIG. 4.13: Résultat de la segmentation par analyse de la fonction d'étanchéité sur une image de fibres en coupe.

Sur cette figure, l'image a est l'image originale seuillée avec le squelette minimal surimposé. L'image b est l'image des branches du squelette minimal qui ont été gardées après l'analyse de la fonction d'étanchéité, et c est l'image des fibres segmentées.

On constate qu'on a atteint la première partie de nos objectifs : on ne constate aucune sur-segmentation sur l'image finale et aucune petite fibre n'a disparu. La segmentation elle-même est plutôt bonne : voir par exemple la segmentation des petites fibres accolées à la grande fibre du haut de l'image. Toutes les segmentations obtenues sont pertinentes. On constate également que le modèle d'ellipse approximative que nous nous sommes donné est assez souple pour intégrer la forme de la grosse fibre du bas de l'image. On a en fait obtenu un excellent résultat compte tenu des limitations de la méthode par érodés ultimes, en tout cas meilleur que le résultat donné par les méthodes classiques indiquées en début de chapitre.

On ne doit pas perdre de vue que nous nous sommes contentés de résoudre un problème de sur-segmentation lié à la méthode des érodés ultimes. Nous ne pouvons obtenir une segmentation plus discriminante que celle obtenue par les érodés ultimes, dont les limitations sont connues (voir figure 3.23).

Pour faire mieux on doit utiliser d'autres types de marqueurs, par exemple obtenus avec la bissectrice conditionnelle, ou utiliser la fonction bissectrice.

4.5 Utilisation de la fonction bissectrice

Dans le cas où le résultat obtenu jusqu'à présent n'est pas jugé satisfaisant, il est possible de l'améliorer considérablement en utilisant la bissectrice conditionnelle ou la fonction bissectrice. Nous avons défini cette transformation au chapitre 3 et nous avons proposé une manière souple et efficace pour l'obtenir.

En pratique les bissectrices conditionnelles sont délicates à utiliser dans le cas général, car, on l'a vu, leur comportement est assez instable. On donne comme exemple la séparation de deux disques (figure 4.14).

Sur cette figure, dans le cas 1, on peut segmenter en utilisant les érodés ultimes ou une bissectrice conditionnelle avec un angle proche de $\pi/2$, mais la bissectrice conditionnelle donnera toujours un marqueur supplémentaire à l'endroit du cou entre les deux particules. Dans le cas 2, on ne peut pas segmenter en utilisant les érodés ultimes. Une bissectrice conditionnelle bien choisie donnera exactement deux marqueurs des centres des disques imbriqués. On pourra segmenter les deux particules en utilisant cette bissectrice particulière, mais l'angle à choisir dépendra du degré d'imbrication des deux disques.

Pour éviter d'avoir à choisir un angle particulier, on peut rechercher les maxima de la fonction bissectrice. Cela ne résout pas le problème du troisième marqueur dans les cas semblables au cas 1 de la figure 4.14. Pour ce faire, on peut tout d'abord opérer une segmentation à base d'érodés ultimes, comme décrite plus haut, puis rechercher un deuxième ensemble de marqueurs à l'aide de la fonction bissectrice sur l'ensemble segmenté par les érodés ultimes. La figure 4.15 présente le résultat d'un tel procédé.

On retrouve dans cet exemple notre image familière. La première segmentation, est celle que nous avons détaillée dans la section 4.4. Elle donne les marqueurs de la figure b . Bien que correcte, cette segmentation à base d'érodés ultimes n'est pas parfaite. En particulier, sur la figure c les fibres indiquées par les flèches n'ont pas été correctement segmentées. À partir de cette image déjà pré-segmentée, on a recherché les maxima de la fonction bissectrice d'angle plus grand que $\pi/4$ et on a relié ceux d'entre eux qui font partie d'une branche du squelette

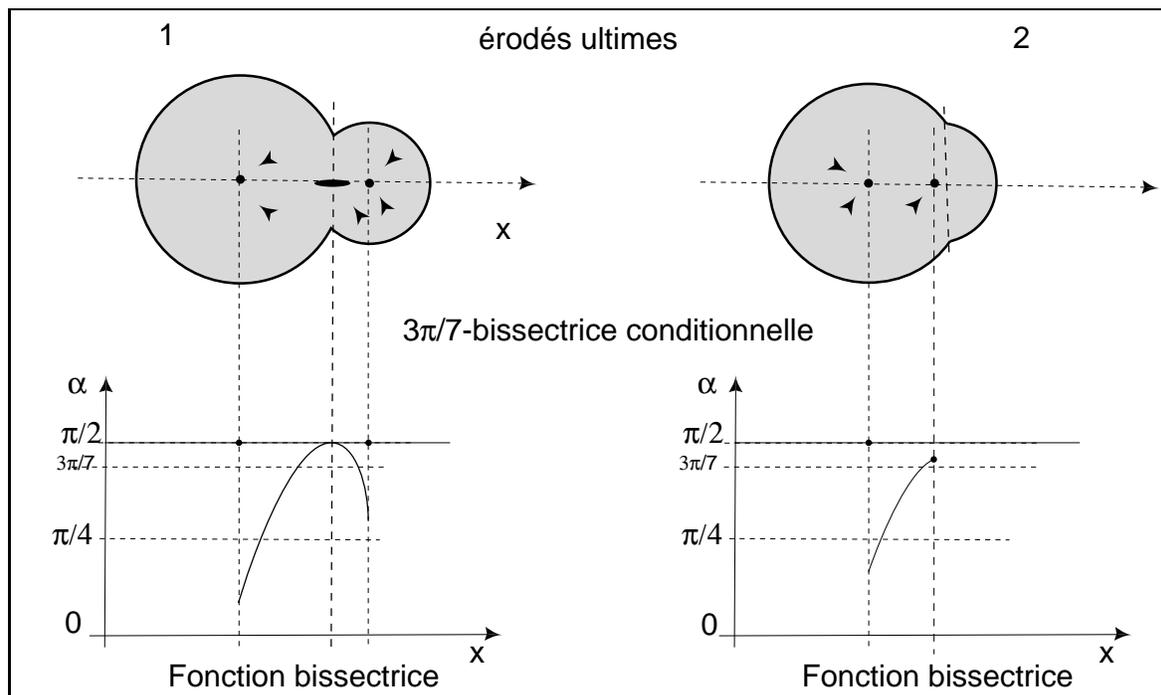


FIG. 4.14: Comparaison des effets des érodés ultimes et de la bissectrice conditionnelle dans le cas de deux disques se recouvrant. Dans le cas 1 on peut segmenter en utilisant les érodés ultimes, dans le cas 2 on doit utiliser une bissectrice conditionnelle ou la fonction bissectrice de l'ensemble à segmenter.

minimal de l'image originale et qui ont été gardées après l'étape d'analyse de la fonction d'étanchéité. Il ne reste plus que les maxima indiquant les disques très imbriqués. Le résultat de cet ensemble d'étapes est en *d*. Une simple érosion par un carré 2×2 permet d'éliminer les plus petits artefacts, et donne le résultat de la figure *e*. Une nouvelle segmentation par la ligne de partage des eaux de la fonction distance (euclidienne) inversée en utilisant les marqueurs de la figure *e* nous donne enfin le résultat de la figure *f*.

Sur cette figure, toutes les segmentations désirables ont été réalisées.

4.6 Mesures et corrections stéréologiques

Une fois la segmentation réalisée, on cherche bien entendu à obtenir une mesure fiable du diamètre des fibres.

Vu la forme non symétrique de certaines fibres, une bonne estimation du diamètre de chaque fibre est donnée par le double du maximum de la fonction distance euclidienne mesuré pour chaque objet. Attention, c'est la valeur maximale de la fonction distance *avant* segmentation qui compte (figure 4.16), sinon on risque de sous-estimer le diamètre de chaque fibre segmentée. Comme cette valeur est connue au moment de l'étude de la fonction bissectrice on n'a aucun problème à l'affecter correctement.

L'histogramme des diamètres obtenu par une telle mesure directe est un peu biaisé. On

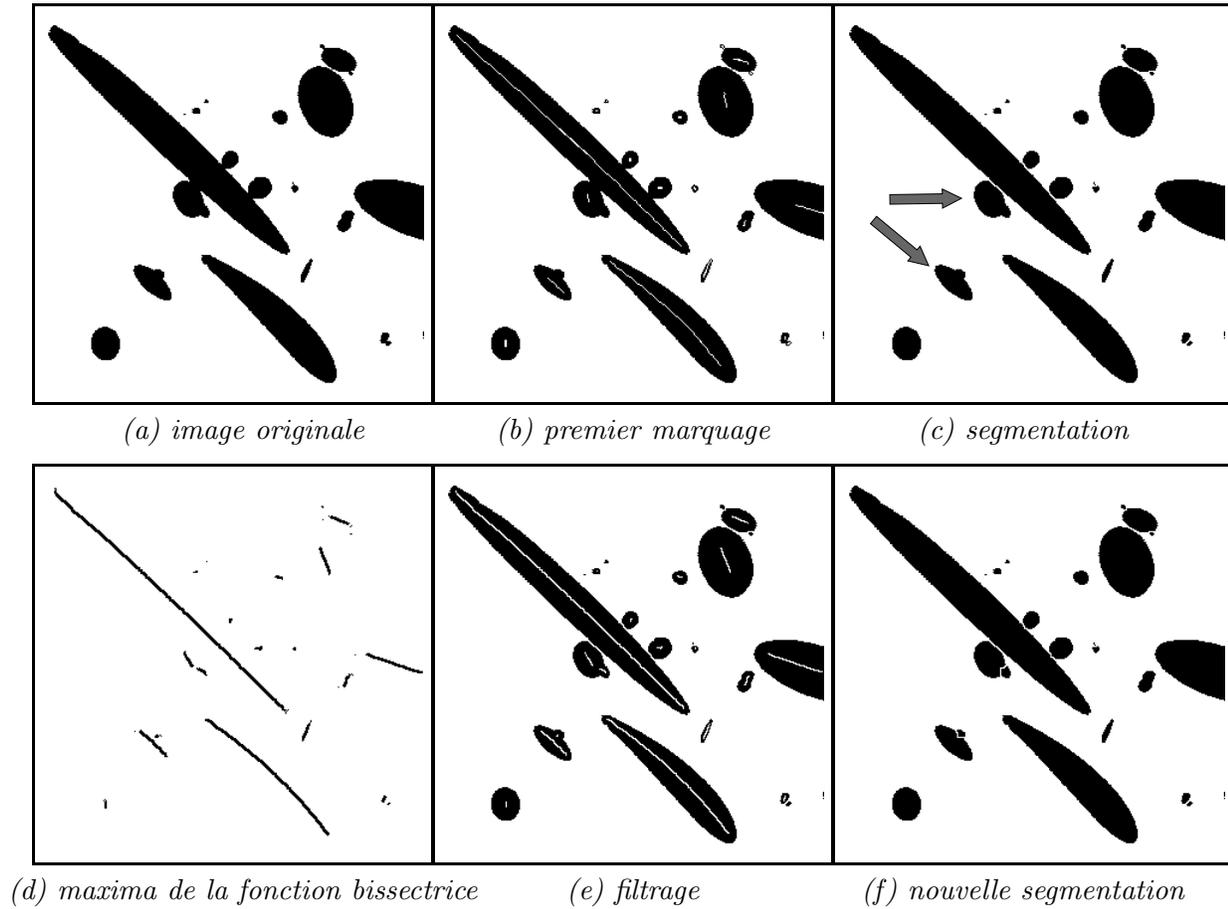


FIG. 4.15: Exemple d'application des bissectrices conditionnelles.

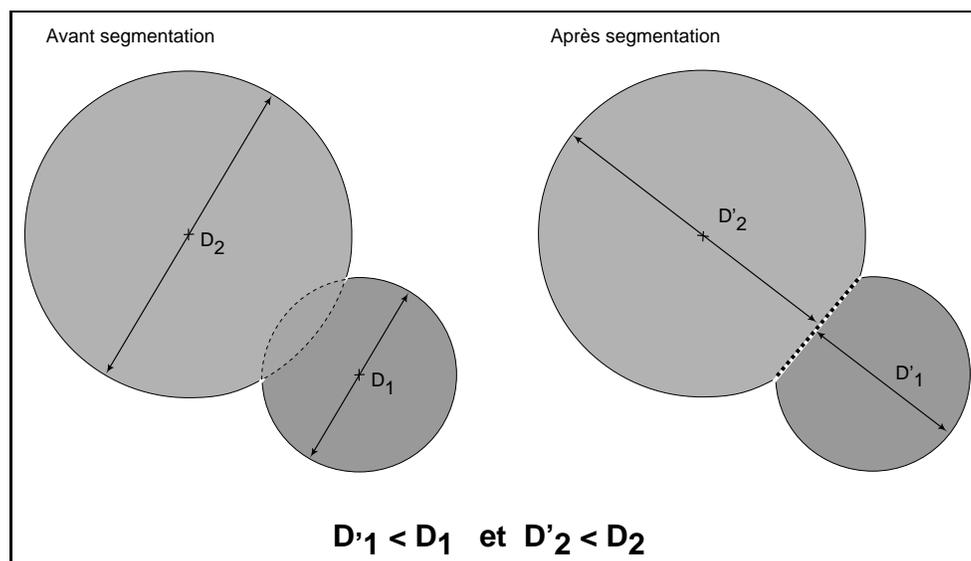


FIG. 4.16: On doit mesurer le diamètre apparent des fibres avant segmentation et non pas après.

doit tout d'abord appliquer une correction de type Miles-Lantuéjoul [Mil74] [Lan78]. En effet, on ne peut mesurer le diamètre d'une fibre que si celle-ci est plus qu'à moitié visible dans le champ. Une fibre est d'autant plus facilement intersectée par le champ qu'elle est de diamètre important. On mesure donc moins souvent des fibres de diamètre élevé que des petites fibres. La façon la plus aisée de corriger ce biais est de ne considérer que les fibres incluses dans la partie de champ correspondant au champ total érodé par un disque de diamètre égal à la plus grande des fibres possibles. De cette façon on est certain de pouvoir mesurer toutes les fibres dans ce sous-champ sans distinction de taille, mais on se prive ainsi d'une partie de l'information sur les plus petites fibres. On peut aussi pondérer chaque classe de diamètre par la surface correspondant à celle du champ total érodé par un disque du diamètre considéré. On corrige ainsi le biais tout en acceptant toute l'information disponible.

Cet histogramme des diamètres des fibres est pondéré par leur longueur. En effet, une fibre est d'autant plus probablement présente dans la coupe qu'elle est longue dans la touffe. Cette pondération serait exacte si toutes les fibres étaient perpendiculaires au plan de coupe. En fait, comme on l'a vu plus haut, certaines des fibres apparaissent sous forme d'ellipses. La pondération obtenue pour ces fibres, dans la mesure où on admet qu'elles sont rectilignes, est égale à leur longueur projetée sur l'axe perpendiculaire à la coupe (voir figure 4.17).

Sur cette figure on a dessiné deux fibres. La fibre de droite représente le cas général. Pour obtenir une pondération par la longueur correcte, on doit tenir compte de l'inclinaison de la fibre par rapport au plan de coupe. Cette inclinaison peut se mesurer en comparant les dimensions du petit et du grand axe de l'ellipse formée sur la coupe polie par une fibre formant un angle θ avec l'axe perpendiculaire au plan de coupe.

En pratique, le petit axe a peut être mesuré en prenant le double du maximum de la fonction distance, et la dimension du grand axe b estimée par :

$$b = \frac{S}{\pi a} \quad (4.3)$$

où S est l'aire de l'ellipse,
et $\cos \theta$ est donné par :

$$\cos \theta = \frac{b}{a} = \frac{S}{\pi a^2} \quad (4.4)$$

On doit finalement pondérer chaque mesure de diamètre par $1/\cos \theta$ pour retrouver une pondération par la longueur correcte.

Cette pondération est théoriquement sans faille et en pratique relativement correcte pour les fibres de diamètre suffisant, mais on doit être prudent pour les plus petites fibres. Lorsqu'une fibre sur une image est représentée par un ou deux pixels, comme c'est le cas pour les plus petites fibres, il est illusoire de vouloir mesurer son inclinaison avec une précision acceptable.

On peut choisir d'ignorer le problème, auquel cas il vaut mieux ne pas faire de correction d'inclinaison du tout. L'erreur finale est certainement moins grande qu'en faisant une correction très approximative. En effet, ne pas opérer de correction d'inclinaison revient à affirmer que quelque soit le diamètre, la distribution des inclinaisons par rapport à la normale est la même. Bien qu'exprimée de la sorte elle ne paraisse pas choquante, cette hypothèse est très vraisemblablement fautive. En effet, lors de la préparation, les fibres constituant l'échantillon sont parallélisées à la main. Il paraît clair que les grandes fibres, donc essentiellement les fibres de diamètre important sont majoritairement affectées par ce traitement. La distribution des

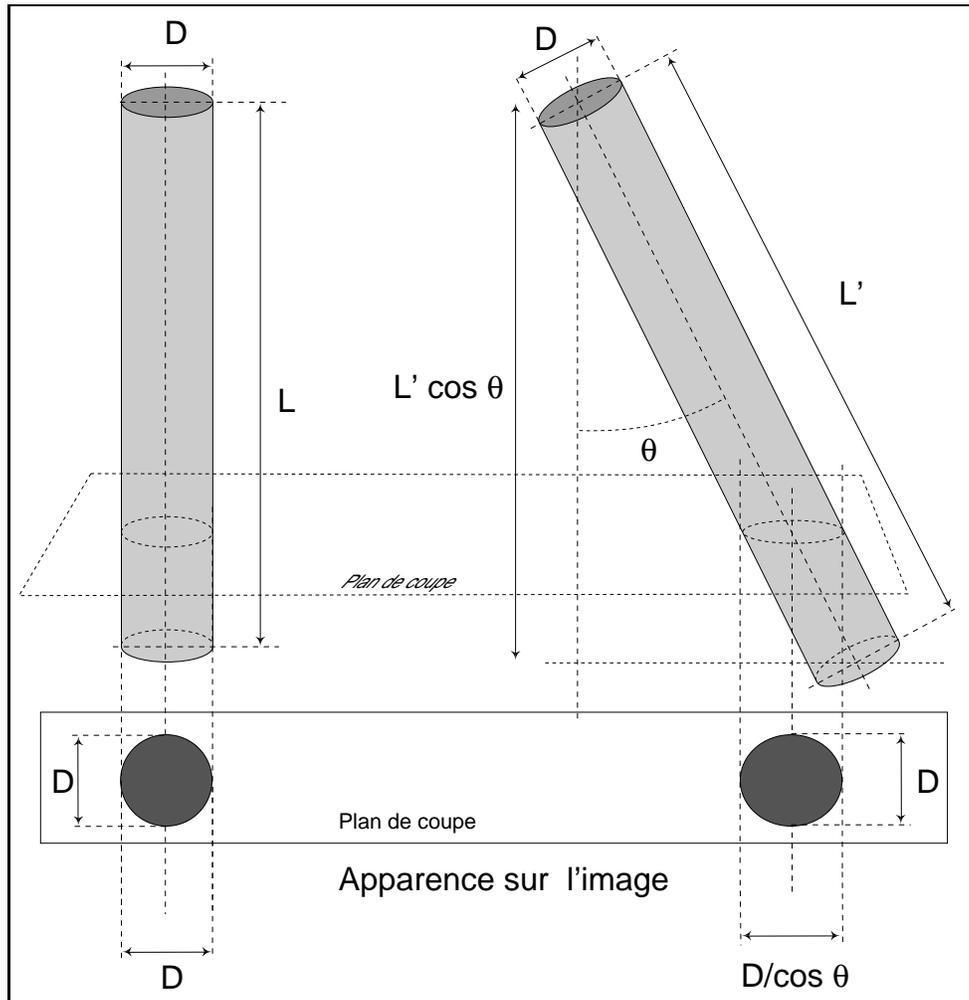


FIG. 4.17: Pondération par la longueur des fibres.

inclinaisons est donc certainement plus resserrée pour les diamètres importants que pour les faibles diamètres.

Une autre solution consiste à construire une table à double entrée (diamètre et surface de chaque particule), tenant compte de la configuration de chaque entrée, et qui indique l'inclinaison moyenne pour chacune d'entre elles. Ceci réclame de faire des hypothèses quant à la distribution des inclinaisons, n'est pas très simple à obtenir, dépend de la trame employée et reste approximatif. On peut se contenter de ne remplir cette table que pour les diamètres les plus faibles.

Une dernière solution consiste à travailler à un grandissement tel que les plus petites fibres soient de taille suffisante pour que l'équation 4.4 ne soit pas trop fautive, c'est à dire en pratique un grandissement au moins double ou triple de celui habituellement utilisé, ce qui peut multiplier par un facteur proche de 10 les temps de calculs, et introduire des biais importants sur les plus grosses fibres.

Pour notre part, nous préconisons la solution de la table à double entrée, bien que son établissement demande un travail important, et dépendant de la trame utilisée. Nous n'avons

pas été capables au cours de cette thèse de la remplir correctement ni dans le cas de la trame carrée, ni dans le cas de la trame hexagonale. Cette partie fera donc l'objet d'un travail futur.

4.7 Résultats

L'objectif principal de cette segmentation est de fournir des histogrammes. Ceux-ci sont en fait rassemblés au chapitre 7, pour comparaison avec les histogrammes obtenus par d'autres méthodes.

Les résultats dont nous disposons tiennent compte uniquement de la méthode de segmentation par squelettes valués, car ils ont été effectués sur un MORPHOPERICOLOR qui ne permettait pas le calcul de la fonction bissectrice. Sur un échantillon réduit de 10 images, on a les résultats suivants :

- 180 fibres reconnues, segmentées et mesurées.
- 8 fibres non segmentées (trop imbriquées).
- 6 fibres segmentées abusivement (sortant du modèle de l'ellipse)
- On a une erreur systématique sur la mesure des diamètres due à l'utilisation d'une distance 6-connexe au lieu d'une distance euclidienne, et une imprécision sur la séparation par classe.
- On n'a pas corrigé l'effet d'inclinaison.

On constate qu'on a un résultat supérieur à 90% pour ce qui est de la segmentation des fibres par la première partie de la méthode. Il sembler qu'on puisse atteindre et dépasser 95% en appliquant ensuite le critère de segmentation par la fonction bissectrice. Ces résultats sont tout à fait suffisants pour garantir l'obtention d'histogrammes de diamètres de fibres fiables, de l'avis des industriels intéressés.

Les effets négatifs de la mesure 6-connexe pourraient être corrigés si on utilisait une station de travail au lieu d'un MORPHOPERICOLOR.

Au niveau des temps de calcul, une image 512×512 est segmentée en moins de 3 minutes sur le MORPHOPERICOLOR. Il est certain que des temps bien meilleurs pourraient être obtenus sur station de travail, vu la simplicité des opérations utilisées. Environ 1000 fibres (quantité jugée nécessaire à l'obtention d'un histogramme convenable) peuvent donc être mesurées en quelques heures.

Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre un ensemble de méthodes originales permettant d'estimer la répartition des diamètres d'une population de fibres minérales à partir d'images de coupes réalisées au travers de cette population.

À partir d'images de grande qualité de ces coupes, nous avons en effet proposé une méthode de segmentation des fibres recollées, présentée de façon hiérarchique. Une première méthode de segmentation basée sur l'analyse de la fonction d'étanchéité des objets binaires à segmenter évite la plupart des cas d'erreurs de sur-segmentation que l'on rencontre lorsque l'on cherche à utiliser l'information obtenue à partir des érodés ultimes, mais reste impuissante à séparer certains types de configurations. Une seconde méthode, utilisant la notion de fonction bissectrice que nous avons introduite au chapitre 3, prend comme image de départ les résultats de la première méthode, et permet de résoudre la plupart des cas de sous-segmentation dus à une trop grande interpénétration de particules.

Nous avons ensuite cherché à obtenir des mesures correctes des diamètres de ces fibres, et à corriger les biais générés lors de ces mesures directes.

Nous avons montré que les résultats finaux, tant au niveau qualitatif que quantitatif (par comparaison avec des mesures manuelles) étaient tout à fait acceptables et obtenus rapidement, et ceci sur un grand nombre d'images. En effet, Les résultats obtenus montrent un taux de segmentation correct de l'ordre de 90% au niveau de la première méthode et permettent d'envisager un taux de segmentation correct de l'ordre de 95% ou mieux, en tenant compte de la seconde méthode, ce qui, sur les images relativement complexes dont nous disposons, est un bon résultat, de l'avis même des industriels intéressés. Cette méthode constitue donc, à notre avis, un acquis important.

Les limites de la méthode que nous proposons sont réelles : d'une part la préparation nécessaire à l'obtention des images est longue et délicate (on peut cependant réaliser un assez grand nombre d'échantillons en parallèle), d'autre part elle ne permet d'obtenir qu'un histogramme des diamètres des fibres, pondéré par leur longueur. Nous avons montré que cette pondération n'était pas absolument exacte, toutes les fibres n'étant pas perpendiculaires au plan de coupe. Nous avons indiqué une méthode théorique pour tenir compte de cet effet, mais dont la réalisation pratique pose des problèmes, vu la petite taille de certaines des fibres par rapport au pas de digitalisation des images (les plus petites fibres font environ $0,2 \mu\text{m}$ de diamètre, ce qui correspond à à peine plus d'un pixel sur l'image au grandissement de 1000 choisi).

La suite de ce travail consistera à adapter le programme disponible sur MORPHOPERICOLOR pour une station de travail, afin de bénéficier d'une plus grande souplesse dans les algorithmes utilisés et d'une meilleure rapidité, ainsi qu'à améliorer la correction de biais apporté par notre correction stéréologique en tenant compte du problème posé par les petites fibres.

Chapitre 5

Segmentation des images de fibres minérales vues à plat

Dans ce chapitre nous allons présenter une approche de la segmentation des images de fibres que nous avons obtenues au chapitre 1.

La segmentation des images de fibres à plat est a-priori plus intéressante que celle des fibres en coupe, car la mesure de la longueur des fibres est possible dans une certaine mesure sur ces images. On va cependant rapidement s'apercevoir que la segmentation de ces images est une opération bien plus complexe que la segmentation des images de fibres en coupe. De fait, la résolution du problème de la segmentation des images de fibres à plat est tout à fait central à cette thèse, et c'est bien à celui-ci que la plus grande partie du temps de recherche de l'auteur a été consacré.

Au cours de ce chapitre nous allons proposer quelques transformations originales, mais que nous avons choisi de ne pas présenter à part, soit du fait de leur simplicité, soit qu'elles nous ont parues trop spécifiques aux images de fibres à plat. Ce sont :

- Les chapeaux hauts de forme hiérarchiques.
- Une utilisation des moyennes directionnelles.
- Une méthode de détection des croisements de fibres.
- Une méthode de reconnection des fibres croisées.
- Un ensemble de méthodes permettant de générer des masques de propagation géodésiques permettant de reconnecter les petites fibres.
- Une méthode de rejet de champs adaptée à notre problème.
- Un algorithme global de segmentation des fibres minérales d'isolation vues à plat.

5.1 Position du problème

Lorsqu'on demande à un opérateur entraîné d'obtenir un histogramme de taille de particules présentes sur un écran ou une photographie, il va généralement réaliser une opération de *segmentation*, c'est à dire qu'il va séparer mentalement les objets significatifs sur l'écran du fond de l'image et du « bruit » au sens large (de tout ce qui n'est pas intéressant), il va éventuellement rassembler les morceaux significatifs qui lui semblent aller ensemble et qui sont partiellement cachés par des objets parasites ou par d'autre particules. Ensuite, par exemple à l'aide d'une tablette à digitaliser, il réalisera la mesure de la particule segmentée. Il réitérera pour toutes les particules qui lui sont visibles sur l'écran afin d'obtenir un histogramme.

L'idée d'une segmentation précédant toute étape de mesure semble donc naturelle. En analyse d'images l'étape de segmentation n'est pas toujours absolument nécessaire [TV93b], mais elle reste indispensable dans les cas où on souhaite obtenir tous les paramètres mesurables d'un objet présent sur l'image.

Dans le cas de l'analyse des fibres minérales d'isolation, dans la mesure où elles sont à peu près assimilables à des cylindres, l'idéal serait qu'on soit capable de mesurer à la fois leur longueur réelle et leur diamètre individuel, ce qu'un opérateur arrive à faire sans trop de problèmes.

Nous verrons au chapitre suivant que cet idéal est extrêmement difficile à réaliser pour un programme d'analyse d'image, car afin d'obtenir une précision correcte sur la mesure du diamètre de chaque fibre, on est forcé d'utiliser une taille de champ telle qu'une grande partie des fibres deviennent plus longues que les dimensions de celui-ci. La mesure simultanée des longueurs vraies et des diamètres paraît donc sinon impossible, du moins très difficile sans le secours de la robotique. Nous verrons cependant qu'il n'en est pas tout à fait ainsi et que nous pourrions nous contenter, à condition de ne pas avoir besoin de l'histogramme bivariable diamètre-longueur, de l'information contenue dans une série d'images du même échantillon à échelle constante.

Quoi qu'il en soit, la connaissance de toutes les fibres minérales d'isolation contenues dans un ou plusieurs champs nous est nécessaire. Nous avons pour objectif, dans ce chapitre, de présenter des moyens et méthodes qui permettent :

- de distinguer les fibres présentes sur une image donnée des autres objets de l'image (en particulier du fond de celle-ci),
- de reconstruire les fibres apparaissant séparées en plusieurs morceaux par exemple parce qu'elles apparaissent chevauchées par une autre fibre, ou parce qu'elle se fondent partiellement dans le bruit de fond de l'image,
- de mesurer le diamètre individuel et la longueur visible dans le champ de chaque fibre avec la meilleure précision possible.

Conformément à cet objectif, dans une première section, nous présenterons les étapes de détection des fibres sur le champ de vision, puis dans une section suivante nous proposerons une méthode de reconstruction des fibres séparées. Nous résumerons enfin dans une troisième section la manière dont nous avons procédé pour effectuer nos mesures. L'interprétation de ces résultats sera réservée au chapitre suivant.

5.2 Détection des fibres

Nous supposons que nous avons à notre disposition des images de qualité semblable à celle obtenue au chapitre 1. Nous n'avons cependant pas supposé que nous nous restreignons aux images sur lesquelles le filtre a une porosité très petite, car nous ne disposons que d'un très petit nombre d'images présentant cette qualité.

Le problème de la détection des fibres sur ces images est à la fois simple et complexe. Il est en effet simple pour les fibres de diamètre suffisamment élevé ($D > 1,5 \mu\text{m}$), car grâce à la préparation de l'échantillon et au mode d'imagerie utilisé, ces fibres apparaissent très clairement. Il est complexe pour les fibres de plus petit diamètre car malgré toutes nos précautions, ces fibres ont un contraste d'autant moins bon par rapport au fond de l'image qu'elles sont de petit diamètre. Elles finissent, pour les plus petites d'entre elles, par se fondre quasiment dans le bruit de fond de l'image.

Dans cette section nous n'allons nous intéresser qu'à la *détection* des fibres, c'est à dire que nous allons chercher à reconnaître des objets allongés (un critère standard consiste à ne considérer comme fibre qu'un objet ayant un rapport L/D plus grand que 3), de contraste variant lentement sur leur longueur, de diamètre variant lentement et localement rectilignes. Nous n'allons pas chercher dans cette première étape à reconnecter les morceaux que nous identifierons comme des parties de fibres et qui appartiennent en fait à une même fibre, mais qui auront été séparées pour une raison ou pour une autre (par exemple, un objet non fibreux ou une autre fibre aura caché la partie de fibre les reliant).

De nombreuses tentatives ont été réalisées pour atteindre cet objectif, durant toute la durée du travail exposé dans cette thèse. Nous avons choisi de présenter la plupart de celles qui se sont révélées intéressantes et non seulement celles qui ont donné le meilleur résultat.

5.2.1 Approches globales

Les caractères distinctifs d'une fibre selon la définition donnée plus haut ne sont finalement pas dépendants du diamètre de cette fibre. On peut donc être tenté de mettre au point une approche globale du problème.

5.2.1.1 Décomposition en résidus

Nous n'avons jamais vraiment poussé une approche globale, convaincus que le problème des petites fibres nécessitait un traitement à part, mais nous avons participé à une telle démarche, proposée par Vachier [VMGT94]. Dans cette étude, il était proposé de considérer chaque classe de diamètres séparément, mais d'appliquer exactement la même suite d'opérations pour chaque classe.

Sans entrer dans les détails, cette méthode procède par considération successive des résidus du squelette en niveaux de gris de taille croissante. On cherche à détecter et conserver dans chaque taille de résidu les éléments localement rectiligne. Pour ce faire, direction par direction, on applique d'abord une petite ouverture à élément structurant rectiligne (qui sert de moyen de sélection), puis une moyenne sur une fenêtre rectiligne mobile orientée dans la même direction, afin de renforcer l'information directionnelle (les passages sombres et clairs sont lissés par cette opération). Le résultat est une information directionnelle intégrée a priori sur une plus grande longueur. On applique enfin une ouverture à élément structurant rectiligne plus grande afin d'extraire les composantes rectilignes également grandes.

La figure 5.1 présente le résultat obtenu pour une image sur laquelle on observe plusieurs fibres de diamètres différents.

On constate que la méthode proposée a su différencier toutes les fibres présentes sur l'image et les reconstruire partiellement. Cette méthode a pour elle d'être relativement peu paramétrique, et donc d'être a priori assez souple. Elle n'est pas non plus particulièrement difficile à mettre en œuvre.

Par contre cette méthode est très gourmande en temps de calcul. On considère en effet les résidus du squelette taille par taille et chacun des résidus direction par direction. On aura fortement intérêt à utiliser les opérations à élément structurant rectilignes proposés au chapitre 2 et à mettre en œuvre les opérations de moyenne sur fenêtre rectiligne quelconque proposées au même chapitre, sous peine d'obtenir des temps de calcul réellement prohibitifs. Sur notre station NeXT 68040/25 Mhz utilisant ces opérations optimisées, la segmentation totale de l'image prend à peu près 45 minutes. Sans optimisation de ces opérations de base,

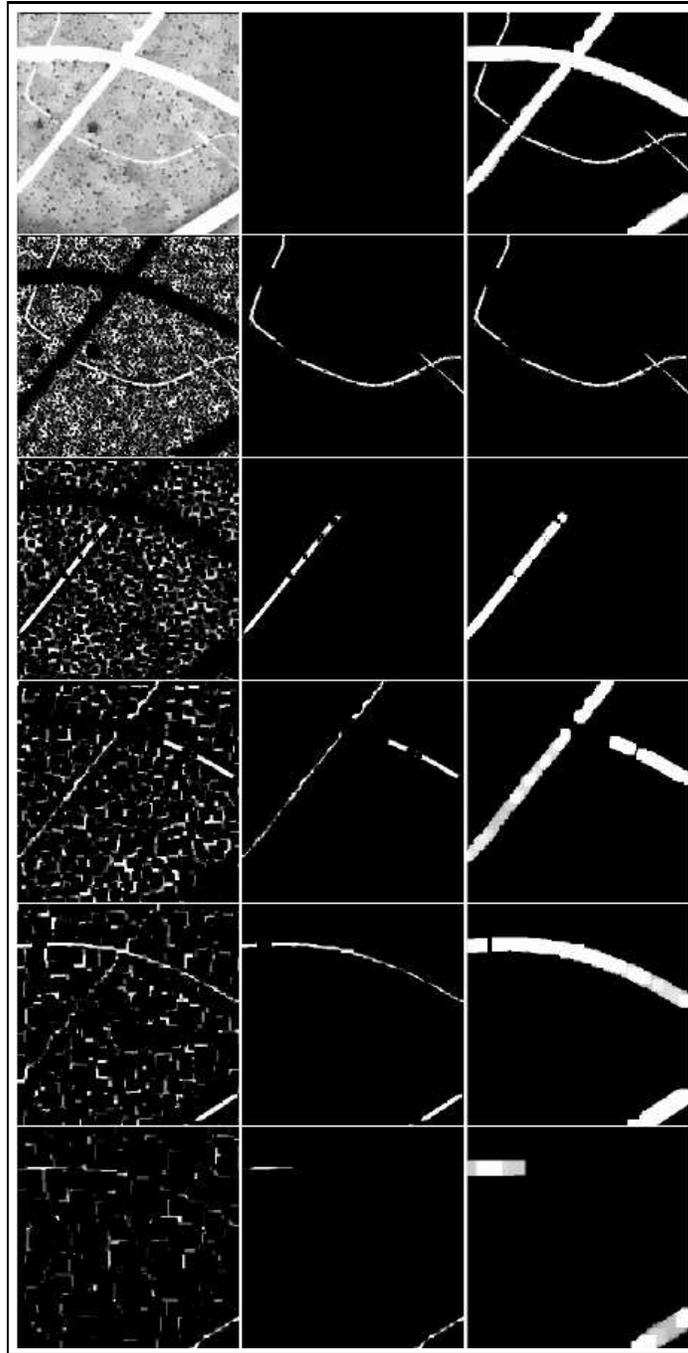


FIG. 5.1: Première colonne : image originale et résidus de la décomposition. Deuxième colonne : image binaires des marqueurs des structures rectilignes. Troisième colonne : image des structures rectilignes reconstruites taille par taille. En haut à droite le résultat final.

la segmentation totale prend plusieurs heures. Elle est donc plutôt à réserver, dans le cadre d'une application industrielle, à la prochaine génération de machines dédiées. Compte tenu de cette limitation importante, nous n'avons pas pu la tester sur un large échantillon d'images, mais nous avons pu constater qu'elle ne donnait pas un bon résultat sur les fibres les plus fines ($D < 0,5 \mu\text{m}$ au grandissement considéré), lorsque l'information rectiligne est un peu trop diluée. Il est possible d'améliorer ce point cependant.

5.2.1.2 Graphes

La quantité d'information présente sur une image est souvent bien trop importante pour un traitement aisé des données qu'elle contient. Une grande partie du travail des chercheurs et des utilisateurs de l'analyse d'images consiste à d'abord simplifier l'image. En morphologie mathématique on utilise le plus souvent dans ce but une connaissance a-priori sur l'image.

Une simplification efficace proposée par Beucher consiste à construire l'image *mosaïque* de l'image de départ [Beu90]. Cette image possède rigoureusement les mêmes lignes de partage des eaux que le gradient de l'image de départ, mais on a remplacé l'information dans chaque bassin versant du gradient par une seule valeur de niveau de gris, par exemple la moyenne ou la médiane des niveaux de gris correspondant à l'intérieur des bassins versants de l'image du gradient de l'image originale (ou encore le minimum, le maximum...).

L'image mosaïque est une simplification sévère de l'image, mais qui convient bien pour les problèmes que l'on compte résoudre par la ligne de partage des eaux. Visuellement la simplification est d'ailleurs tout à fait acceptable dans la plupart des cas. On peut encore opérer une simplification en considérant le graphe de voisinage (équivalent à une triangulation de Delaunay) de cette mosaïque, et réduire tous les traitements morphologiques sur cette image à des traitements morphologiques sur les graphes, à la manière de Vincent [Vin90].

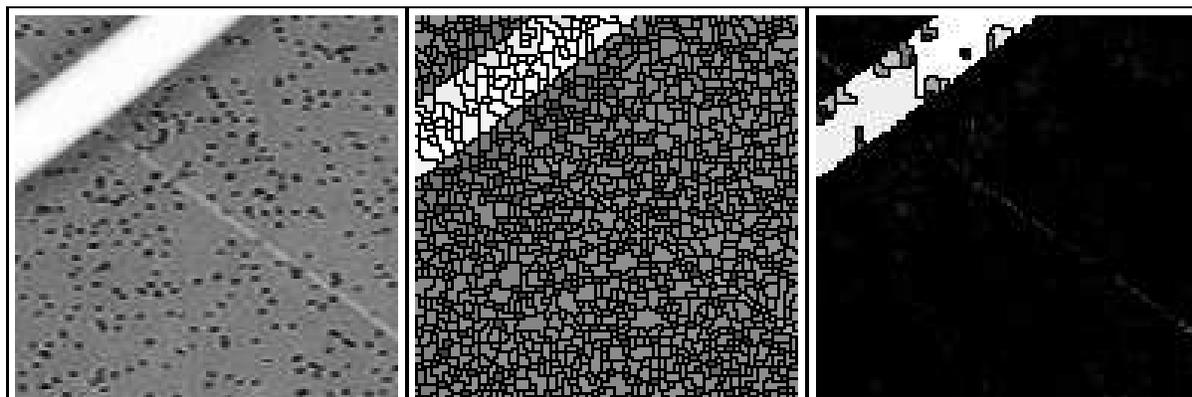
Cette approche a été tentée avec succès par T. Viero, à l'instigation de Dominique Jeulin sur des images de fibres organiques vues au microscope électronique à transmission [VJ92]. Nous avons également voulu savoir si cette approche était valable dans notre cas.

La réponse est mitigée. L'approche des graphes semble être fructueuse pour les fibres de diamètre moyen, pour lesquelles la simplification en bassins versants successifs et alignés (comme un rang de perle) est valable, mais difficile pour les fibres de petit diamètre de un ou deux pixels de diamètre, pour lesquelles on ne peut exhiber de bassins versants intérieurs. En effet, si une fibre apparaît sur l'image sous la forme d'une ligne peu contrastée de un ou deux pixels de large, même le plus habile des gradients ne peut pas fournir une suite de bassins versants à l'intérieur d'un tel objet, alors qu'il y parvient très bien pour une fibre un peu plus grosse. Quand aux fibres les plus grosses, comme dans la figure 5.2, elles se décomposent en une multitude de bassins versants difficiles à rassembler.

Il est également clair que les grosses fibres et les petites fibres détectables par cette méthode ne pourront pas être traitées de la même manière. Les bassins versants des grosses fibres seront bien plus nombreux que dans les petites fibres. Dans ces dernières on peut compter sur un certain alignement des bassins versants, et exploiter cette information. La segmentation des grosses fibres nécessite d'autres approches.

À titre d'illustration on présente un exemple de traitement possible sur les graphes (figure 5.2).

L'image c est obtenue en considérant chaque sommet du graphe et ses voisins. La valeur de gris retenue est la somme des différences de niveaux de gris entre le sommet considéré et ses voisins, divisé par le nombre de voisins (équivalent d'un laplacien). Cette opération très



(a) Image originale

(b) Image mosaïque

(c) Traitement de voisinage

FIG. 5.2: Application des graphes

simple met déjà en valeur certaines parties des petites fibres.

Compte tenu de limitations sur la détection des plus petites fibres, et malgré les résultats obtenus sur les fibres moyennes nous n'avons pas continué dans cette voie, puisqu'elle ne paraissait pas apporter une solution globale.

Nous nous sommes donc résolus à découper notre problème en parties distinctes :

- d'abord le problème des fibres bien visibles,
- ensuite celui des fibres difficiles à détecter.

Le tout dans le cadre de la morphologie mathématique classique sur les images. C'est cette approche que nous allons présenter maintenant.

5.2.2 Détection des grosses fibres

On appelle « grosses » fibres celles dont une partie au moins apparaît par seuillage des 10% des niveaux de gris les plus clairs observés dans une série d'images prises dans les mêmes conditions. Ce sont donc les plus visibles. Sur les images obtenues au chapitre 1, ce sont les fibres de diamètre supérieur environ à $1,5 \mu\text{m}$.

Pour les détecter, on ne peut cependant pas tout à fait se contenter d'une méthode du type « seuillage adaptatif ». En effet, nous n'avons pas tout à fait éliminé l'effet des flamboiements d'arêtes pour les plus grosses fibres (voir § 1), et par conséquent, le milieu de certaines fibres apparaît parfois relativement sombre et pourrait ne pas être pris en compte dans le seuillage.

Nous avons préféré utiliser la méthode classique de segmentation morphologique mise au point par Serge Beucher [Beu90] basé sur la ligne de partage des eaux. On rappelle brièvement son principe : on doit tout d'abord rechercher un marqueur extérieur et un marqueur intérieur aux objets que l'on souhaite segmenter. Une fois ceux-ci obtenus, une segmentation généralement robuste et de bonne qualité est réalisée en recherchant la ligne de partage des eaux d'un gradient de l'image originale.

La qualité de la segmentation dépend beaucoup de la qualité des marqueurs obtenus et du type de gradient utilisé. Dans notre cas, les frontières des objets à segmenter sont particulièrement bien visibles et claires (on rappelle qu'on ne s'occupe que des grosses fibres). Les gradients les plus classiques conviendront tout à fait (gradient de Beucher, semi-gradients, gradient de Roberts...). Comme certaines des fibres à segmenter sont tout de même relative-

ment petites, on a choisi le gradient de Roberts, qui utilise un noyau 2×2 , donc plus fin que les gradients habituels (gradient morphologique, Sobel...).

Au niveau du choix des marqueurs, un simple seuillage des niveaux de gris les plus élevés est tout à fait suffisant pour le marqueur intérieur. On érode ce marqueur une fois par un carré 3×3 pour accentuer son caractère « intérieur » à l'objet. En effet, parfois le seuillage peut donner un marqueur qui déborde des contours des fibres détectées par le gradient, ce qui peut générer une mauvaise segmentation. Pour le marqueur extérieur, le plus robuste que nous ayons trouvé est constitué par les pores du filtre. En effet, ceux-ci sont uniformément répartis sur toute la surface du filtre, et sont visibles partout sauf s'ils sont recouverts par un objet déposé par dessus, donc par exemple une fibre. La détection des pores du filtre peut se faire par un simple chapeau haut-de-forme noir de taille correspondant à la porosité, mais est plus robuste si on combine une fermeture classique et un chapeau haut-de-forme noir par fermeture surfacique. Une fermeture surfacique comblera les vallées dont la surface projetée est inférieure à un certain critère, donc le chapeau haut-de-forme surfacique correspondant contiendra les vallées ainsi comblées ; une fermeture classique comblera les vallées dont la plus petite dimension est inférieure à un autre critère. L'utilisation des deux donne la possibilité de détecter les vallées d'une surface inférieure à une valeur donnée et de diamètre plus grand qu'une autre valeur donnée, donc, en combinant ces deux variables correctement, les vallées de forme « rondes ». On évitera ainsi par exemple de détecter comme « trous » du filtre les régions noires fines et allongées entre deux fibres très proches l'une de l'autre. La figure 5.3 illustre ces critères.

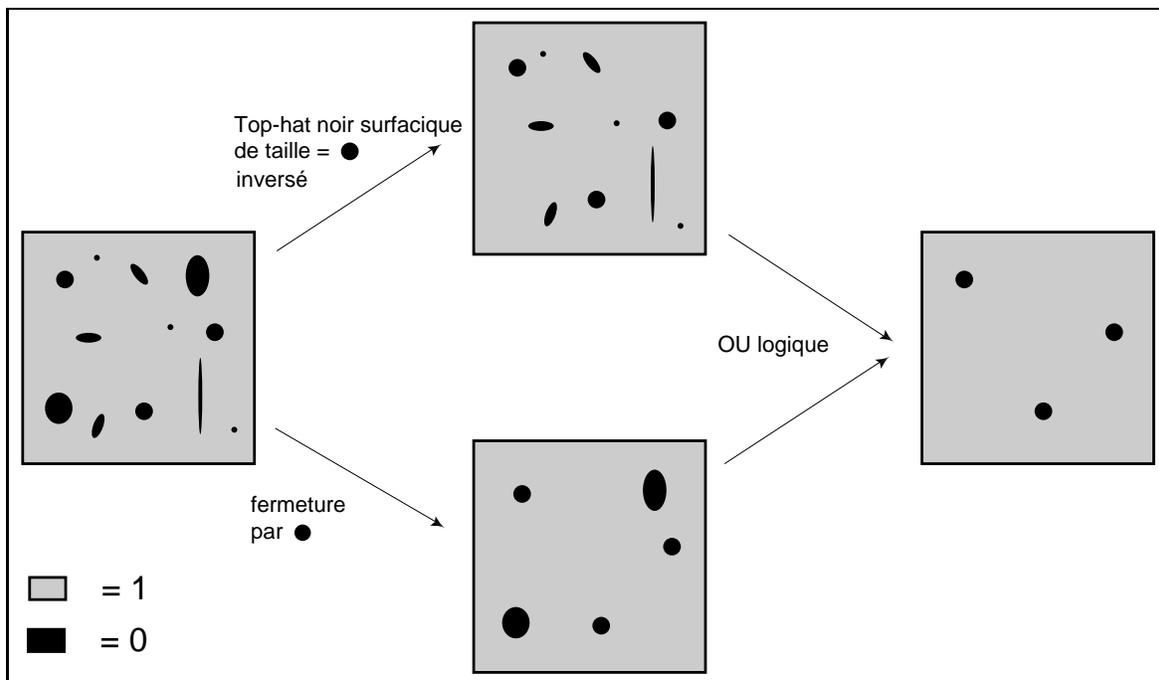
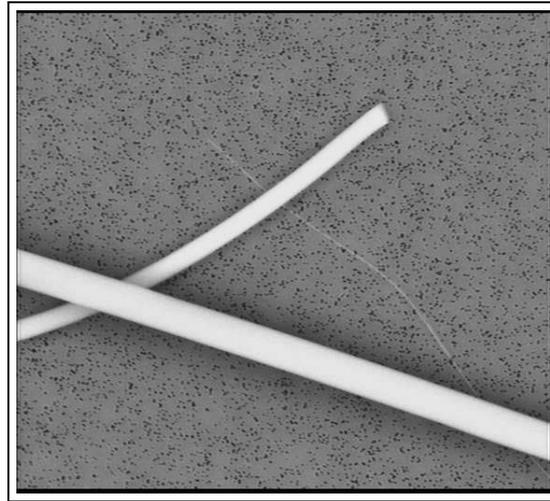
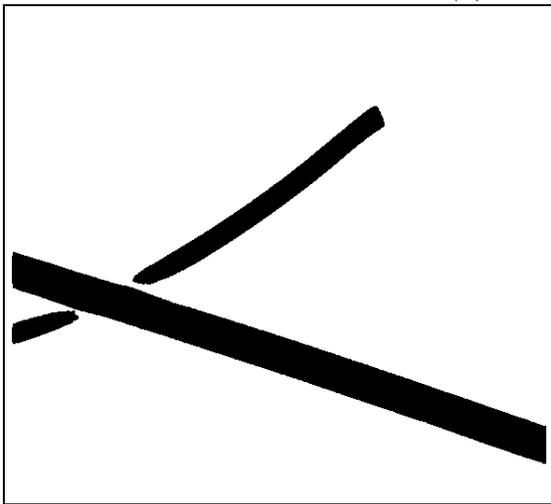


FIG. 5.3: Combinaison d'un chapeau haut-de-forme noir surfacique et d'une fermeture classique pour détecter les formes rondes de diamètre donné.

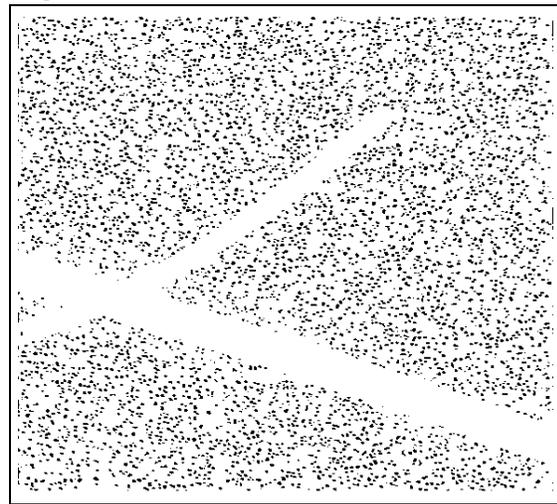
La figure 5.4 présente la détection des plus grosses fibres sur un exemple simple.



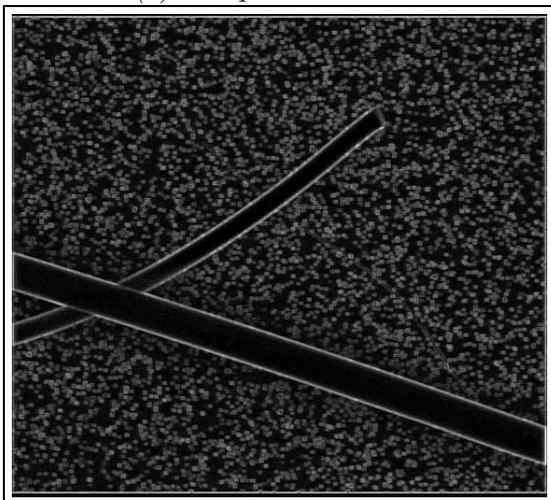
(a) Image originale



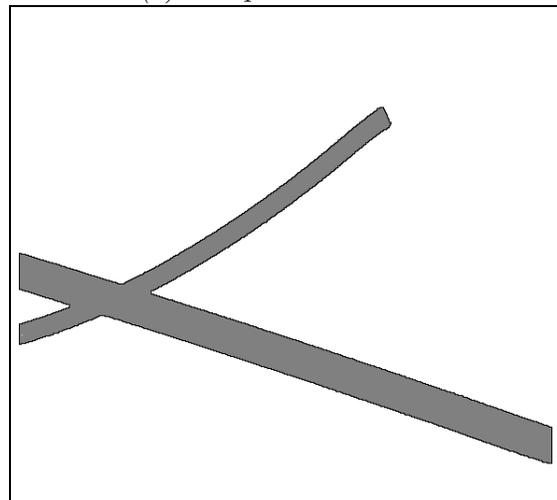
(b) Marqueur intérieur



(c) Marqueur extérieur



(d) gradient



(e) Résultat final

FIG. 5.4: Segmentation des grosses fibres.

Dans l'étape de segmentation des grosses fibres on récolte assez souvent les quelques particules de forme aléatoire, parfois assez grosses, qui ne manquent jamais d'apparaître sur au moins quelques images. Ces particules sont aisément enlevées par traitement binaire. En particulier leur rapport L/D les distingue souvent du commun des fibres.

5.2.3 Détection des petites fibres

Les petites fibres sont tous les objets allongés, localement rectilignes, de faible diamètre (usuellement de diamètre $D < 1,5\mu\text{m}$), celui-ci étant peu ou lentement variable le long de l'axe principal de la fibre.

En pratique ces objets apparaissent sur les images obtenues au chapitre 1 avec un contraste faible ou très faible par rapport au fond de l'image. Les petites fibres sont plus difficiles à détecter que les grosses fibres.

On ne peut pas faire d'hypothèse quant au niveau de gris local du fond de l'image. Selon la présence ou non de grosses fibres à proximité, par exemple, la métallisation du fond peut varier, de même que le trajet des électrons rétrodiffusés. Le fond lui-même reste relativement bruité.

5.2.3.1 Prétraitement

Pour diminuer l'influence du bruit de fond sur la détection, on peut vouloir filtrer l'image. On doit cependant faire particulièrement attention à préserver au mieux l'information sur les fibres elles-mêmes.

Un filtrage isotrope, même de petite dimension, n'est donc pas recommandé. En utilisant l'hypothèse de travail selon laquelle les objets que l'on recherche sont localement rectilignes, on peut appliquer sur l'image une combinaison d'opérations conservant l'information directionnelle.

Une ouverture avec un élément structurant rectiligne conserve l'information directionnelle des parties claires de l'image sur laquelle cette transformation est appliquée, mais seulement de celles orientées selon la direction de l'élément structurant. Le sup des ouvertures réalisées avec les rotations de cet élément structurant pour tous les angles possibles conserve donc l'information directionnelle sur les parties claires de l'image dans toutes les directions.

Cette transformation serait un peu coûteuse dans le plan continu, mais reste calculable dans le plan discret. En effet, l'ensemble des rotations possibles d'un segment de longueur donnée n pixels dans le plan discret n'est pas infini, mais peut être considéré égal au nombre de pixels sur le contour d'un disque de diamètre n , soit, pour n grand, un nombre proche de πn . Si on considère l'origine de ce segment (utilisé comme un élément structurant) centrée, alors par symétrie ce nombre est divisé par 2.

On a présenté au chapitre 2 une méthode rapide pour calculer une opération morphologique par un segment. Le sup de toutes (au sens discret) les ouvertures par les rotations d'un segment de longueur donnée reste calculable dans un temps acceptable par cette méthode. Pour donner une idée, le sup des ouvertures par un segment de 21 pixels de long dans 32 directions sur une image 512×512 prend environ une minute sur une station NeXT 68040/25 Mhz.

La figure 5.5 présente un détail des résultats obtenus pour une image typique.

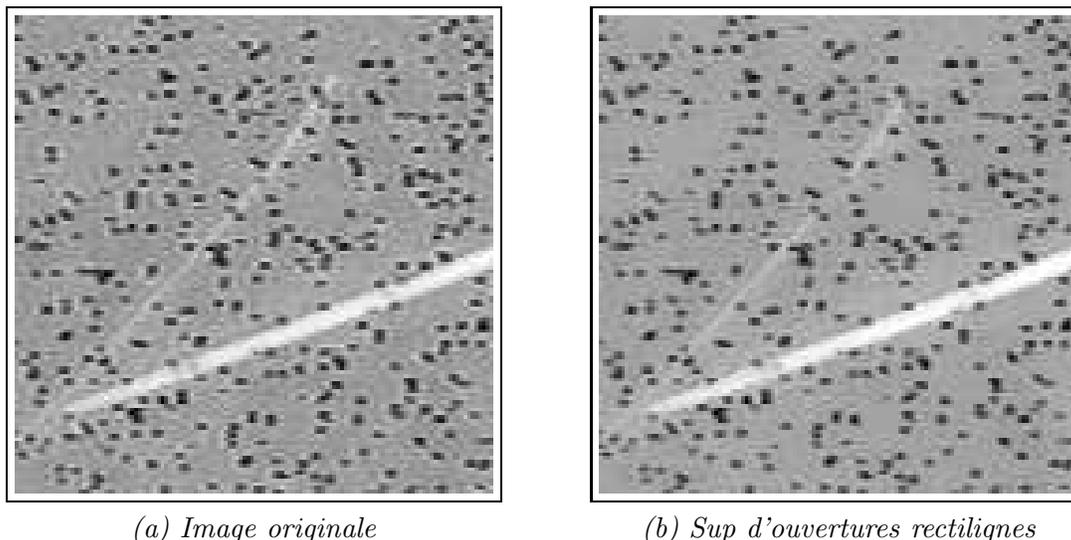
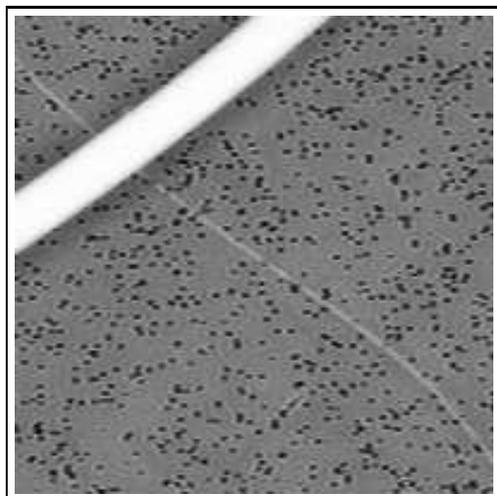


FIG. 5.5: Utilisation d'un sup d'ouvertures par des segments orientés dans un grand nombre de directions pour éliminer les zones claires de l'image non assimilables localement à des droites.

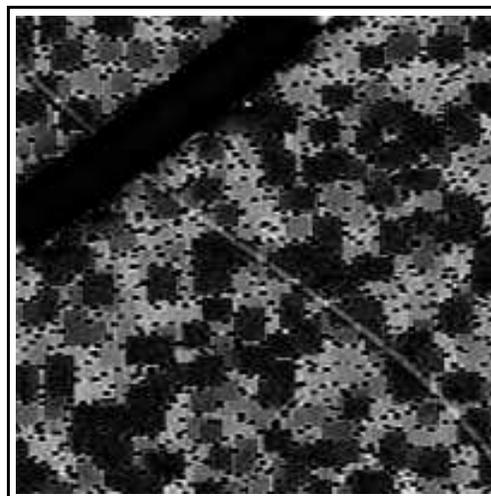
5.2.3.2 Approche par chapeaux hauts-de-forme simples

Pour détecter des petits objets clairs sur une image ayant un fond de niveau de gris variable, l'outil habituel du morphologue est le chapeau haut-de-forme blanc, réalisé par une ouverture suivie d'une différence avec l'image de départ. Il y a autant de manières de réaliser un chapeau haut-de-forme qu'il existe d'ouvertures. Dans notre cas, une ouverture classique par un élément structurant carré donne déjà des résultats, au sens où dans le chapeau haut-de-forme correspondant on trouvera des parties de fibres plus petites que la taille de l'élément structurant. Pour rechercher les petites fibres, il semble donc suffisant de déterminer le diamètre approximatif en dessous duquel les fibres peuvent être considérées comme petites (environ $1,5\mu\text{m}$), et d'appliquer un chapeau haut-de-forme de taille immédiatement supérieure pour les détecter toutes. En fait on collecte par cette méthode une grande quantité de bruit en même temps que les fibres, ce qui complique leur détection. De plus, dans ce chapeau haut-de-forme, les plus petites fibres n'ont pas la même importance que les fibres de diamètre proche des dimensions de l'ouverture et enfin, comme le diamètre minimal des petites fibres est assez élevé (pour un grandissement de 1000 et une image 512×568 , un pixel équivaut à $0,2\mu\text{m}$, donc une fibre de $1,5\mu\text{m}$ aura un diamètre de 8 pixels), la forme de l'élément structurant commence à être visible (voir figure 5.6).

Pour réduire l'importance de la forme de l'élément structurant, on peut utiliser une ouverture par reconstruction au lieu d'une ouverture simple [Gri91]. Le résultat est souvent meilleur : en effet, une ouverture par reconstruction est moins « sévère ». Les pics enlevés par cette opération sont donc souvent plus significatifs, et ce sont ceux-ci que l'on retrouve dans le chapeau haut-de-forme associé (voir figure 5.7).

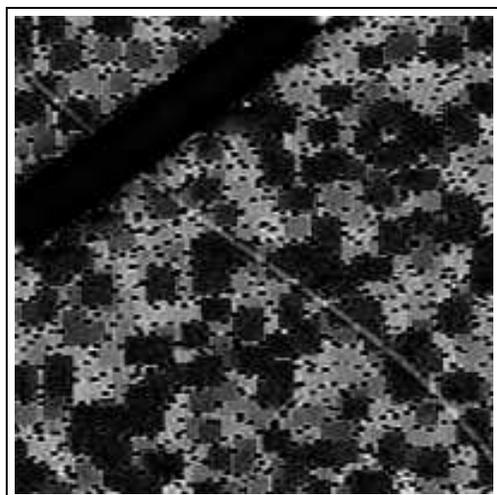


(a) image originale

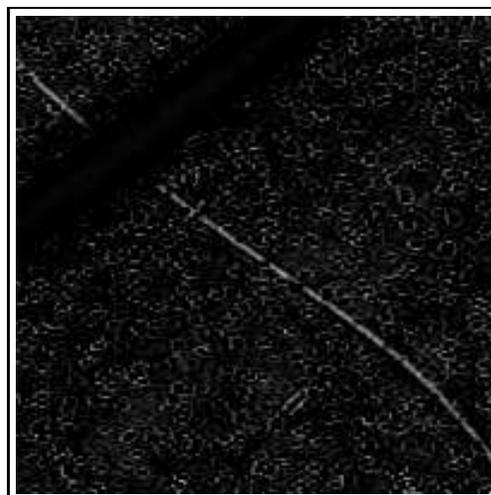


(b) top-hat carré de taille 4

FIG. 5.6: Utilisation d'un chapeau haut-de-forme simple pour la détection d'une petite fibre.



(a) top-hat carré de taille 4



(b) top-hat par reconstruction (même taille)

FIG. 5.7: Comparaison chapeau haut-de-forme classique / chapeau haut-de-forme par reconstruction.

5.2.3.3 Approche par le squelette numérique partiel

Pour donner à chacune des tailles de fibres une importance plus équilibrée, on peut utiliser, au lieu d'un simple chapeau haut-de-forme, certaines parties du squelette numérique.

Plus précisément, la n^{ieme} composante du squelette en niveaux de gris de l'image I obtenue à l'aide de l'élément structurant B s'exprime à l'aide de la formule de Lantuéjoul :

$$s_n(I) = (I \ominus nB) - \gamma_B(I \ominus nB), n \in \mathbf{N} \quad (5.1)$$

où γ_B est l'ouverture par B , et $(I \ominus nB)$ l'image I érodée n fois par B .

Le squelette numérique total par ouverture est obtenu par :

$$S(I) = \sum_{n=0}^{\infty} s_n(I) \quad (5.2)$$

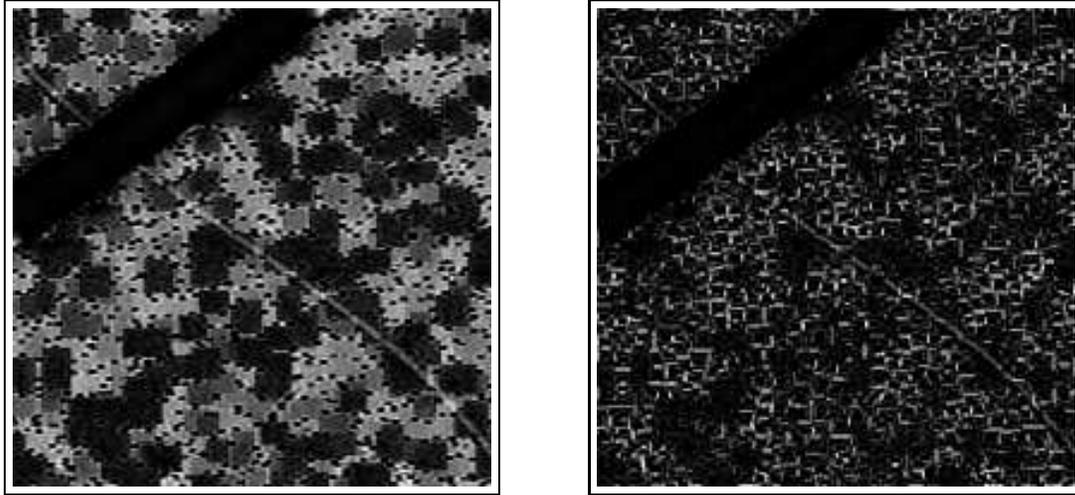
Au lieu de considérer le squelette total en sommant les s_n pour tout n , on peut se contenter de n'en considérer qu'un sous-ensemble, par exemple en ne sommant les s_n que pour les n de 0 à N . On obtient alors un squelette numérique dit *partiel*. On peut appeler cette somme un « chapeau haut-de-forme hiérarchique », comme le propose T. Viero [VJ92], mais ce nom est assez mal choisi : en effet, on ne calcule pas ce « chapeau haut-de-forme hiérarchique » en faisant la somme des résultats des chapeaux hauts-de-forme de taille croissante de l'image originale, mais en faisant des chapeaux hauts-de-forme de taille identique des érodés successifs de l'image originale. Nous continuerons donc à nommer cette transformation le *squelette partiel*. Nous définirons plus loin une transformation qui correspond intuitivement mieux à un chapeau haut-de-forme hiérarchique.

Quoiqu'il en soit, ce squelette partiel contient en résumé l'information sur les objets clairs jusqu'à une certaine taille. En effet, l'érosion de taille croissante permet de faire passer des structures de plus en plus grosses dans le « tamis » de l'ouverture de taille fixe petite. Dans notre cas, il est plus intéressant que les chapeaux hauts-de-forme classiques considérés indépendamment au moins pour une raison simple : beaucoup de fibres ont un diamètre qui se situe entre deux valeurs entières, et choisir une de ces tailles plutôt que l'autre n'est pas optimal ; pour une taille d'ouverture donnée trop petite elle apparaîtra avec un mauvais contraste ou coupée par morceaux dans le résultat du chapeau haut-de-forme, et pour une taille d'ouverture trop grande le résultat pourra être entaché de bruit.

La figure 5.8 présente sur une image typique le résultat comparé d'un chapeau haut-de-forme simple et d'un squelette numérique partiel.

Du point de vue conceptuel, faire usage du squelette numérique n'est pas dénué d'intérêt. En quelque sorte le squelette numérique est constitué des lignes de crêtes de l'image originale. Or une fibre apparaissant en clair sur un fond sombre est bel et bien située à l'endroit d'une ligne de crête. Ne prendre en compte que les tailles de squelette les plus petites est justifié dans la mesure où on ne cherche à détecter que les fibres les plus petites. Cependant, comme dans le cas binaire, le squelette numérique digital calculé par la formule de Lantuéjoul n'est pas connexe. Dans le cadre d'une détection ceci n'est pas forcément un problème. Nous verrons à la section suivante que cette remarque nous suggérera une méthode de re-connection des parties de fibres séparées.

Bien que plus intéressant que le chapeau haut-de-forme simple, le squelette partiel détecte une trop grande quantité de bruit pour être utilisable simplement dans notre cas. Nous allons donc proposer une nouvelle transformation.



(a) top-hat carré de taille 4

(b) squelette numérique partiel (tailles 1 à 4)

FIG. 5.8: Comparaison chapeau haut-de-forme classique / squelette numérique partiel

5.2.3.4 chapeaux hauts-de-forme hiérarchiques

On a constaté dans les exemples donnés plus haut que nous n'avions pas réglé simultanément le problème de la forme de l'élément structurant restée apparente dans le cadre des squelettes numériques partiels, et des différentes tailles de fibres à détecter.

Pour réduire l'importance de la forme de l'élément structurant dans les squelettes partiels, on pourrait utiliser une ouverture par reconstruction au lieu d'une ouverture simple dans l'équation 5.1. Cette modification fait perdre un peu de sens au « squelette » ainsi obtenu, et réduit l'effet de l'élément structurant dans le résultat. De toutes manières, l'érosion qui ramène les grandes structures dans le filtre de l'ouverture est toujours conditionnée à un élément structurant.

Nous proposons alors une nouvelle définition du *chapeau haut-de-forme hiérarchique*. Au lieu de travailler à taille de chapeau haut-de-forme constante et sur une image érodée par une famille croissante d'éléments structurants, on propose de réaliser des chapeaux hauts-de-forme de taille croissante sur la même image. Plus précisément, on appelle chapeau haut-de-forme hiérarchique $TH(I)$ la transformation sur l'image I à l'aide de l'élément structurant B définie par :

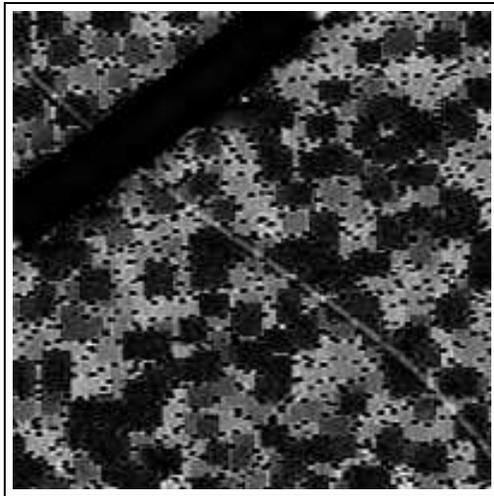
$$TH(I) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N I - \gamma_{nB}[I] \quad (5.3)$$

et le chapeau haut-de-forme hiérarchique par reconstruction $THR(I)$ la transformation définie par :

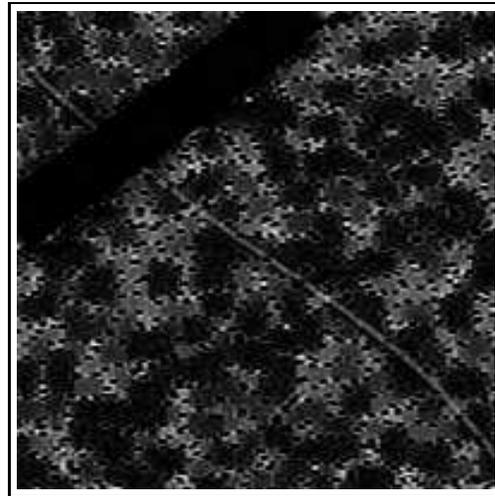
$$THR(I) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N I - \gamma_{nB}^{rec}[I] \quad (5.4)$$

Ces transformation ressemblent fortement aux gradients régularisés de Serge Beucher [RSB92], et ont le même genre d'utilité : rassembler en une même image l'information sur

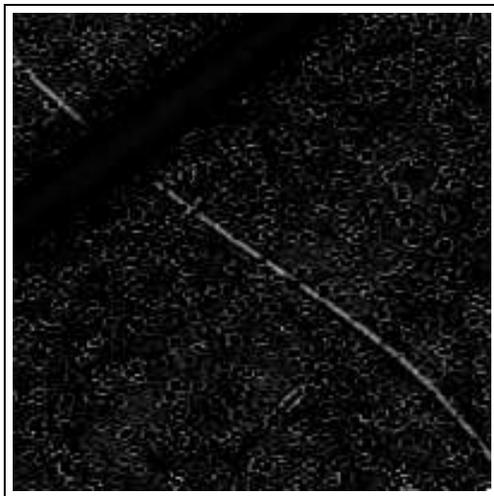
plusieurs résidus. Les chapeaux hauts-de-forme hiérarchiques par reconstruction permettent en plus de s'affranchir autant que possible de la forme de l'élément structurant. La figure 5.9 présente une comparaison des résultats donnés par un chapeau haut-de-forme par reconstruction standard, un chapeau haut-de-forme hiérarchique et un chapeau haut-de-forme hiérarchique par reconstruction.



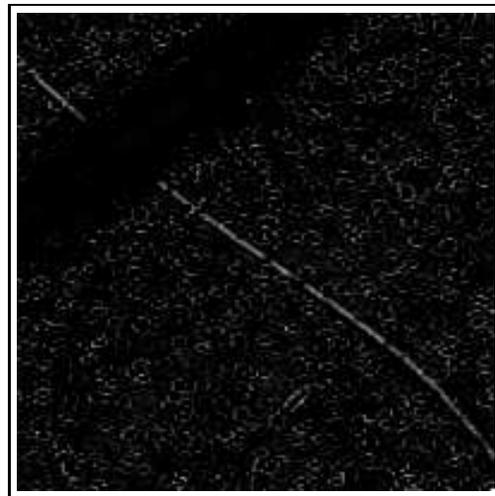
(a) *top-hat classique (taille 4)*



(b) *top-hat hiérarchique (tailles 1 à 4)*



(c) *top-hat par reconstruction*



(d) *top-hat hiérarchique par reconstruction*

FIG. 5.9: *Comparaison du chapeau haut-de-forme hiérarchique par reconstruction ou non avec les chapeaux hauts-de-forme classiques.*

L'image 5.9d est le meilleur résultat obtenu pour tout ce qui a été proposé. On a clairement mis en évidence la petite fibre, et le reste du fond de l'image est bien moins présent qu'avec un chapeau haut-de-forme par reconstruction simple. L'utilisation des chapeaux hauts-de-forme hiérarchiques par reconstruction est donc recommandée pour la détection des petites fibres.

Une précaution d'emploi doit être émise cependant : une reconstruction en niveaux de gris s'opère par propagation des niveaux de gris les plus forts. Dans le cas où une petite fibre

est connectée à une grande fibre, la première doit disparaître dans l'étape d'érosion, mais la seconde peut très bien survivre à cette même étape, et dans l'étape de reconstruction, la petite fibre peut très bien être reconstruite en tout ou en partie, et donc elle ne sera pas présente dans le chapeau haut-de-forme. Pour éviter ce problème, une solution radicale consiste à mettre à 0 les grandes fibres une fois qu'elles ont été détectées. Le schéma de la figure 5.10 permet de mieux comprendre ce point.

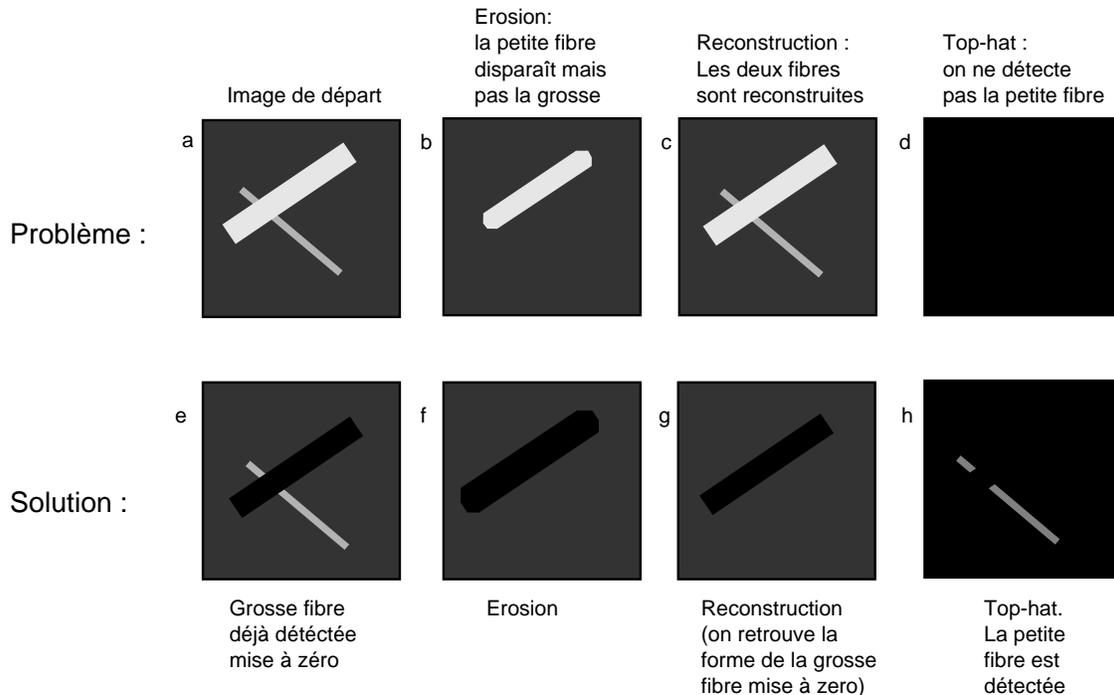


FIG. 5.10: Le problème des reconstructions indésirables.

Sur cette figure, en *a* on a deux fibres connexes : une grosse déjà détectée et une petite que l'on souhaite détecter. Une application aveugle des chapeaux hauts-de-forme hiérarchiques conduit dans ce cas à une erreur. En *b* les deux fibres sont érodées, mais l'érosion est trop petite pour faire disparaître la grosse fibre. Les deux fibres sont donc reconstruites ensemble en *c*, et on ne détecte rien dans le chapeau haut-de-forme en *d*. On conclue faussement qu'il n'y a pas de petites fibres dans le champ. Pour régler le problème, on impose en *e* à 0 la partie de l'image qui correspond à la grosse fibre, supposée avoir été détectée par d'autres moyens. En *f* l'érosion fait disparaître la petite fibre et élargit la grosse fibre imposée à 0. En *g* la forme de la grosse fibre est retrouvée et en *h* on obtient la petite fibre dans le chapeau haut-de-forme.

5.2.3.5 Traitement binaire

Une fois le chapeau haut-de-forme par reconstruction calculé, il reste à en obtenir des marqueurs binaires. Nous avons utilisé une procédure de double seuillage qui donne des résultats assez fiables. On en rappelle le principe.

Lorsque l'on cherche à segmenter des pics isolés entourés de bruit, mais dont le sommet a une valeur de niveau de gris systématiquement plus élevée que le bruit moyen, un simple

seuillage ne donne pas de bons résultats, car on perd alors la forme des objets que l'on souhaite segmenter. Pour remédier à ce problème, on peut utiliser deux valeurs de seuil : une valeur pour laquelle la forme des objets à segmenter est conservée, mais pour laquelle le bruit est important, et une valeur pour laquelle le bruit est faible, mais pour laquelle la forme des objets à segmenter est perdue. Pour retrouver la forme des objets avec un bruit faible, il suffit de reconstruire le second dans le premier [Gri91]. La figure 5.11 présente un exemple de tel double seuillage.

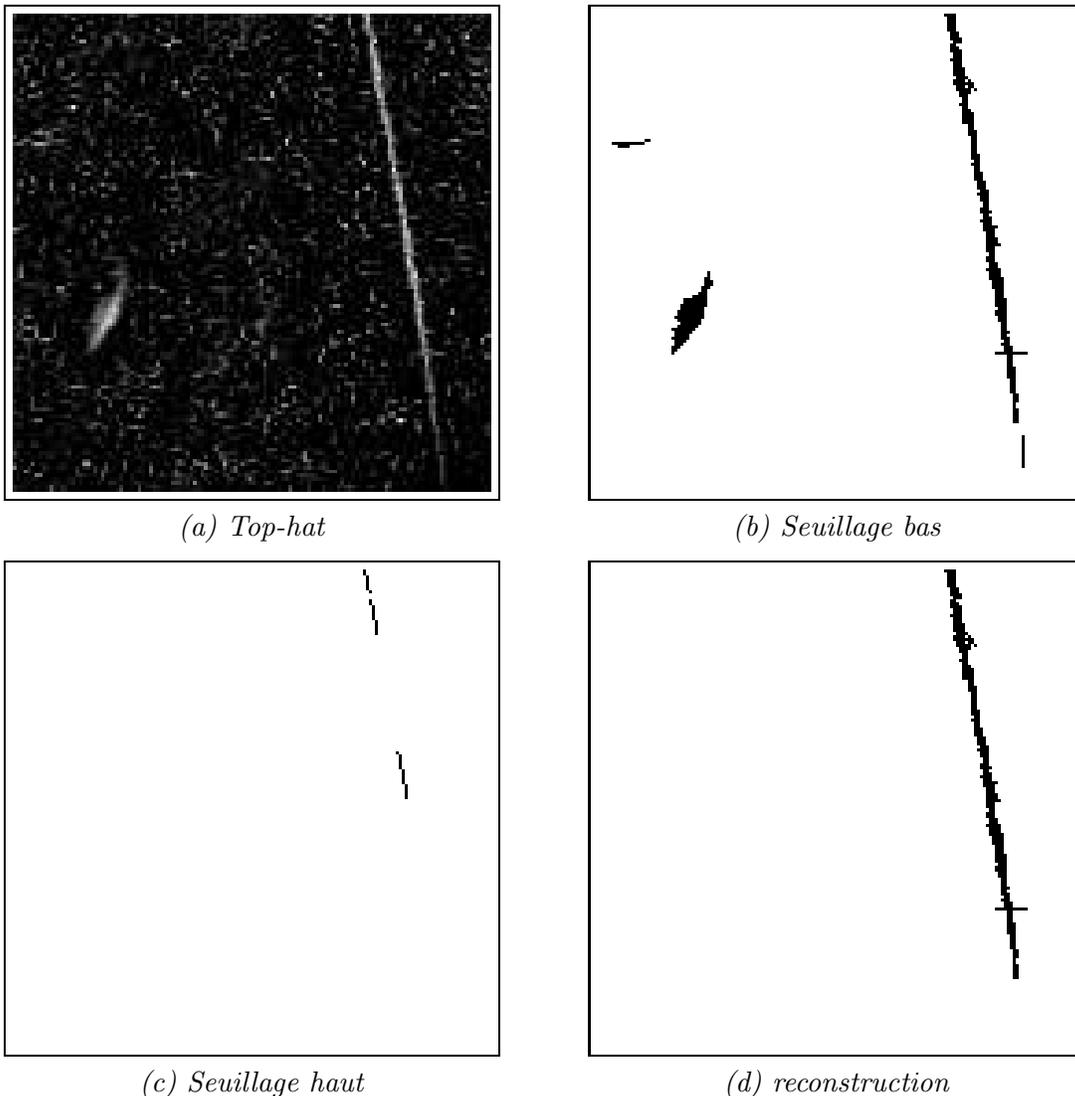


FIG. 5.11: Double seuillage suivi de reconstruction : exemple d'application.

Cette étape est évidemment très utile, mais on rencontre toujours beaucoup de problèmes pour la mettre en œuvre de façon robuste. En particulier, comment faire pour trouver les bonnes valeurs de seuillage ?

Il existe quelques vérités et heuristiques qui permettent de préciser ce choix :

- Les valeurs de seuils sont forcément comprises entre la plus petite valeur et la plus

grande valeur de l'image.

- La valeur de seuil bas est évidemment toujours plus faible que la valeur de seuil haut.
- Il vaut mieux que les deux valeurs de seuil ne soient pas trop distinctes.
- Le double seuillage ne doit pas donner comme résultat un trop grand nombre d'objets par image, sinon on est presque certain d'avoir segmenté du bruit.

En tenant compte de cela, on peut mettre en œuvre la procédure suivante :

Procédure : Double seuillage adaptatif

- **Boucle principale**

Prendre l'image résultat du chapeau haut-de-forme hiérarchique par reconstruction

TantQue le résultat n'est pas bon

Calculer le niveau de gris moyen (*NGmoyen*) des parties non-nulles

Choisir une valeur haute et basse de seuillage à partir de cette valeur

/* ces valeurs dépendent du type d'image. */

/* On peut prendre par exemple $NGmoyen + 5$ et $NGMoyen + 10$ */

Appliquer le double seuillage

Compter le nombre d'objets segmentés

Si ce nombre est plus grand qu'une limite donnée (par exemple 30)

Et si ce nombre a diminué depuis la dernière boucle

recommencer la procédure en se restreignant aux objets ainsi segmentés

Sinon

considérer le résultat comme bon

FinTantQue

On peut compliquer le critère de décision à loisir, mais l'expérience montre que les critères les plus simples ont tendance à être plus robustes. L'idée principale de cette procédure est de détecter dans un premier temps un ensemble de marqueurs éventuellement trop grand, puis de sélectionner certains d'entre eux. Les nouvelles valeurs de seuil sont déduites de l'ensemble déjà segmenté, plus réduit que l'ensemble de départ, et de niveau de gris plus élevé en moyenne. Dans l'exemple de critère donné, tous les points du sous-ensemble segmenté ont un niveau de gris au moins égal à $NGmoyen + 5$. Il n'est pas difficile de voir que cette procédure converge dans les cas usuels vers la détection d'un nombre d'objets segmentés inférieur à la limite donnée.

Cette procédure permet d'éviter la détection d'une grande partie du bruit, et peut servir à rejeter des champs trop complexes à segmenter ; nous en parlerons plus loin. Toutefois elle ne garantit rien sur la forme des objets ainsi détectés. Il est possible que cette procédure donne comme résultat une image remplie de bruit, si par exemple aucune petite fibre n'est présente sur l'image.

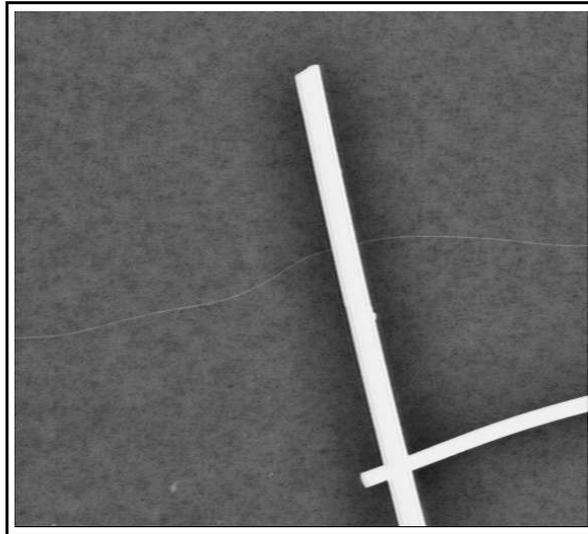
On doit donc faire suivre cette étape d'une reconnaissance de forme binaire. Par chance les formes que nous recherchons sont assez simples à définir. Les critères de sélection pour chaque objet binaire que nous avons utilisés sont les suivants :

- Rapport longueur/diamètre plus grand que 3.
- Pas de trous (nombre de connexité = 1).
- Squelette ébarbé deux fois sans points multiples.

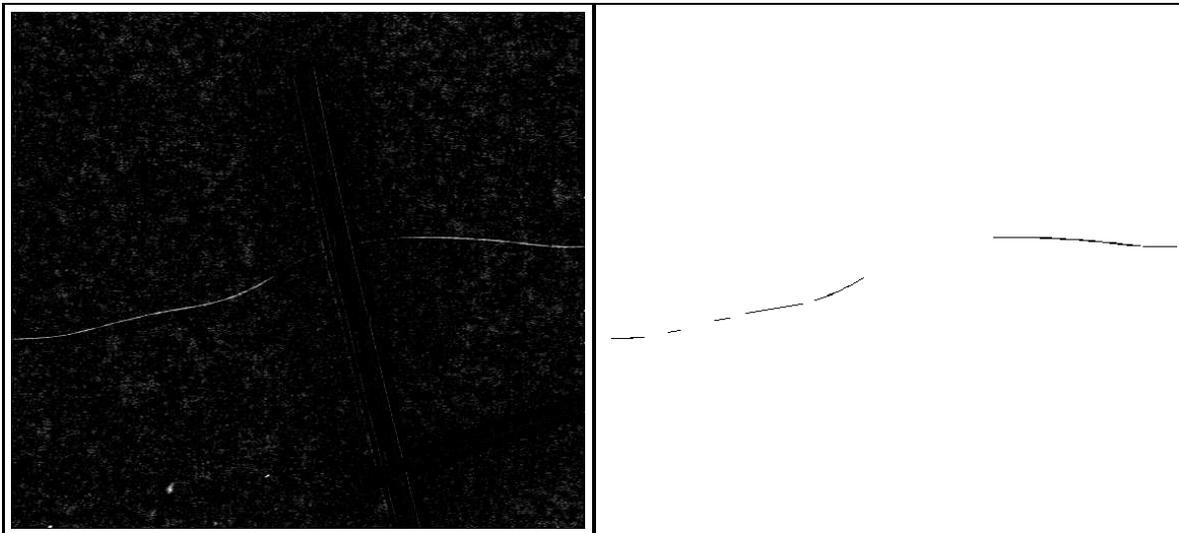
Ces critères sont simples à définir et à obtenir. Intuitivement ils permettent de définir des objets allongés, n'entourant pas un pore du filtre et possédant une frontière propre. Ils

permettent d'éliminer la quasi-totalité des artefacts de segmentation. Les artefacts restants sont éliminés par un sup d'ouvertures avec des éléments structurants rectilignes orientés dans toutes les directions, ce qui permet de retenir les objets localement rectilignes.

La figure 5.12 présente le résultat de cette étape de segmentation.



(a) Image originale égalisée



(b) Top hat hiérarchique

(c) Résultat final

FIG. 5.12: Exemple d'application de la chaîne de détection des petites fibres.

Sur cette figure, on cherche à détecter la toute petite fibre presque horizontale. Sur l'image *a* on a en fait égalisé les niveaux de gris pour mieux voir la fibre (ceci n'a aucune incidence sur le traitement morphologique). L'image *b* présente le top hat hiérarchique par reconstruction et l'image *c* les marqueurs obtenus, après le double seuillage adaptatif et l'élimination des artefacts. On constate que le résultat est assez bon.

5.2.4 Détection des fibres les plus fines

La méthode de détection des petites fibres que nous avons proposée donne de bons résultats dans le cadre que nous avons défini, c'est à dire le cas où les petites fibres que nous cherchons à détecter apparaissent effectivement, au moins par morceaux, sous la forme de segments de diamètre relativement constant, de niveau de gris peu variable.

Les fibres les plus fines n'apparaissent pas forcément sous ce jour. Comme nous le faisons remarquer au début de cette section, elle peuvent aller jusqu'à pratiquement se noyer dans le bruit de fond du filtre sur lequel elles sont déposées. Il n'est plus alors question de compter sur un niveau de gris relativement constant, et encore moins sur un diamètre lui aussi peu variable.

Pourtant un opérateur humain attentif peut le plus souvent les détecter sans erreur. Il est possible à un opérateur entraîné d'intégrer rapidement toute l'information de la scène qu'il a devant les yeux et de mettre en correspondance tout un ensemble de parties disjointes, formant effectivement un même objet.

Il n'est pas toujours facile pour une machine d'arriver à obtenir les mêmes performances. Dans le cas présent, une étude purement locale du contraste telle que nous l'avons menée jusqu'à présent ne suffit plus. Une étude globale est parfois possible dans un problème d'analyse d'images, mais le plus souvent elle coûte extrêmement cher en temps de calcul, et risque d'être inapplicable pour cette simple raison. Nous devons donc nous contenter d'une voie moyenne.

5.2.4.1 Utilisation des ouvertures surfaciques

Nous devons tout d'abord sélectionner sur l'image les objets susceptibles de contenir une information directionnelle. On suppose que l'on démarre cette sélection des objets les plus fins sur l'image du chapeau haut-de-forme hiérarchique par reconstruction de l'image originale. Pour cette étude on pourra se contenter d'intégrer l'information sur les plus petites fibres seulement en ne considérant que les tailles d'éléments structurants les plus petites (taille 1 et 2 par exemple).

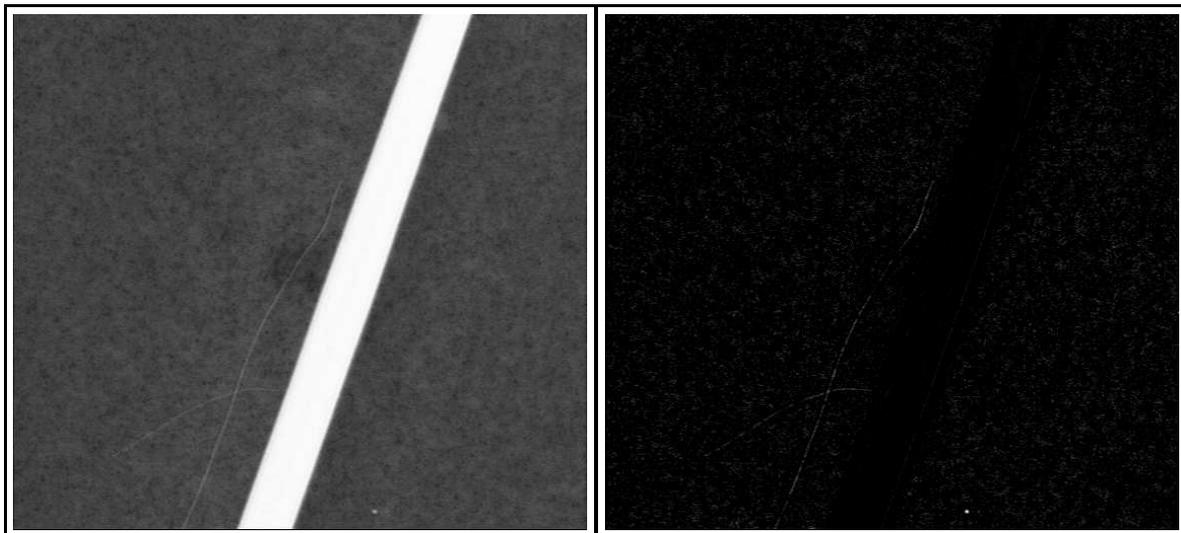
On suppose également que l'on a retiré du chapeau haut-de-forme les fibres déjà détectées lors des étapes précédente, afin de ne pas gêner la détection en cours.

Les objets présents dans le chapeau haut-de-forme que nous allons traiter sont tous des objets de petit diamètre, par construction. Nous pouvons sélectionner les objets allongés par une ouverture surfacique, qui fera disparaître de l'image les objets de surface plus petite qu'une valeur donnée. Les objets restants sont donc des pics de l'image originale de petit diamètre et de surface projetée plus grande qu'une certaine valeur, soit des pics de forme allongée.

Si nous avons limité notre chapeau haut-de-forme hiérarchique à la taille 2, soit un carré de côté 5 pixels, on peut supposer qu'après reconstruction la plupart des objets ont un diamètre situé entre 1 et 2 pixels. Cette hypothèse est d'autant plus vraisemblable que les objets de diamètre plus grand et qui sont des fibres ont été détectés lors de l'étape précédente. On cherche à sélectionner les objets ayant un rapport L/D assez grand. On doit garder à l'esprit qu'une ouverture surfacique fera de toute manière disparaître un peu d'information sur tous les objets; on doit donc ne pas la prendre de trop grande taille. Nous avons choisi une surface limite de 20 pixels carrés. C'est l'ordre de grandeur qui importe et non pas la vraie valeur.

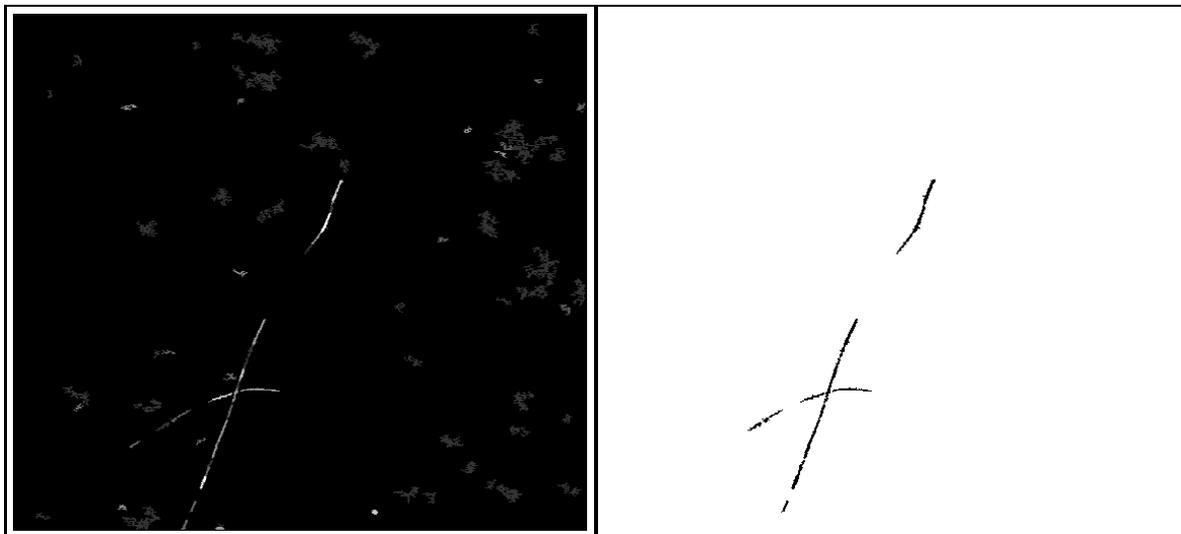
La figure 5.13 présente le résultat de cette suite de traitements sur une image difficile.

Sur cette figure, on voit sur l'image *a* dont les niveaux de gris ont été égalisés deux très



(a) Image originale égalisée

(b) Top hat hiérarchique



(c) Ouverture surfacique

(d) Nettoyage

FIG. 5.13: Application d'une ouverture surfacique à la détection des plus petites fibres.

petites fibres qui ne sont pas détectées par les méthodes proposées plus haut. L'image *b* illustre le chapeau haut-de-forme hiérarchique par reconstruction (taille 1 à 2) obtenu pour cette image. Le niveau de bruit est important. L'image *c* présente l'application de l'ouverture surfacique (taille 20). La plupart des structures indésirables de petites dimensions ont été enlevées. Pour terminer le travail, on peut se contenter, comme au § 5.2.3.5 d'une reconnaissance des formes binaires, avec les mêmes critères. Le résultat final est illustré sur l'image *d*. On peut le considérer comme suffisant, d'autant plus qu'il est obtenu très rapidement (environ 50 secondes tout compris pour une image 512×568 sur station de travail NeXT).

On peut aussi vouloir améliorer le côté « détection d'objets alignés » grâce à une intégration de l'information sur une plus grande distance. On doit alors travailler direction par direction. C'est ce que nous allons proposer maintenant.

5.2.4.2 Recherche des alignements

Dans la section 5.2.1 il était proposé d'utiliser des moyennes avec des fenêtres rectilignes mobiles, combinées avec des ouvertures à éléments structurants rectilignes et des chapeaux hauts-de-forme. Nous allons essayer de reprendre ici cette idée à notre compte.

L'idée générale est la suivante : nous allons partir du résultat de la figure 5.13b, c'est à dire du chapeau haut-de-forme hiérarchique.

Nous allons considérer cette image direction par direction. Pour une direction donnée, nous allons opérer une petite ouverture avec un élément structurant rectiligne orienté selon la direction en cours, afin de présélectionner les éléments de l'image déjà préférentiellement orientés dans cette direction. Puis nous opérerons une moyenne mobile sur une fenêtre rectiligne également orientée dans la même direction, mais d'assez grande longueur, afin d'intégrer l'information d'alignement des différents objets déjà pré-sélectionnés. Enfin nous opérerons une ouverture avec un élément structurant toujours orienté dans la même direction et de longueur intermédiaire afin de faire disparaître les objets plus petits que cette longueur et qui n'auraient pas été connectés par la moyenne mobile.

Cette procédure est résumée dans le tableau suivant :

Procédure : Utilisation des moyennes directionnelles
<ul style="list-style-type: none"> • Boucle principale <li style="padding-left: 20px;">Appliquer un chapeau haut-de-forme hiérarchique par reconstruction de petite taille (1–2) <li style="padding-left: 20px;">Mettre à 0 l'image résultat finale <li style="padding-left: 20px;">Pour toutes les directions <i>i</i> de 1 à N <li style="padding-left: 40px;">/* pré-selection */ <li style="padding-left: 60px;">Opérer une ouverture directionnelle dans la direction <i>i</i> de petite taille (3–4) <li style="padding-left: 40px;">/* intégration */ <li style="padding-left: 60px;">Opérer une moyenne directionnelle dans la direction <i>i</i> de grande taille (10–20) <li style="padding-left: 40px;">/* selection finale */ <li style="padding-left: 60px;">Opérer une ouverture directionnelle de taille moyenne <i>i</i> (6–12) <li style="padding-left: 80px;">prendre le sup de l'image obtenue et de l'image résultat finale <li style="padding-left: 20px;">FinPour

Appliquer un chapeau haut-de-forme hiérarchique par reconstruction de petite taille (1-2)

On a appliqué cette méthode avec un nombre de directions situé entre 16 et 48, suivant la taille de l'ouverture finale.

La figure 5.14 donne une idée du résultat obtenu. On a utilisé la même image de départ qu'à la section précédente.



(a) *Traitement directionnel*

(b) *Top-hat final*

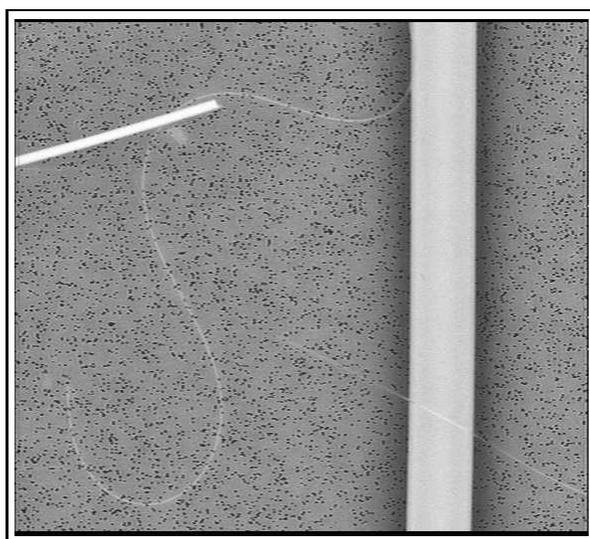
FIG. 5.14: *Application de moyennes directionnelles à la détection des toutes petites fibres.*

On constate que cette étape supplémentaire ne donne pas un meilleur résultat qu'à la section précédente. En effet, on n'a pas détecté de fibres supplémentaires. Leur détection est cependant facilitée et ce traitement est légèrement plus robuste au niveau de la détection que le précédent. Par contre un traitement direction par direction est relativement lourd et peut prendre jusqu'à 5 minutes sur station de travail dans les mêmes conditions qu'à la section précédente (ceci en utilisant la méthode optimisée du chapitre 2, sans quoi ce même traitement prendrait environ 3 fois plus de temps).

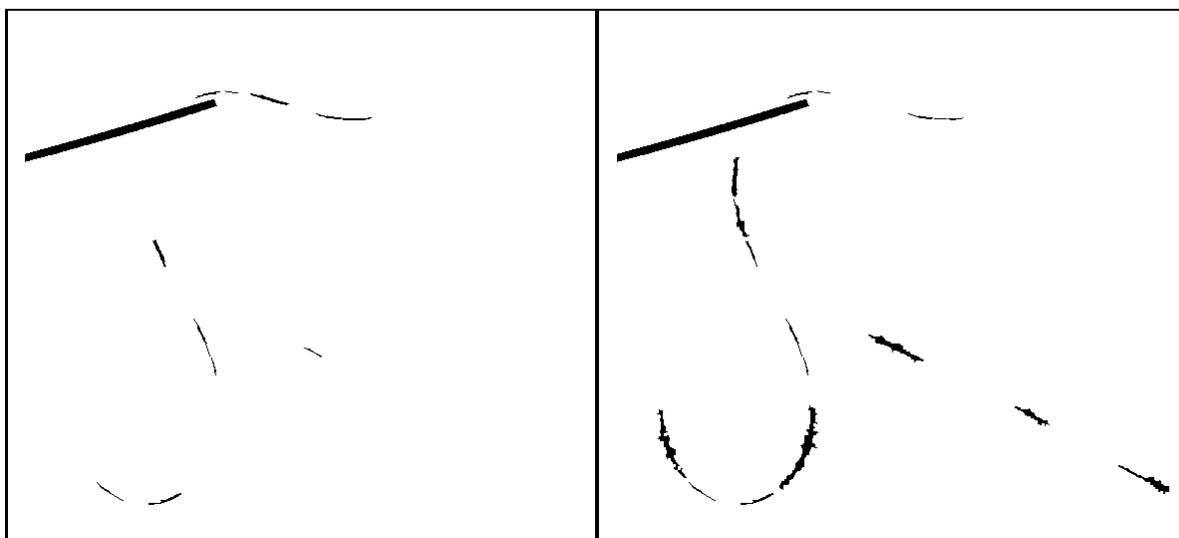
Nous avons remarqué que cette méthode donnait cependant de meilleurs résultats lorsque les images à traiter avaient un fond plus bruité que les images que nous avons donné en exemple. Un tel exemple de fond bruité est donné par les images dont les pores du filtre sont très apparents. La figure 5.15 permet la comparaison entre les deux méthodes pour une image au fond bruité.

On a surimposé sur ces images le résultat de la détection des petites fibres. On constate que la méthode par moyennes directionnelles donne des marqueurs moins esthétiques, mais plus nombreux que la méthode par ouverture surfacique. En particulier la petite fibre qui passe par dessus la grosse à droite de l'image est détectée même à l'endroit du croisement par la méthode par moyennes directionnelles.

Nous ne recommandons donc pas l'utilisation d'une telle procédure lorsque le fond de l'image n'est pas trop bruité, mais de se contenter de la détection offerte par l'ouverture



(a) Image originale



(b) par ouverture surfacique

(c) par moyennes directionnelles

FIG. 5.15: Comparaison des deux méthodes de détection des plus petites fibres.

surfacique. Si le fond de l'image est fortement bruité, cette procédure, plus robuste, offre un meilleur résultat, pour un coût en temps de calcul plus élevé.

5.3 Reconstruction

Dans la section précédente nous nous sommes occupé de la détection des fibres présentes sur une image. Nous avons été capables d'exhiber des marqueurs de fibres dans chaque classe de diamètre utile, mais ces marqueurs n'étaient, suivant les cas, soit pas individualisés fibre par fibre, soit au contraire en trop grand nombre pour chaque fibre. Nous ne pouvons donc pas poursuivre notre segmentation sans séparer les fibres individuelles dont les marqueurs apparaissent accolés, ni sans rassembler ceux qui appartiennent à une même fibre.

Dans cette section nous allons présenter séparément des solutions à ces problèmes. Nous commencerons par le problème des croisements de fibres, puis par celui des fibres séparées. Enfin nous traiterons le problème des fibres accolées.

5.3.1 Croisements

Le problème des fibres qui se croisent et qui apparaissent ainsi ne faire qu'une n'est pas récent en analyse d'images. Jean Claude Klein l'avait déjà évoqué dans la première étude que le CMM avait réalisé pour SAINT-GOBAIN (alors SAINT-GOBAIN INDUSTRIE) en 1977 [Kle77]. Il avait proposé à l'époque de réaliser (avec l'Analyseur de Texture) une suite de transformations très proches de ce que nous allons proposer. Par chance il travaillait à l'époque en microscopie optique sur des fibres assez grosses (10–20 μm) et disposait au moyen d'une mise au point habile d'un marqueur brillant tout trouvé à l'intérieur de chaque fibre, chacune de celles-ci jouant le rôle d'une loupe.

On trouve dans la littérature quelques références à un travail similaire réalisé pour l'analyse automatique de fibres d'amiante au microscope électronique à transmission [vAVG86] [BS87]. Les problèmes liés aux fibres d'amiante sont bien sûr assez différents. En particulier la forme des fibres elles-mêmes est différente de celle des fibres minérales d'isolation ; le diamètre minimal des fibres d'amiante est beaucoup plus petit que le diamètre minimal des fibres minérales d'isolation, par conséquent l'imagerie de ces fibres impose le recours à un microscope électronique à transmission, qui donne des images assez différentes des images MEB. Dans les articles cités les auteurs cherchaient surtout à obtenir un nombre de fibres et non à les mesurer, et enfin ils disposaient d'un analyseur à rayon X pour confirmer les détections opérées par analyse d'images. On ne trouve pas de trace de semblables études pour les fibres minérales d'isolation.

Les croisements de fibres peuvent apparaître pour n'importe quelle taille de fibre. On suppose qu'on a réalisé les étapes de détection de la section précédente, et qu'un problème de croisement de fibres apparaît dans l'une ou l'autre des étapes finales.

5.3.1.1 Détection des croisements

Pour la détection des croisements, nous allons utiliser une technique assez classique : la détection des points multiples du squelette.

Nous prendrons comme squelette le squelette euclidien que nous avons présenté au chapitre 3. Plus exactement nous prendrons le squelette *minimal* euclidien, c'est à dire le sous-ensemble du squelette euclidien qui joint les érodés ultimes entre eux. La raison est que ce

sous-ensemble du squelette est beaucoup plus stable que le squelette lui-même, en particulier vis-à-vis des petites imprécisions de digitalisation ou du bruit à la frontière de l'objet, tout en étant suffisamment grand pour être un sous-ensemble représentatif de la fibre ou du croisement de fibres. En effet, le squelette minimal d'une seule fibre (suffisamment régulière) est constitué d'une seule branche de squelette.

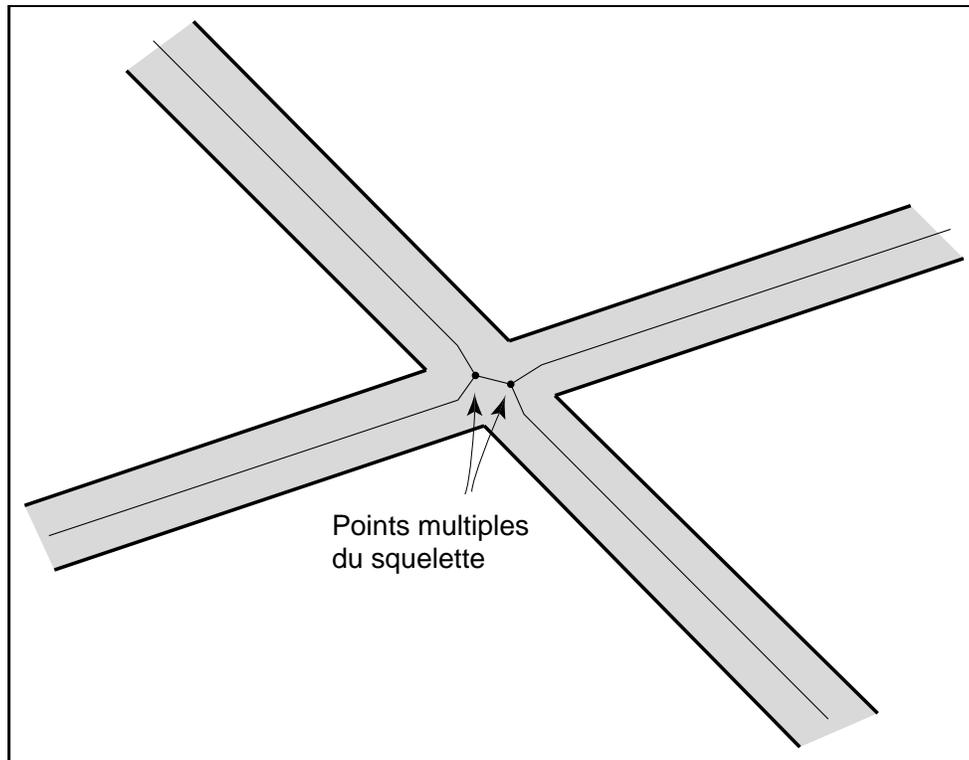


FIG. 5.16: La réunion de deux squelettes n'est pas le squelette de la réunion : cas de deux fibres croisées.

Une erreur commune à propos des squelettes est de croire que le squelette de la réunion de deux objets binaires est la même chose que la réunion des squelettes des deux objets. C'est évidemment faux (voir figure 5.16). Dans le cas du croisement de deux fibres, on pourra par exemple avoir 2 points multiples et non un seul, et ils ne sont pas forcément situés à l'endroit « logique » du point de croisement. De plus au voisinage des points multiples, la direction indiquée par les branches du squelette n'est pas nécessairement celle de la direction générale de l'une ou de l'autre des fibres. Par contre, suffisamment loin de ces points multiples, la direction des branches du squelette est tout à fait celle des fibres auxquelles elles correspondent.

Qu'entend-on par « voisinage » et « suffisamment loin » ? Si on considère les boules maximales correspondant aux points multiples, alors à l'intérieur de ces boules maximales la direction des branches de squelette n'est pas utilisable, par contre un peu en dehors de ces boules (en fait, dès que le diamètre de la boule maximale en un point de la branche du squelette est égal au diamètre de la fibre à laquelle cette branche correspond), les directions des branches de squelette redeviennent fiables (voir figure 5.17).

On devra donc éliminer cette région indésirable. Pour ce faire on pourra obtenir la valeur de la fonction distance euclidienne aux points multiples, implanter en ces points des disques

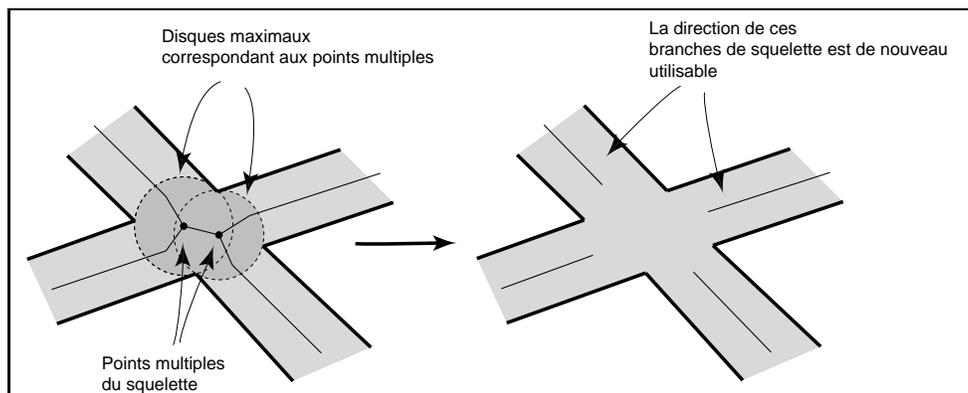


FIG. 5.17: *A l'intérieur des boules maximales correspondant au points multiples du squelette, la direction des branches du squelette n'est pas utilisable.*

euclidiens de rayon égal à cette valeur (en fait un peu plus) et effacer les morceaux de branches du squelette indésirables de cette façon. La figure 5.18 présente le résultat de cette opération.

On pourrait alternativement utiliser une dilatation par un carré de chaque point multiple, mais adapter la taille de la boule maximale à chaque point multiple simplifie le travail ultérieur de reconnection, que nous allons maintenant présenter.

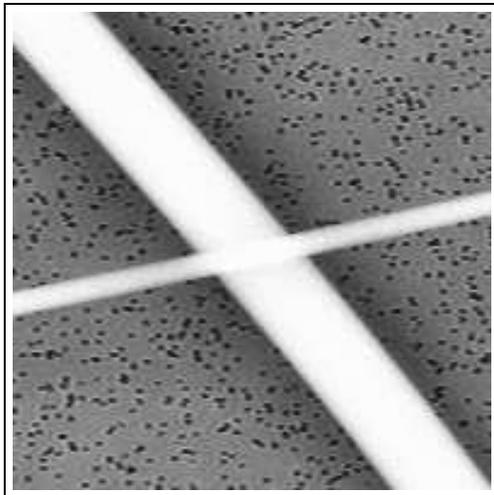
5.3.1.2 Reconnection des branches

Une fois que les points de croisement ont été détectés et les parties inutilisables de ce croisement enlevées, il reste à reconnecter entre elles les parties de squelette qui appartiennent en fait à la même fibre. Pour ce faire nous partons des extrémités des branches de squelette (extrémités existant depuis le départ ou créés par l'étape d'effacement des points de croisement). On se base non seulement sur l'information directionnelle donnée par le squelette, mais encore sur un certain nombre de paramètres que nous allons décrire.

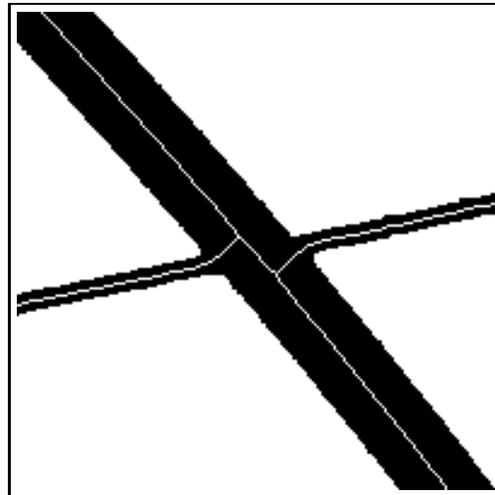
Notons que la reconnection de deux parties séparées d'une image est un des problèmes fondamentaux du traitement et de l'analyse d'images. Nombreux sont les problèmes où on doit se baser sur une information directionnelle pour raccorder deux parties d'une image, par exemple pour fermer un contour. La bibliographie sur le sujet est importante et les façons d'aborder le problème nombreuses.

Dans le strict domaine de la morphologie mathématique, auquel ce problème n'est pas restreint, B. Kurdy a proposé un ensemble de solutions intéressantes à un problème proche : la fermeture des joints de grains dans les images d'alliages métalliques [Kur90]. Kurdy avait proposé ses solutions dans un cadre où il se restreignait à n'utiliser que des opérations strictement morphologiques présentes sur un analyseur d'image du commerce. Nous n'allons pas suivre cette approche, mais un certain nombre des idées qu'il propose sont toujours applicables quelque soit le contexte. En particulier, pour qu'une reconstruction directionnelle soit robuste, il vaut mieux qu'elle se déroule à l'intérieur d'un *masque de propagation*, c'est à dire un objet binaire qui contient les particules qu'on cherche à connecter.

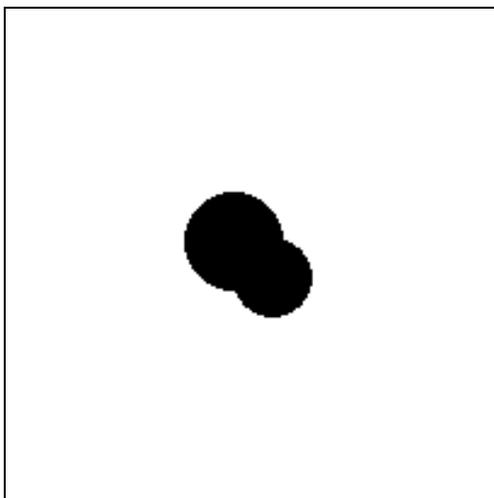
Dans le cas des croisements de fibres, le masque de propagation est tout trouvé, puisqu'on peut prendre les fibres elles-mêmes. Pour repérer la reconstruction, ou plus exactement le repérage des parties de squelettes qui proviennent de la même fibre, nous utilisons les



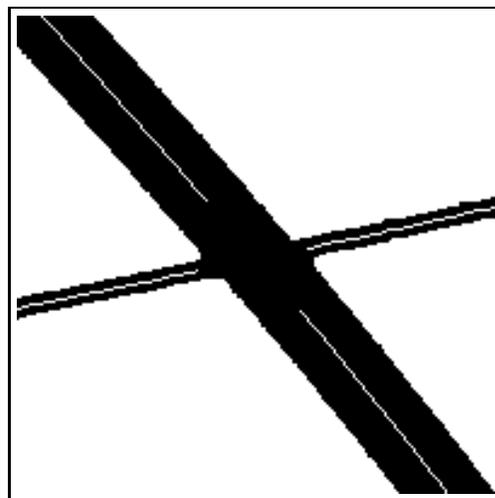
(a) *Image originale*



(b) *Image segmentée + squelette*



(c) *Boules maximales*



(d) *Croisement effacé*

FIG. 5.18: *Effacement de la partie inutilisable des croisements.*

informations suivantes :

- La direction générale de la fibre donnée par le squelette au voisinage de l'extrémité.
- Le diamètre de la fibre correspondant à chaque branche de fibre (toujours au voisinage de l'extrémité).
- La position de chaque extrémité de squelette.
- Le diamètre de la boule euclidienne ayant effacé les points de croisement jusqu'à l'extrémité en cours.
- La présence ou non d'un masque.

Au moyen de ces informations, Kurdy utilisait des dilations à partir des extrémités de squelette utilisant des éléments structurants non centrés, tels par exemple celui de la figure 5.19.

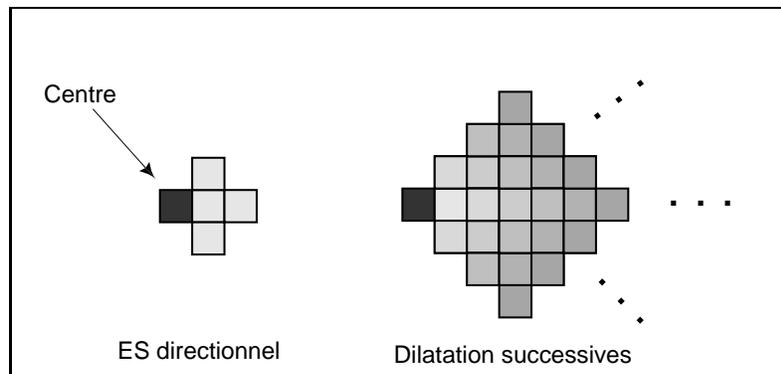


FIG. 5.19: Un élément structurant directionnel proposé par Kurdy et ses dilations successives.

Ce type d'élément structurant (et ses rotations selon la trame) permet des propagations directionnelles. Dans le cas présent on est limité aux propagations selon les directions de la trame, mais on peut imaginer des éléments structurants plus complexes permettant des propagation selon d'autres angles, Kurdy en a d'ailleurs proposé certains. L'idée commune derrière ces propagations était de favoriser une direction principale, mais de ne pas s'interdire de propager dans le cas présent dans un cône assez ouvert (90°). Pour réaliser la connexion de deux extrémités de squelette Kurdy utilisait la technique suivante :

- On réalise des dilations successives des extrémités des branches du squelette avec l'élément structurant du type de celui de la figure 5.19. On choisit parmi ces éléments structurants celui qui correspond le mieux à la direction de l'extrémité en cours.
- Ces dilations successives sont effectuées dans le masque de propagation jusqu'à une certaine limite (limite de propagation), ou jusqu'à ce qu'une extrémité de squelette soit rencontrée.
- Si la direction de cette extrémité et le diamètre de la fibre à laquelle elle correspond sont compatibles avec les mêmes informations provenant de l'extrémité de départ, alors la propagation inverse partant de l'extrémité atteinte est réalisée.
- On considère l'intersection des deux zones de propagation. Cette intersection connecte les deux extrémités de fibres compatibles. On squelettise puis on ébarbule cette zone afin d'obtenir une connexion plus esthétique.

Ces étapes sont résumées sur la figure 5.20.

Ces étapes sont justifiées dans le cadre de l'utilisation d'un processeur de morphologie

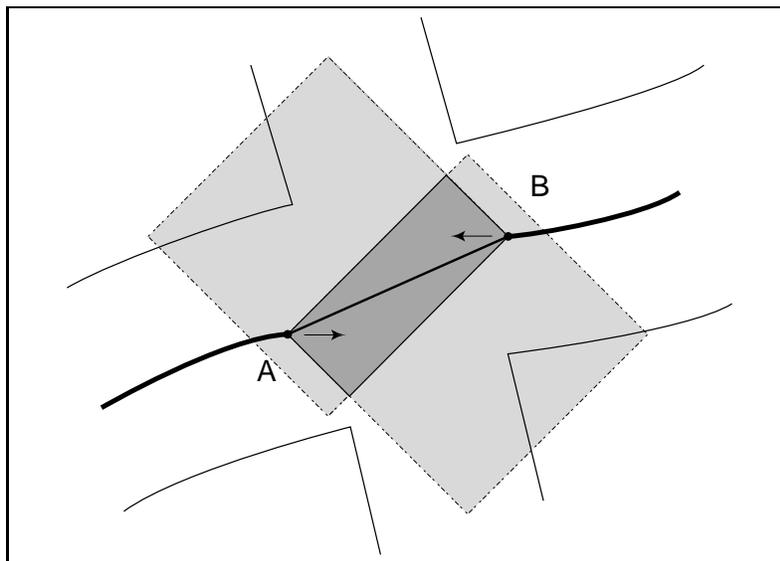


FIG. 5.20: *Connection de deux extrémités de squelette d'après Kurdy [Kur90]. Le point A est dilaté n fois par l'élément structurant de la figure 5.19, jusqu'à atteindre une limite fixée ou une autre extrémité (ici B). Si B est compatible, la dilatation inverse à lieu à partir de B. La squelettisation de l'intersection des zones de dilatation est une bonne connection entre A et B.*

dédié. Dans le cadre de l'utilisation d'une station de travail standard, nous proposons une méthode plus simple et surtout plus rapide : nous proposons de repérer chaque extrémité de squelette avec les informations listées plus haut dans une structure de donnée, et d'effectuer la connection purement par logiciel. Deux extrémités seront connectées si et seulement si :

- Les diamètres de fibre correspondants sont peu différents (plus ou moins 10%).
- Les directions correspondantes sont opposées ou presque (plus ou moins 30°).
- Les extrémités sont situées l'une vis à vis de l'autre dans un cône d'ouverture angulaire dépendant de la distance entre les 2 extrémités (plus elles seront éloignées l'une de l'autre, plus le cône sera resserré), et d'orientation identique à l'orientation de la fibre (ce facteur doit être pris en compte pour les deux extrémités).
- La connection entre les 2 extrémités reste dans le masque.
- Les extrémités ne sont pas à une plus grande distance l'une de l'autre qu'un facteur (1,5) fois le diamètre de la plus grande boule maximale utilisée pour effacer le croisement (facteur optionnel).

La figure 5.21 résume ces principes.

En pratique les branches de squelette des fibres étant labellisées, la fonction distance des fibres est calculée pour toute l'image des fibres détectées et est moyennée le long du squelette au voisinage des extrémités, la direction du squelette au voisinage des extrémités étant estimée par une régression linéaire sur les 8 pixels les plus proches de l'extrémité. L'appartenance du chemin de connection au masque est testée par une tentative de connection par droite de Bresenham (voir chapitre 3). Toute la droite doit rester dans le masque.

On considère chaque extrémité séquentiellement. Pour chacune d'entre elles on cherche à mettre en correspondance toutes les autres au moyen des critères décrits ci-dessus. On ne traite

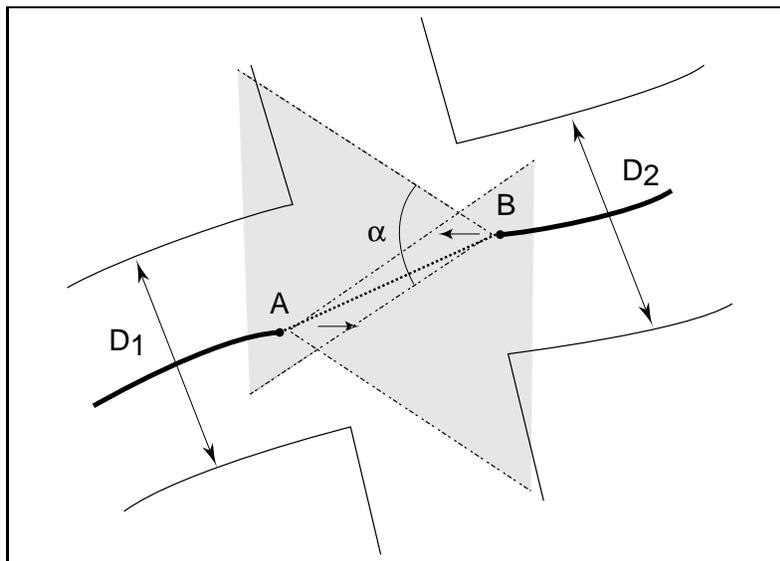


FIG. 5.21: *Connexion logicielle de deux extrémités de squelette. Les points A et B sont mis au même label si D_1 et D_2 ne sont pas très différents, si les directions des branches de squelette sont opposées ou presque, si A et B se trouvent dans un cône d'ouverture α dépendant de la distance $\|\overrightarrow{AB}\|$, partant de A et de B d'orientation donnée par l'orientation des segments de squelette, et si le segment \overline{AB} reste dans la fibre (masque).*

pas les conflits (en théorie plus de 2 branches de squelette peuvent donc se retrouver connectées entre elles. En pratique cela est très rare). La connexion réalisée n'est pas physique : on se contente de mettre les deux extrémités connectées au même label (on prend le plus petit des deux). Dans une étape ultérieure on propage ces labels dans l'image des labels originaux.

La raison pour ne pas créer de connexion physique entre les extrémités de squelette est double : d'une part cette connexion ne correspond à rien la plupart du temps : rien ne garantit qu'elle passe à l'endroit réel de la fibre. On ne peut donc obtenir une quelconque information supplémentaire à partir de cette connexion (par exemple, l'information sur le diamètre des fibres est inexploitable le long de cette connexion) : elle est donc parfaitement inutile. D'autre part elle rend l'image finale particulièrement confuse : on a l'impression d'avoir enlevé les connexions pour les remettre après...

La figure 5.22 présente le résultat obtenu pour le cas d'école présenté plus haut. On verra plus loin des exemples de reconnections plus difficiles.

Sur l'image résultat de cette figure, les branches de fibres ont été dilatées par un disque à la valeur du diamètre de chaque fibre correspondante.

5.3.2 Fibres séparées

Nous allons maintenant nous attaquer au pendant du problème précédent : reconnecter les morceaux de fibres qui ont été détectés (parfois difficilement), qui ne sont pas connectés et qui pourtant appartiennent à la même fibre.

Comme on peut s'en douter au vu de la section précédente, on va procéder de manière

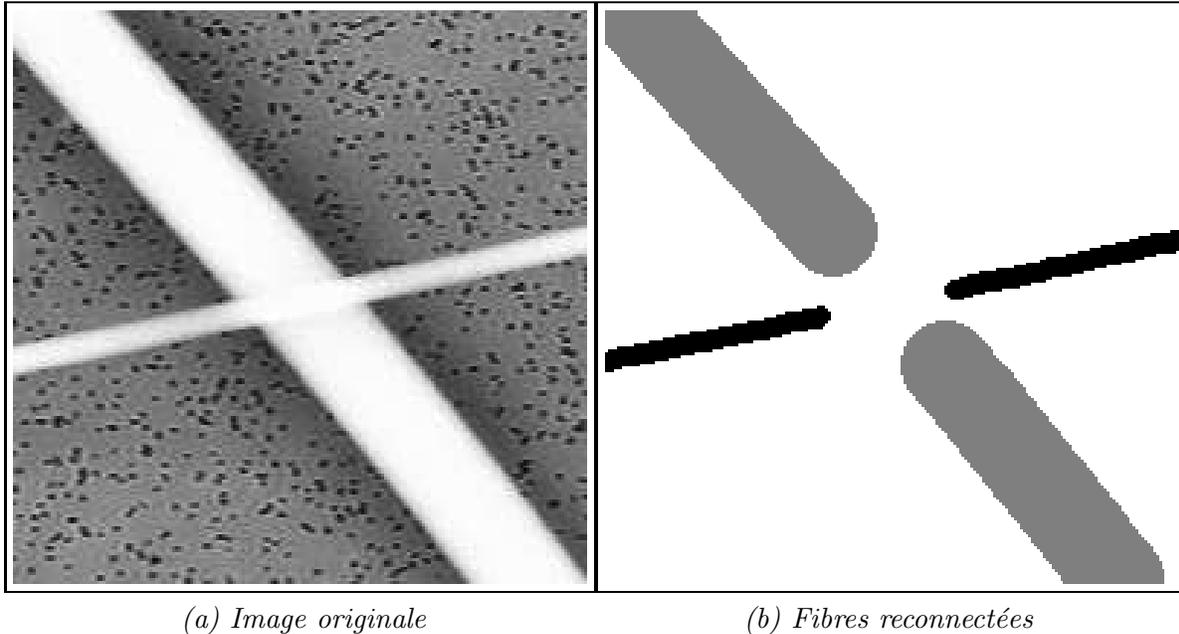


FIG. 5.22: Exemple de croisement de deux fibres.

similaire : on utilisera un masque dans lequel on pourra trouver un chemin reliant les morceaux de fibres appartenant à la même fibre, et on effectuera la liaison.

Cette partie de la segmentation paraît la plus difficile : En effet, au moment de la détection des petites fibres on a tout juste été capable d'exhiber une méthode pour rechercher des morceaux déconnectés de fibres, comment pourrait-on maintenant faire maintenant pour en trouver l'intégrité ? N'y a t'il pas là une contradiction ?

En fait cet apparent paradoxe est un des fondements de la segmentation par méthodes morphologiques. La méthode de Serge Beucher mettant en œuvre la ligne de partage des eaux que nous avons utilisée pour les grosses fibres est en fait basée sur le même principe : trouver des marqueurs intérieurs et des marqueurs extérieurs plutôt que directement les objets que l'on cherche est une façon de découper son problème en problèmes plus simples, selon la bonne vieille méthode de Descartes. En quelque sorte, les marqueurs des fibres sont les marqueurs intérieurs et le masque de propagation le marqueur extérieur.

La question toutefois reste entière, comment allons nous trouver ce masque de propagation ?

5.3.2.1 Masques de propagation

On cherche cette fois-ci un ensemble contenant les fibres, et non plus des marqueurs robuste de fibres. On peut donc se permettre a priori d'être un peu imprécis.

La plupart des marqueurs déconnectés obtenus sont des marqueurs de petites fibres. Partant de ce constat, un masque intéressant et facile à obtenir est le résultat du seuillage du chapeau haut-de-forme à une valeur très faible (par exemple 0). En général ce seuillage contient une bonne partie de l'information sur les petites fibres, mais avec énormément de bruit, bruit qu'il serait illusoire de tenter de distinguer des fibres elles-mêmes. Ce bruit est en général peu gênant lors d'une étape de reconstruction directionnelle.

Pour les plus petites fibres, celles qui sont pratiquement indétectables ; on peut utiliser le seuillage du chapeau haut-de-forme classique par un carré de taille 1. Ce seuillage contient une information sur les très petites fibres mais reste très fin. On ne peut pas vraiment l'utiliser si on impose lors de la reconstruction que tout le trajet rectiligne entre deux extrémités soit contenu dans le masque (comme lors de la connection des fibres croisées). On peut l'utiliser si on accepte un chemin non rectiligne (voir plus loin). Un masque plus curieux, mais ayant tout de même un sens, est donné par la procédure suivante :

Procédure : masque de propagation pour fibres déconnectées
<ul style="list-style-type: none"> • Variables <i>ImIn</i> image d'entrée <i>Im0, Im1</i> images de travail <i>ImOut</i> image de sortie • Boucle principale On appelle <i>alinope(imin, size)</i> le sup des ouvertures de <i>ImIn</i> par des éléments structurants rectilignes de longueur <i>size</i> dans toutes les directions discrètes permises par la longueur du segment Et <i>alinclo(imin, size)</i> l'opération duale $Im0 \leftarrow alinope(ImIn, \gamma)$ $Im1 \leftarrow alinope(Im0, \gamma)$ $ImOut \leftarrow alinclo(Im0, \gamma)$ $ImOut \leftarrow Im1 - ImOut$ $Im0 \leftarrow alinclo(ImOut, \gamma)$ $ImOut \leftarrow \text{Parties nulles de } Im0$

Cette procédure s'explique de la façon suivante : on cherche dans l'image d'entrée les parties de niveaux de gris constant suivant une droite (de 7 pixels de long dans cet exemple). Après une étape de nettoyage (premier sup d'ouvertures), on applique un nouveau sup d'ouvertures et un inf de fermetures sur l'image nettoyée (résultats dans deux images différentes). On fait la différence entre ces deux images. Les parties à zéro de cette image sont celles qui donnent le même résultat selon qu'on applique un inf de fermetures directionnelles ou un sup d'ouvertures directionnelles. Les parties de l'image qui ont au moins un voisinage rectiligne à niveau de gris constant et qui est un maximum régional correspondent à ce cas. En pratique, on filtre l'image de la différence par un inf de fermetures directionnelles, ce qui augmente la taille des zones à zéro, qui sont celles que l'on détecte dans l'image finale.

Le résultat de cette procédure est généralement plus grand que celui des chapeaux hauts-de-forme, mais n'est pas capable de « passer » au dessus des pores du filtre.

De fait, aucun de ces trois masques ne donne d'excellents résultats lorsque les pores du filtre sont visibles. En effet, les petites fibres sont souvent coupées par ces zones sombres, et les marqueurs de ces petites fibres sont par la suite déconnectés à ces endroits. Les trois masques sont utilisables lorsque les pores du filtre sont peu ou pas visibles (et que les images sont propres par ailleurs...).

Un masque de propagation plus adéquat lorsque l'on impose un chemin rectiligne, et capable dans une certaine mesure d'ignorer les pores du filtre est donné par le seuillage des valeurs positives du résultat obtenu au § 5.2.4.2 utilisant des moyennes directionnelles

direction par direction, en omettant le chapeau haut-de-forme final. Pour des images bruitées, ce masque est le meilleur que nous ayons trouvé. En contrepartie il peut être très long à calculer.

La figure 5.23 présente les masques obtenus par toutes ces méthodes dans le cas d'une image bruitée.

Dans le cas des images moins bruitées, c'est à dire le cas des images avec un filtre de faible porosité, nous avons testé une méthode prometteuse pour obtenir un masque de propagation de bonne qualité.

Au § 5.2.3.3 nous avons évoqué le fait que la recherche des petites fibres à l'aide du squelette numérique partiel était sensée, dans la mesure où les petites fibres formaient des lignes de crête de l'image, précisément ce que détecte le squelette numérique.

En fait le squelette numérique est une opération peu utilisée en soi, car sur des images standard, ce squelette est généralement très complexe. Par contre un sous-ensemble de ce squelette que nous avons présenté au annexe B est lui très utilisé : la ligne de partage des eaux. La ligne de partage des eaux n'est autre que l'ensemble des lignes de crête de l'image qui se referment. Dans le cas qui nous occupe, nous pouvons nous contenter de ce sous-ensemble.

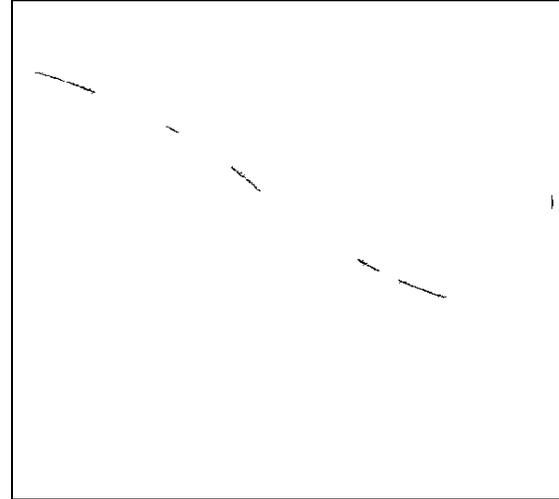
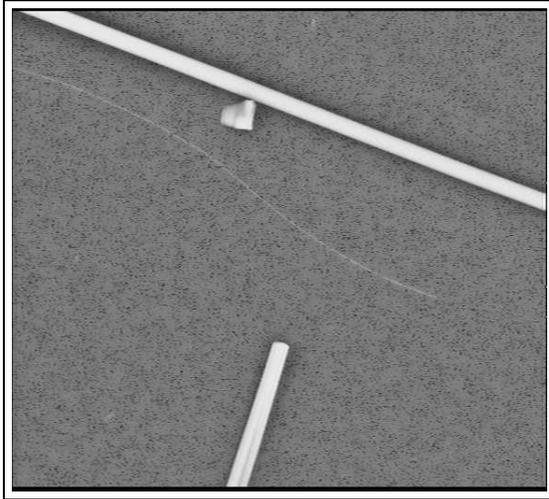
Nous pensons que la ligne de partage des eaux n'est pas très utilisable pour la *détection* des fibres, mais qu'elle est sans doute utilisable pour les masques de propagation. On ne peut de toute façon utiliser la ligne de partage des eaux sur une image brute : il faut diminuer sa complexité. Pour ce faire nous devons utiliser une transformation qui ne modifie pas le parcours de la LPE, mais qui supprime certaines de ses branches. On peut par exemple utiliser une opération *connexe* [SS93]. Parmi les opérations connexes, une simple fermeture de grande taille par reconstruction, ou encore une fermeture surfacique conviennent tout à fait. La figure 5.24 présente un exemple d'utilisation de la LPE sur l'image originale pour retrouver les lignes de crête qui se referment, et utiliser cela comme un masque de propagation.

Sur cette figure on note à peine le filtrage en passant de l'image *a* à l'image *b*, cependant le résultat de l'image *c*, une LPE très simplifiée, mais qui a gardé l'information sur les crêtes les plus importantes, montre qu'il a bien eu lieu. On a dilaté la LPE finale par un carré de taille 2 pour être certain que ce masque englobe bien les marqueurs des petites fibres (voir figure 5.14). Ce marqueur donne des résultats intéressants, mais nous ne disposons pas d'un nombre suffisant d'images de la meilleure qualité pour être certain de la validité de celui-ci. Nous avons testé ce masque sur des images bruitées et il ne donne pas un très bon résultat (à cause du flamboiement des pores du filtre, qui oblige à un traitement morphologique qui déplace la LPE). À la différence du masque par moyennes linéaires, ce masque est également incapable de « franchir » une zone de bruit sombre (un pore visible du filtre, par exemple).

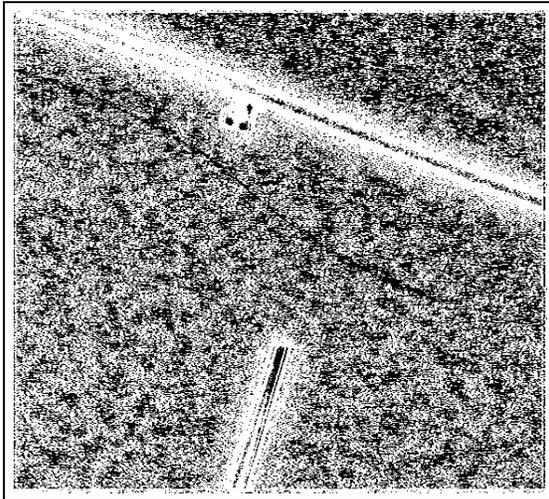
La reconstruction proprement dite s'opère de la même manière que pour les fibres croisées. Les marqueurs des petites fibres sont squelettisés et ébarbulés, la reconstruction est virtuelle et les marqueurs des fibres reconnues comme faisant partie d'une même fibre sont mis à un même label. Les critères de connection entre les extrémités de fibres sont grossièrement les mêmes, sauf pour l'orientation générale des extrémités de marqueurs ; celle-ci étant peu fiable on doit pouvoir admettre que la différence des orientations soit plus grande.

Pour pouvoir utiliser les masques fournis par les trois premières méthodes, on ne peut plus exiger que la ligne reliant deux marqueurs passe entièrement dans le masque. On doit mettre au point des procédés plus complexes. Par exemple on peut réaliser des propagations géodésiques dans le masque à partir des points extrémités :

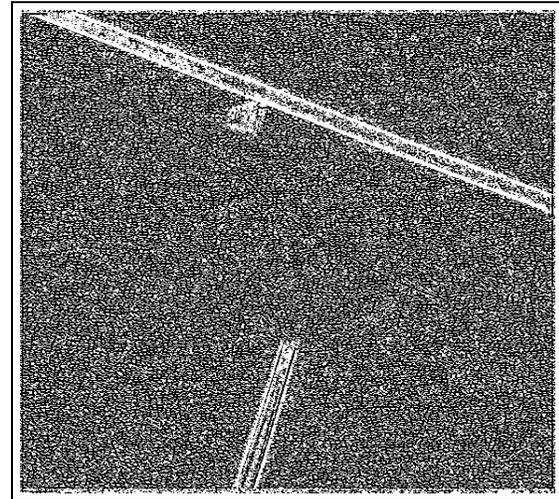
- On assigne à chaque point extrémité un label distinct.
- On réalise une propagation géodésique de chaque label (par exemple par des files d'at-



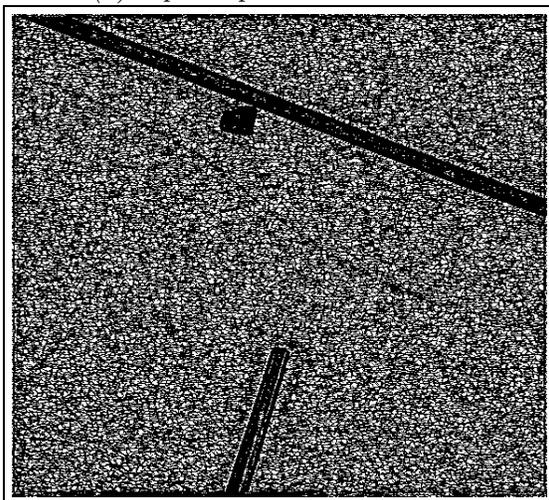
(a) Image originale



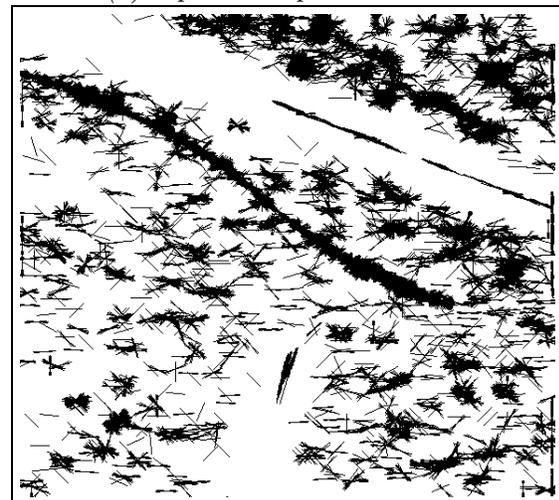
(b) top-hat par reconstruction



(c) top-hat simple de taille 1

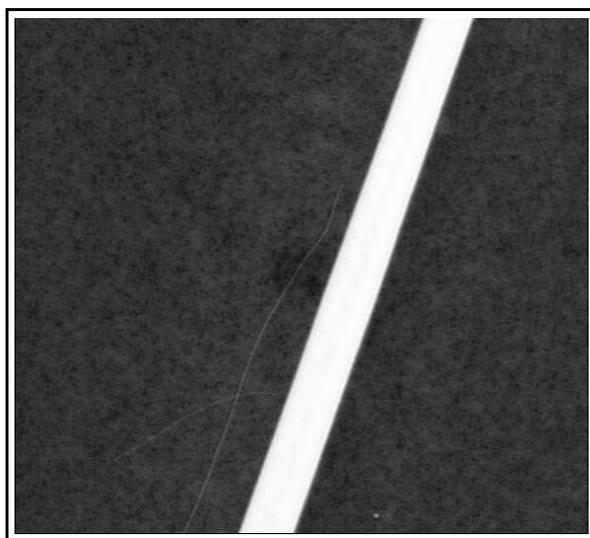


(d) Lignes de niveau constant

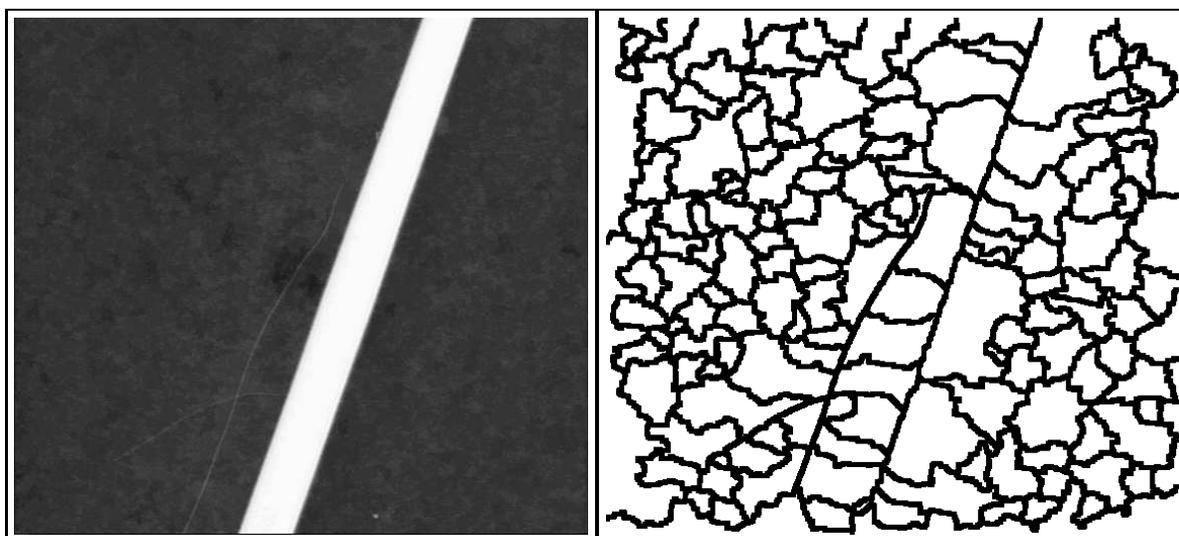


(e) Moyennes linéaires

FIG. 5.23: Masques de propagation



(a) Image originale égalisée



(b) Filtrage connexe

(c) LPE (dilaté taille 2)

FIG. 5.24: Obtention d'un masque de propagation par la LPE de l'image de départ.

- tente) jusqu'à arrêt de la propagation. Dans une autre image on propage la fonction distance géodésique pour l'ensemble des labels dans le masque.
- Après l'arrêt de la propagation, on regarde dans l'image quels sont les labels qui se sont rencontrés, et on regarde dans la liste des extrémités qui correspondent aux labels en question si elles sont compatibles. La notion de compatibilité de deux extrémités est la même que pour les croisements de fibres, sauf pour le critère imposant à une ligne droite reliant les deux extrémités de rester entièrement dans le masque. On remplace ce critère par un critère sur la distance géodésique entre les extrémités : celle-ci ne doit pas excéder un facteur donné (2 fois) la distance euclidienne entre les deux points.

La figure 5.25 illustre cette méthode.

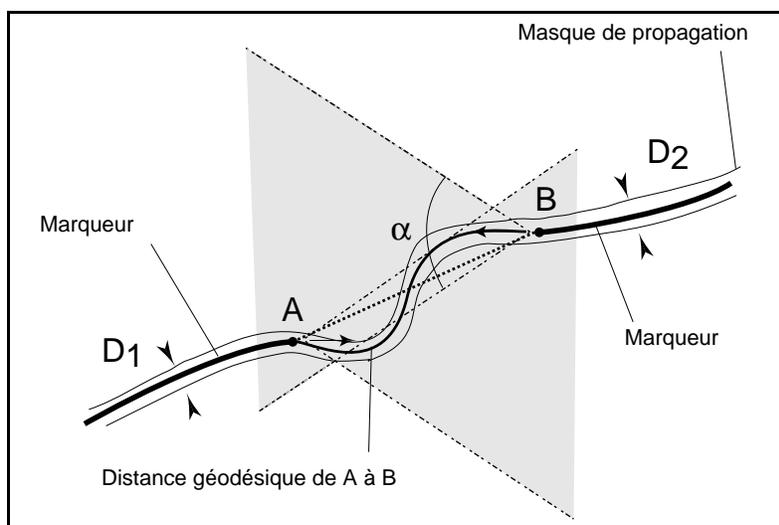


FIG. 5.25: *Connection de deux extrémités de marqueurs. Les points A et B sont mis au même label si D_1 et D_2 ne sont pas très différents, si les directions des branches de squelette sont grossièrement opposées, si A et B se trouvent dans un cône d'ouverture α dépendant de la distance $\|\overrightarrow{AB}\|$, partant de A et de B d'orientation donnée par l'orientation des segments de squelette, si A et B sont connectés par le masque de propagation (pas forcément en ligne droite) et si la distance géodésique entre A et B n'est pas trop différente de la distance euclidienne entre A et B.*

Dans la mesure où on est capable d'exhiber un bon masque de propagation. Cette méthode donne les meilleurs résultats, mais n'est pas très facile à mettre au point.

En résumé, on peut dire que pour une image au fond relativement bruité (pores de grands diamètres), la recherche du masque de propagation par moyennes linéaires donne les meilleurs résultats, bien que cette recherche soit gourmande en temps de calcul. Dans les cas où les pores sont pas ou peu visibles, l'utilisation de la LPE est à notre avis la meilleure méthode. Dans les deux cas on est quasiment forcé d'utiliser la propagation géodésique décrite plus haut. La combinaison de ces méthodes donne d'assez bons résultats.

5.3.2.2 Réduction de la sur-segmentation résiduelle

Finalement, il est possible que certains marqueurs méritent d'être connectés et qu'aucun chemin dans le masque de propagation n'existe entre eux. On effectue alors une dernière passe sur l'ensemble des extrémités de marqueurs non connectés, et on essaie de réaliser une connection malgré tout. On doit alors être prudent : en particulier cette reconnection n'est possible que si les marqueurs indiquent une direction bien définie, et on n'admet de ne trouver des marqueurs que dans un cône très réduit.

En procédant dans l'ordre décrit (des reconnections faciles aux difficiles), on minimise les risques d'erreurs dans la dernière phase.

La figure 5.26 présente un exemple de connections virtuelle avec et sans masque.

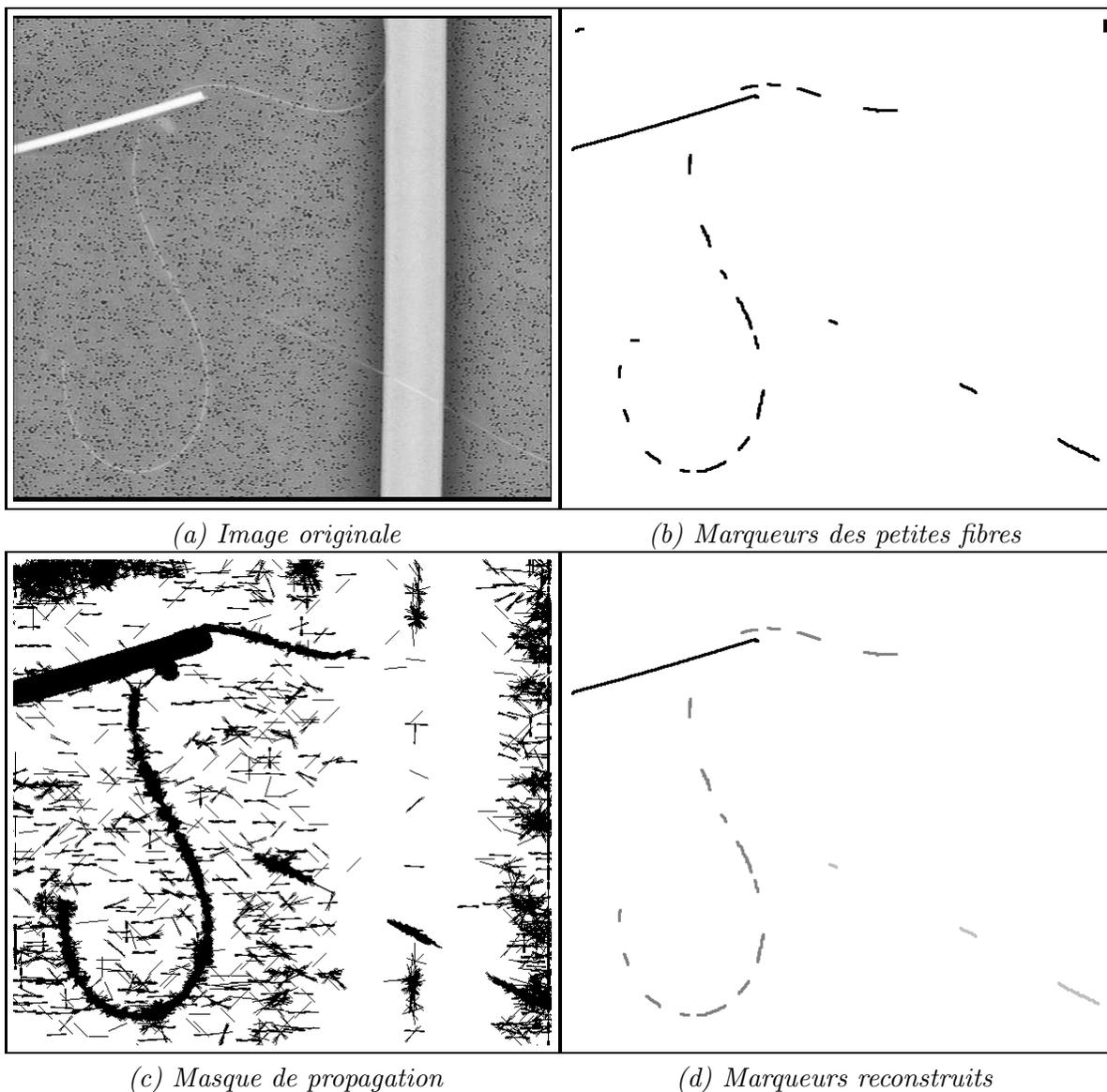


FIG. 5.26: Exemple de reconnection multiple.

Sur cette figure, l'image *a* est l'original. Les marqueurs des petites fibres sont en *b*. Ils ont été squelettisés, ébarbulés (et dilatés pour qu'on puisse mieux les voir). En *c* on a le masque de propagation. On a utilisé la quatrième méthode proposée (celle par moyennes directionnelles). En *d* on a les fibres virtuellement reconstruites. On remarque que les marqueurs en gris très clairs ont été considérés comme faisant partie de la même fibre sans qu'on puisse utiliser le masque de reconstruction. Leur direction et leur alignement étaient suffisants, bien que la distance les séparant soit grande. On n'a pas utilisé de reconstruction géodésique pour cette image. La partie supérieure et la partie inférieure de la longue fibre courbe ont été mises ensemble selon un critère semblable, puisqu'aucune droite reliant les deux ne passe entièrement dans le masque de propagation.

Dans cet exemple, le résultat peut être considéré comme bon.

5.3.3 Fibres accolées

Un nombre non négligeable de fibres de grand diamètre apparaissent deux par deux (ou plus) et accolées sur une grande longueur, si bien qu'on ne peut distinguer le fond du filtre entre elles. On ne peut pas savoir si ces fibres sont vraiment physiquement indissociables, ou si au contraire elles ne sont accolées que par suite d'attractions électrostatiques par exemple. La règle qui prévaut, comme dans le cas des coupes polies, est de les séparer.

Pour ce faire, une fois qu'on a obtenu les marqueurs des grosses fibres, on se livre à une détection des minima prononcés et de faible diamètre, à l'aide d'un chapeau haut-de-forme noir hiérarchique par reconstruction, limité à l'intérieur des marqueurs des grosses fibres.

Bien souvent, les marqueurs des séparations entre fibres ainsi trouvés ne sont pas connectés. On devra donc opérer une fois de plus une reconnection directionnelle. Dans le cas présent, celle-ci est assez facile, d'une part parce que les séparations entre fibres sont souvent bien rectilignes, et d'autre part parce qu'on dispose d'un masque parfait : les marqueurs des grosses fibres eux mêmes.

Cette fois-ci la reconnection des marqueurs doit être physique et non seulement virtuelle : il s'agit vraiment de séparer les fibres accolées. On impose donc à l'image la ligne qui joint les marqueurs.

La figure 5.27 présente le résultat d'une séparation de deux grosses fibres.

Dans l'image des fibres séparées la séparation a été dilatée pour qu'elle soit visible. Dans l'application elle est squelettisée à un pixel de large.

Il est indispensable d'utiliser un chapeau haut-de-forme pour ne pas confondre la séparation entre deux fibres et une partie sombre de la fibre due à un flamboiement d'arêtes (qui est généralement large).

Cette partie de la segmentation est assez robuste jusqu'à deux fibres accolées, lorsque la séparation est visible. Au delà tout dépend de la configuration. Certaines d'entre elles sont très difficiles à gérer.

Au niveau des mesures, les opérateurs qui mesurent les fibres à la main considèrent qu'on ne peut mesurer de façon précise le diamètre des deux fibres, seule celle qui est en dessus est en fait mesurable. Un opérateur humain peut parfois distinguer celle des deux (ou plus) fibres qui cache l'autre, mais nous n'avons pas été capables de rééditer la même performance. Le programme choisi au hasard laquelle des deux (ou plus) il admet dans l'histogramme.

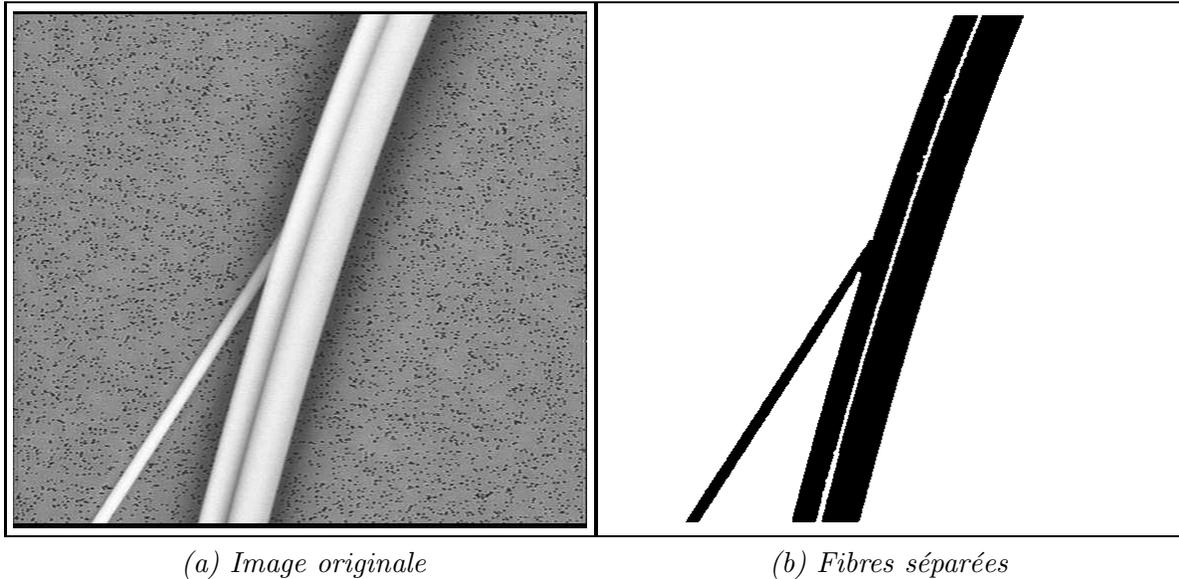


FIG. 5.27: Séparation des grosses fibres accolées.

5.4 Rejets de champs

Certain des champs de fibres qui apparaissent au microscope sont absolument impossibles à segmenter, même pour un opérateur humain. Il faut donc être capable de rejeter certains champs. Nous devons prendre en compte ce problème.

C'est sans doute un des problèmes les plus ardues, puisqu'il est quasiment impossible de classifier l'ensemble des configurations « insegmentables » possibles. Nous nous sommes donc contentés de quelques heuristiques, applicable à tout instant de l'étape de segmentation.

Le champ en cours de segmentation doit être rejeté si l'un quelconque des événements suivant se produit :

- La fraction de surface des marqueurs des grosses fibres dépasse 30%.
- Le nombre de marqueurs de grosses fibres (non séparés) dépasse 5.
- Le nombre des marqueurs des petites fibres dépasse 20 (non rassemblés).
- Le nombre des marqueurs des toutes petites fibres dépasse 20 (non rassemblés).

Ces heuristiques ne conduisent pas à un rejet d'un trop grand nombre de champs, mais ne sont pas parfaits non plus. En fait, dans la mesure où lors de la plupart des essais que nous avons conduits la sélection des champs était manuelle, Les champs que nous avons à traiter étaient pour la plupart propres. Ce problème n'a donc pas été traité correctement. Nul doute cependant qu'il est indispensable de le faire.

La figure 5.28 présente quelques monstres fibreux bien horribles.

5.5 Déroulement des opérations

On résume ici le déroulement des opérations, sans entrer dans les détails :

1. Segmentation des grosses fibres
 - Recherche des marqueurs intérieur par seuillage.
 - Recherche du marqueur extérieur par détection des pores.

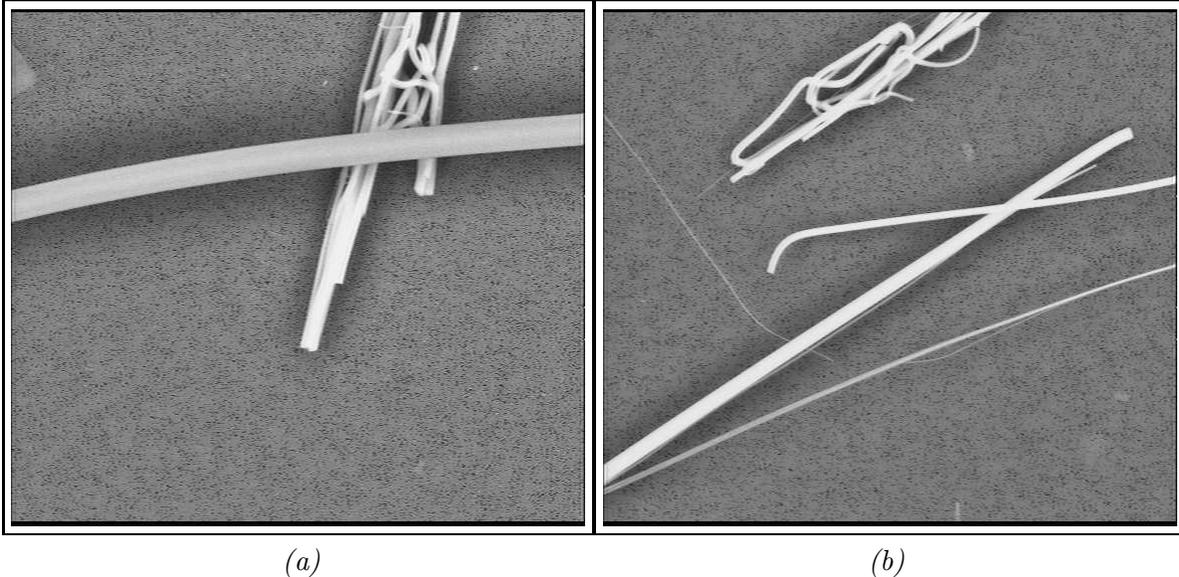


FIG. 5.28: Quelques amas de fibres difficiles à segmenter.

- Segmentation par LPE.
 - Séparation des fibres accolées par chapeau haut-de-forme sombre et reconstruction directionnelle.
2. Segmentation des petites fibres
 - Recherche des marqueurs des petites fibres par chapeau haut-de-forme hiérarchique.
 - Recherche des marqueurs des toutes petites fibres par ouverture surfacique et chapeau haut-de-forme de taille 1.
 - Recherche d'un masque de propagation soit par moyennes linéaires (fond bruité) soit par utilisation de la LPE (fond propre).
 3. Gestion des croisements
 - Squelettisation (euclidienne) des fibres de toute tailles.
 - Recherche des points multiples.
 - Effacement de la zone de croisement.
 - Reconnection à l'intérieur du masque formé par le croisement lui-même.
 4. Reconnection des marqueurs de fibres séparés
 - Squelettisation des marqueurs.
 - Reconnection à l'intérieur du masque de propagation.
 - Reconnection sans masque.
 5. Mesure
 - Diamètre par mesure directe
 - Longueur visible par mesure directe et correction de Vossepoel et Smeulders.

On rassemble les marqueurs des petites fibres et des toutes petites fibres dans une même image. Le masque de propagation pour ces fibres est le même de toute façon.

On garde séparés tout au long du traitement les images concernant les grosses fibres et les petites fibres. On doit donc répéter deux fois les étapes de gestion des croisements et de reconnection des marqueurs de fibres séparés. On pourrait gérer la reconnection des fibres que

l'on a séparé à cause d'un croisement comme une reconnection de fibres séparées standard, cela éviterait de répéter cette étape deux fois de plus, mais en fait les critères de reconnection sont un peu différents. On préfère donc gérer ces étapes séparément.

La figure 5.29 présente un exemple de segmentation complet.

Sur cette figure on a résumé l'essentiel des étapes de segmentations. L'image f de cette figure n'est en fait jamais produite au cours de la segmentation (elle est inutile). Elle est montrée ici à titre de résumé.

On constate que malgré la relative complexité de l'image, on obtient un bon résultat.

5.6 Mesures

Une fois la segmentation effectuée, reste la question de la mesure du diamètre et de la longueur de chaque fibre. Nous examinerons les problèmes statistiques de biais et d'estimation de la longueur vraie dans le chapitre suivant, mais nous souhaitons être capables de mesurer le diamètre de chaque fibre avec une bonne précision, ainsi que la longueur de chaque fibre dans le champ de mesures.

La mesure du diamètre se fait assez simplement en moyennant la fonction distance le long de chaque marqueur squelettisé après toutes les étapes de segmentation, séparation, rassemblement, etc. On n'estime le diamètre des fibres que là où il est fiable, donc ni à l'endroit des croisements, ni entre les marqueurs d'une façon générale. Le diamètre est bien sûr obtenu en prenant le double de la moyenne de la fonction distance. On a une fois de plus tout à fait intérêt à considérer la fonction distance euclidienne (son carré pour plus de précision). La valeur obtenue sera alors bien plus proche de la réalité qu'avec toute autre distance.

La longueur est un peu plus délicate. On estime la longueur des marqueurs squelettisés (squelette euclidien bien sûr) par la formule de Vossepoel et Smeulders [VS82], soit :

$$LS = 0,948NG + 1,40ND \quad (5.5)$$

où LS est la longueur approximée du squelette, NG le nombre de configurations du squelette 4-connexe et ND le nombre de configurations du squelette 8-connexe.

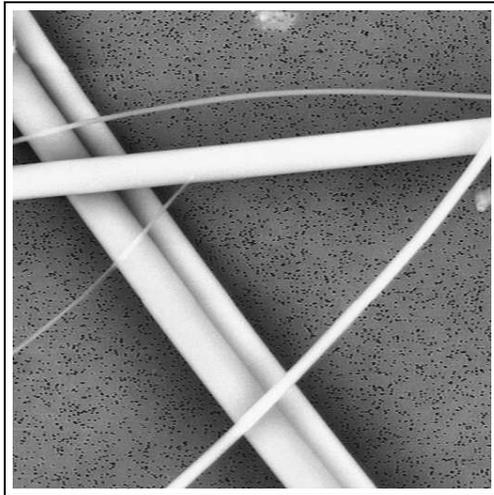
La longueur totale visible de chaque fibre est estimée en additionnant à la longueur de ces marqueurs la distance euclidienne entre les extrémités des marqueurs squelettisés et qui font partie de la même fibre. Ceci conduit à une légère sous-estimation de la longueur visible vraie de chaque fibre dans le champ.

5.7 Résultats et conclusion

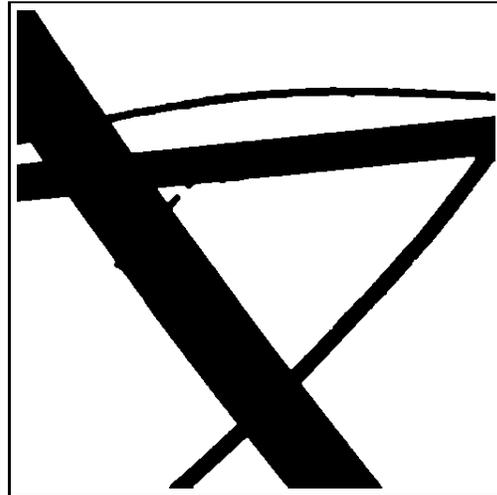
L'objectif principal de cette segmentation est de fournir des histogrammes. Les histogrammes obtenus ne seront présentés qu'au chapitre 7, pour comparaison avec les mesure effectuées sur les images de fibres en coupe. On peut néanmoins présenter les résultats factuels de cette segmentation.

Tout d'abord la segmentation présentée semble donner visuellement des résultats convaincables. Pour nous en assurer, nous avons regardé les résultats de détails sur 4 séries de 20 images chacune, prises dans des conditions différentes. On obtient les résultats suivants :

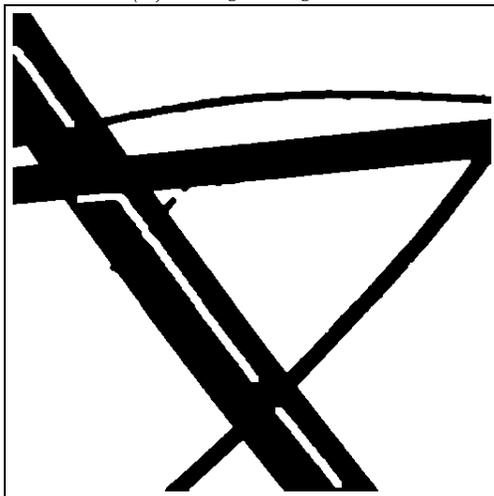
- 220 fibres détectées et mesurées correctement dans 76 images différentes.



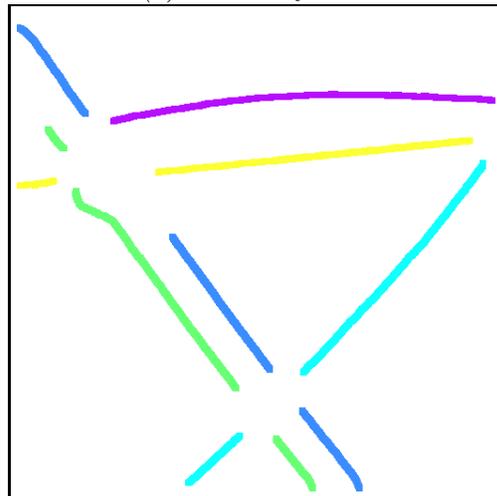
(a) Image originale



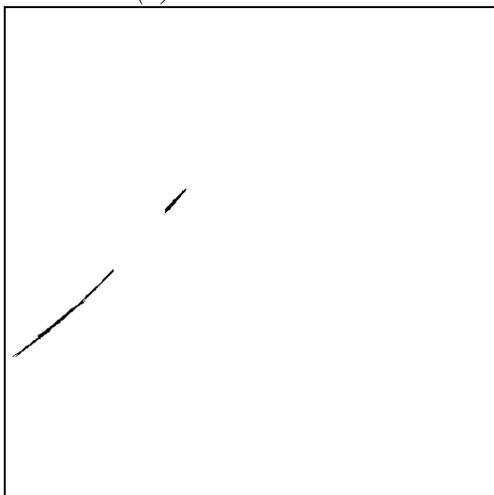
(b) Grosses fibres



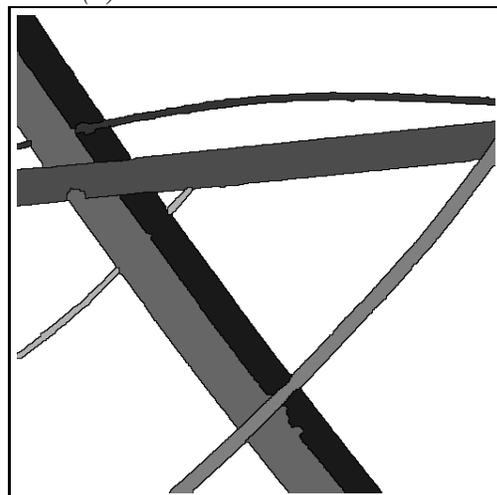
(c) Fibres accolées



(d) Gestion des croisements



(e) Petites fibres



(f) Ensemble des fibres segmentées

FIG. 5.29: Exemple de segmentation de fibres à plat

- 4 champs rejetés correctement.
- 21 fibres non ou mal détectées, dans 13 images différentes, réparties comme suit :
 - 4 erreurs sur les grosses fibres : 2 mauvaises détections de fibres parallèles, car la séparation n'était pas visible, et 2 configurations en Y non reconnues.
 - 17 erreurs sur les petites fibres : 3 erreurs de détection de fibres parallèles (plus de 3 fibres accolées ou séparation non visible), 8 erreurs de détection (fibres non détectées) et 6 erreurs de connection.
- On a en plus 5 erreurs importantes de mesure de longueur, la fibre n'ayant pas été détectée sur plus de la moitié de sa longueur. Toutes les fibres concernées étaient des petites fibres.

On a donc segmenté correctement environ 90% des fibres présentes sur ces séries d'images. Ce chiffre paraît convenable. Il est probable qu'un opérateur humain entraîné et précautionneux aurait fait mieux. L'auteur ayant joué le rôle de cet opérateur pense avoir réalisé (non sans efforts) sur cette même série une segmentation avec un résultat proche de 100%.

Environ 500 images différentes sur un grand nombre d'échantillons ont été traitées à divers moments du développement de la technique de segmentation, dont la moitié proviennent d'un MEB environnemental, pour lesquelles la segmentation est un peu plus facile que celle présentée ici mais ne diffère pas grandement dans son principe. Nous ne disposons pas de statistiques précises sur le nombre d'erreurs rencontrées, la nature de ces erreurs, etc. Cependant un retour sur les données en particulier provenant du MIT permet de penser qu'un taux de segmentation de l'ordre de 90% semble raisonnable. Nous verrons au chapitre 7 que ce taux semble suffisant pour garantir l'obtention d'histogramme corrects.

Au niveau des temps de calcul, cette segmentation est relativement lente lorsque de nombreuses petites fibres sont présentes sur l'image. L'obtention d'une part des marqueurs direction par direction dans le cas des images relativement bruitées et d'autre part du masque de propagation peuvent prendre jusqu'à 10 minutes par image. Il est à noter que sans la méthode proposée au chapitre 2, ces temps de calculs devraient être multipliés par 2 ou 3. Le reste des opérations (segmentation des grosses fibres, propagation), peuvent prendre un temps de l'ordre de 5 à 7 minutes par image. On obtient finalement des temps de calculs de l'ordre de 15 minutes par image dans le pire des cas, sur station de travail. Nous avons fait quelques efforts pour optimiser ce point, mais un certain travail est encore nécessaire.

Notre premier objectif était de montrer que la segmentation des images de fibres à plat et la mesure des diamètres des fibres segmentées étaient possibles et réalisables. De ce point de vue l'étude paraît un succès. Nous avons montré d'autre part que la mesure de la longueur des fibres visible dans le champ était également possible. Au chapitre suivant, nous montrerons que nous pouvons à partir de ces données estimer statistiquement la longueur moyenne *totale* des fibres par classe de diamètre, ce qui nous permettra de construire un ensemble d'histogrammes de diamètre de fibres possédant diverses pondérations. Il est certain qu'une grande quantité de travail est encore nécessaire pour faire passer la méthode proposée du laboratoire à l'usine : on devra en particulier diviser le temps de traitement obtenu jusqu'à présent par un facteur de l'ordre de 10. Comparé avec ce qui a déjà été réalisé, ce problème est toutefois plus de l'ordre d'un problème technique qu'un problème fondamental.

Chapitre 6

Estimation statistique de la longueur des fibres

Jusqu'à présent, nous nous sommes intéressés à la segmentation d'images de fibres, et à la mesure de leur diamètre (ou largeur) par des méthodes directes, sur les images segmentées. Dans ce chapitre nous allons tenter de résoudre le problème délicat que constitue la mesure de la longueur de ces fibres, lorsqu'elles apparaissent à plat dans le champ de mesures. Ce problème est délicat, car comme nous l'avons vu, une grande partie des fibres que nous comptons mesurer ont au moins une de leurs extrémités en dehors du cadre de mesures. Les méthodes de mesures directes sont donc exclues; on va devoir utiliser des méthodes statistiques afin d'obtenir une estimation.

Dans une première section, nous allons préciser quels sont nos besoins en matière de mesures de longueur de fibres et comment nous comptons aborder ce problème. Une seconde section présentera les méthodes statistiques que nous allons utiliser. Une section suivante nous donnera l'occasion de montrer les résultats obtenus sur des simulations.

L'aide et la direction de Dominique Jeulin ont été constants pendant le travail sous-jacent à ce chapitre. La lecture de son travail de Doctorat d'État [Jeu91], des œuvres de Serra [Ser82] et de Matheron [Mat75] a précisé les notions.

6.1 Notations communes

Dans la suite de cet exposé nous utiliserons un certain nombre de notations communes, particulières à ce chapitre, que nous explicitons ici :

- D est un diamètre,
- L est une longueur,
- \mathcal{L} est un périmètre,
- A est une surface,
- θ est une densité surfacique ou volumique (nombre par unité de surface, ou de volume),
- $f(D, \dots)$ est une densité de probabilité (normalisée) sans dimension,
- $N(D)$ est une fréquence (un nombre entier) pour un diamètre donné D . N_L , N_S , N_V sont des fréquences pondérées respectivement par la longueur, la surface et le volume des fibres.

6.2 Position du problème

Lorsque l'on cherche à caractériser une population de fibres, leur longueur n'est pas moins importante que leur diamètre, au moins sur le plan théorique. La mesure de la longueur est donc souvent nécessaire.

On définit couramment une fibre comme un objet plus long que large d'un certain facteur (souvent 3). Par conséquent, le fait qu'une extrémité de fibre tombe à l'extérieur du champ de mesures est moins susceptible d'entraver la mesure du diamètre de la fibre que celle de sa longueur. En effet, si l'échelle de grandissement choisie est judicieuse on peut faire en sorte que le diamètre moyen des fibres à mesurer soit petit devant des dimensions du champ de mesures, mais assez grand de manière à conserver une précision suffisante. Pour mesurer directement le diamètre d'une fibre, il suffit que ses deux bords soient visibles dans le champ de mesures, alors que pour pouvoir mesurer sa longueur, elle doit être en première approximation entièrement comprise dans le champ. La figure 6.1 aide à préciser ce point.

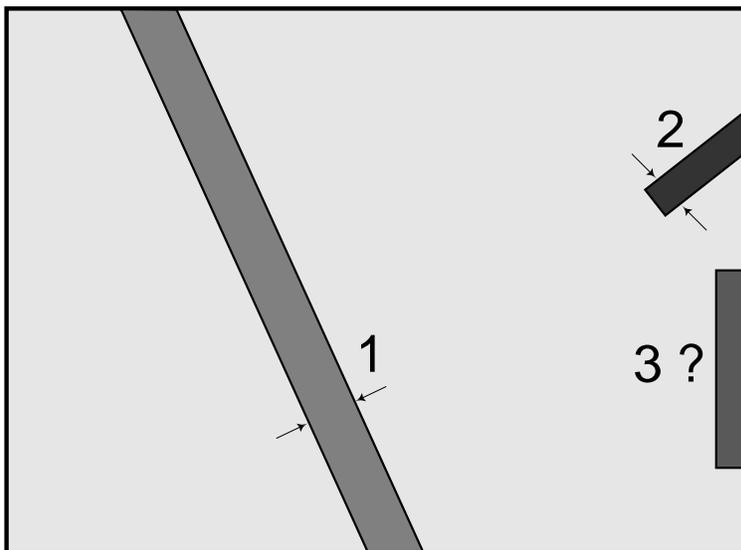


FIG. 6.1: *Mesure du diamètre d'une fibre.*

Sur cette figure, les fibres 1 et 2 ont un diamètre mesurable directement ; leur longueur est inaccessible. On ne peut rien dire de la fibre 3 : la dimension visible est-elle son diamètre ou sa longueur ? Pour le savoir on a besoin de voir une longueur de fibre plus grande que son diamètre.

Suivant les cas, la mesure de la longueur des fibres est plus ou moins facile. Pour effectuer cette mesure, on est forcé ou bien de choisir une échelle de grandissement telle que la plupart des fibres soient entièrement comprises dans le champ, ou bien de recourir à une double mesure, faisant appel à deux échelles de grandissement : une pour la longueur et une pour le diamètre. Si les fibres sont relativement courtes en moyenne (mettons, $L < 10D$), alors la première solution peut être valable. On perdra nécessairement en précision dans la mesure du diamètre, mais cela peut ne pas être un problème. Si un grand nombre de fibres sont beaucoup plus longues qu'elles ne sont larges, alors cette première solution n'est sans doute pas applicable, et on doit recourir à la double mesure.

Dans le cas d'un opérateur humain, cette double mesure est pénible, mais possible, car l'œil humain segmente la scène visible pratiquement en temps réel. Cette procédure implique de choisir une fibre à mesurer dans le champ visible, de changer le grandissement et éventuellement la position de la fibre dans le champ jusqu'à ce que celle-ci y soit entièrement comprise, de mesurer la longueur, puis de changer le grandissement jusqu'à ce que le diamètre de cette fibre se présente de façon convenable pour que la mesure de celui-ci puisse s'opérer avec une bonne précision, et enfin d'effectuer cette mesure. Ceci est à répéter pour chaque fibre. On espère que cet opérateur dispose d'un appareillage automatique qui adapte les mesures effectuées sur une tablette ou un écran au grandissement courant, de telle manière qu'aucune conversion de calibration ne soit nécessaire.

Pour un automate artificiel, cette double mesure reste sans doute dans le domaine du possible, mais devient très lourde à effectuer et très coûteuse en temps. Comme on a pu s'en convaincre dans les chapitres précédents, la segmentation automatique d'une scène de fibres même relativement simple prend du temps. Même en imaginant une bonne transmission de l'information obtenue à chaque étape de grandissement, même en imaginant des schémas de changements de grandissement plus habiles que ceux qu'utilisent la plupart des opérateurs humains, il est certain qu'on n'évitera pas des segmentations multiples de la même fibre, de plus en plus difficiles a priori au fur et à mesure que l'échelle grandit car le nombre de fibres visibles grandit alors également et ces mêmes fibres deviennent plus difficilement visibles par suite de la perte de résolution. De plus la réalisation du dialogue entre l'instrument qui permet la visualisation (microscope, caméra,...) et le programme d'analyse d'images est un problème qui échappe totalement au domaine de cette étude, mais qui est totalement indispensable au bon déroulement de cette opération.

Cependant si l'on souhaite mesurer aussi bien la longueur des fibres que leur diamètre, dans le cas des grandes longueurs relatives on est forcé d'adopter cette méthode. Il est des cas cependant où une telle mesure n'est pas vraiment praticable. Pour donner une idée des ordres de grandeurs du nombre de mesures nécessaires, supposons une population de fibres semblable à celle qui a motivé cette étude, c'est à dire une population dont les diamètres varient dans une grande proportion (de 1 à 10 ou de 1 à 100 par exemple), dont les longueurs et les diamètres ne sont pas corrélées, et dont les longueurs varient aussi dans les mêmes proportions. Supposons que nous souhaitions obtenir un histogramme des diamètres seuls, en acceptant pour simplifier que nous nous contentions de 10 classes de diamètres. Afin d'obtenir un résultat fiable de l'ordre de quelques pour-cents pour chaque classe, alors chacune des classes doit exhiber une fréquence de l'ordre de la centaine en moyenne. Pour obtenir un histogramme correct, on doit donc effectuer environ 1000 mesures, ce qui est encore raisonnable. Si on désire en plus connaître indépendamment l'histogramme des longueurs, selon le même raisonnement, en supposant également que 10 classes de longueur soient suffisantes, 1000 autres mesures sont nécessaires. Si on recherche l'histogramme bivariable, dans le cas général il faut $10 \times 10 \times 100 = 10^4$ mesures pour obtenir un résultat fiable. Avec une estimation optimiste de l'ordre de 1 minute pour mesurer chaque fibre, cela implique une semaine complète de calculs et d'utilisation intensive de l'instrument. Ceci n'est pas très efficace.

En fait, la connaissance de l'histogramme bivariable n'est pas une nécessité absolue dans tous les cas. On a parfois besoin de la longueur des fibres pour pondérer un histogramme de diamètres par exemple par la longueur des fibres (pour comparer à un histogramme obtenu à partir de coupes), ou encore par leur surface (problèmes physiques où la surface des fibres est importante : solubilité, capillarité, capacité d'absorption...) ou enfin par leur volume (masse). Dans tous ces cas, la connaissance de la longueur *moyenne* par classe de diamètres

est suffisante. Si $N(D)$ est la fréquence du diamètre D , si $L_D(j)$ est la longueur de la fibre j de diamètre D , si $L = \sum_D \sum_j L_D(j)$ est la longueur totale de toutes les fibres mesurées pour tous les diamètres et \bar{L} la longueur moyenne de toutes ces fibres, alors la fréquence de D pondérée par la longueur (par exemple), notée $N_L(D)$ vaut :

$$N_L(D) = \frac{\sum_j L_D(j)}{L} N(D) = \frac{\bar{L}(D)}{\bar{L}} N(D) \quad (6.1)$$

On obtiendra de la même façon, dans le cas de fibres cylindriques de section circulaire, une pondération par la surface des fibres par :

$$N_S(D) = \frac{\frac{\pi}{2} D^2 + D \bar{L}(D)}{\sum_d (\frac{\pi}{2} d^2 + d \bar{L}(d))} N(D) \quad (6.2)$$

on peut négliger $\frac{\pi}{2} D^2$ et $\frac{\pi}{2} d^2$ par rapport à $d \bar{L}(d)$ si les fibres sont assez longues. Enfin on a une pondération par le volume par :

$$N_V(D) = \frac{D^2 \bar{L}(D)}{\sum_d d^2 \bar{L}(d)} N(D) \quad (6.3)$$

L'obtention de la longueur moyenne par classe de diamètres peut se faire par une accumulation de mesures directes bien entendu, mais on retombe alors dans les problèmes générés soit par le manque de précision, soit sur la nécessité de réaliser des doubles mesures et on n'a alors pas progressé.

D'autre part il est bien connu que faire des granulométries par mesures directes de grandeurs physiques sur des images nécessite d'être prudent. Pour une taille de champ fixe et une famille de particules de taille variable, plus une particule est grande et plus elle a de chance d'intersecter le bord du champ et donc de n'être pas mesurable (une ou plusieurs de ses dimensions ne sont plus accessibles : cas d'une fibre avec une extrémité en dehors du champ par exemple). L'histogramme que l'on obtiendrait en accumulant uniquement les mesures possibles serait donc biaisé, puisque comportant comparativement moins de particules de grandes tailles que de petites tailles. On doit donc avoir recours à des méthodes statistiques pour corriger ce biais (type méthode de Miles-Lantuéjoul [Mil74] [Lan78]).

Compte tenu de ces remarques, nous allons présenter maintenant un ensemble de méthodes statistiques qui permettent d'estimer sans biais à la fois la fréquence des diamètres de notre population de fibres et la longueur moyenne de ces mêmes fibres par classe de diamètres, sans nécessiter d'autre information que celle fournie par un ensemble de champs de mesures répartis sur l'échantillon, tous pris dans les mêmes conditions de grandissement.

6.3 Exposé des méthodes statistiques

6.3.1 Hypothèses préliminaires

Dans le cadre de ce chapitre, le terme « fibre » désignera un objet cylindrique allongé à section circulaire, apparaissant, projeté sur un plan, comme l'intersection d'un objet rectangulaire avec un champ de mesures. Cette hypothèse est plus une simplification qu'une limitation. En pratique les fibres minérales d'isolation, qui ont une courbure faible pour la majorité d'entre elles et un diamètre quasi-constant, peuvent effectivement être assimilées à

des cylindres en première approximation. Des fibres comme celles utilisées en renforcement, les fibres textiles synthétiques style viscose ou encore celles d'amiante sont encore de meilleures approximations de cylindres. La majorité des fibres végétales, par contre, ne peuvent entrer dans ce modèle.

On cherche à examiner un dépôt de fibres ainsi définies sur un support plan. On suppose que la concentration de fibres ainsi déposées n'est pas trop importante, de telle manière que l'on continue à observer une partie du support en dessous du dépôt de fibres.

Nous allons supposer que nous avons appliqué les méthodes des chapitres précédents et que nous sommes en mesure de segmenter complètement les fibres présentes sur le champ de mesures. Ceci signifie explicitement que nous sommes capables de séparer et de reconstruire complètement et individuellement toutes les fibres contenues dans le champ de mesures et dans la limite de celui-ci. Ceci implique de pouvoir mesurer directement le diamètre de chacune de ces fibres et de les classer en fonction de celui-ci.

On suppose enfin que le dépôt de fibres est un processus stationnaire (invariant par translation).

6.3.2 Méthode 1 : accumulation de surface

La méthode que nous allons présenter maintenant ne suppose rien de plus que les hypothèses de base exposées plus haut.

Soit une fibre i de diamètre D , de longueur L_i et d'aire A_i . Nous avons :

$$\mathcal{L}_i = 2(D + L_i)$$

Si l'on additionne les périmètres de toutes les fibres d'un diamètre donné D , on a :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(D) &= \sum_i \mathcal{L}_i \\ &= 2N(D)[D + \bar{L}(D)] \end{aligned}$$

$\bar{L}(D)$ est la longueur moyenne des fibres de diamètre D . $\bar{L}(D)$ est obtenu par :

$$\left\| \bar{L}(D) = \frac{\mathcal{L}(D)}{2N(D)} - D \right. \quad (6.4)$$

D'autre part nous avons :

$$\begin{aligned} A(D) &= \sum_i A_i \\ &= \sum_i DL_i \\ &= N(D) \left[D \frac{\sum_i L_i}{N(D)} \right] \\ &= N(D) D \bar{L}(D) \end{aligned}$$

En substituant l'équation 6.4 dans cette égalité, il vient :

$$A(D) = \frac{D\mathcal{L}(D)}{2} - D^2N(D)$$

Et en extrayant $N(D)$ on obtient :

$$\| N(D) = -\frac{A(D)}{D^2} + \frac{\mathcal{L}}{2D} \quad (6.5)$$

On peut donc obtenir $\mathcal{L}(D)$ à partir de $A(D)$ et $N(D)$ et donc \bar{L} par l'équation 6.4. Une estimation plus robuste de $\bar{L}(D)$ est cependant donnée par :

$$\| \bar{L}(D) = \frac{A(D)}{DN(D)} \quad (6.6)$$

Ces équations sont valables lorsque l'on a une connaissance totale sur les fibres du dépôt. Cependant les variables $A(D)$ et $N(D)$ sont additives. Si le processus de dépôt de fibres est stationnaire (en particulier si le dépôt et l'échantillonnage de champs ne sont pas tous les deux périodiques), on peut faire l'hypothèse qu'en sommant les $A(D)$ et $N(D)$ partiels visibles sur un grand nombre de champs, on obtiendra un résultat statistiquement valable.

Dans cette hypothèse, il ne nous reste donc qu'à considérer $A(D)$ et $N(D)$ champ par champ.

Cela signifie que l'on obtient $N(D)$ (fréquence non biaisée des fibres de diamètre D) et $\bar{L}(D)$ en mesurant et en sommant l'aire visible de chaque fibre de diamètre D , ainsi que leur périmètre également visible, ce qui semble assez aisé. Toutefois, il ne faut pas crier victoire trop vite, car l'équation 6.5 est numériquement instable. En effet il s'agit d'une différence de deux termes positifs pouvant tous deux devenir grands. De plus le périmètre d'un objet binaire sur une image discrète est une mesure approchée compte tenu de la digitalisation [CC85, page 115]. Il est cependant possible de remédier à ce défaut en considérant la valeur théorique de $N(D)$ dans tous les cas importants. En effet, pour une fibre unique dans une image unique, en appliquant l'équation 6.6 :

– Dans le cas où la fibre considérée est entièrement visible, on a pour la fréquence $N(D)$:

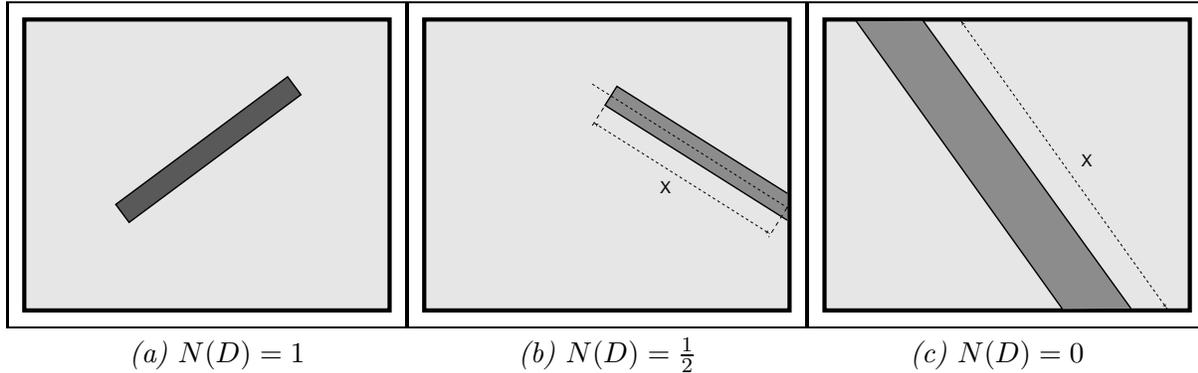
$$\begin{aligned} N(D) &= \frac{2(D+L)}{2D} - \frac{LD}{D^2} \\ &= 1 + \frac{L}{D} - \frac{L}{D} \\ &= 1 \end{aligned}$$

– Pour une fibre ne possédant qu'une de ses extrémités dans le champ, si X est la moyenne des longueurs des côtés de la partie de fibre visible (voir figure 6.2b), on a par un simple raisonnement de géométrie :

$$\begin{aligned} N(D) &= -\frac{XD}{D^2} + \frac{2X+D}{2D} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

– Pour une fibre dont aucune extrémité n'apparaît dans le champ, de la même manière, si X est la longueur d'un des côtés de la fibre (voir figure 6.2c), on a :

$$\begin{aligned} N(D) &= -\frac{XD}{D^2} + \frac{2X}{2D} \\ &= 0 \end{aligned}$$

FIG. 6.2: Valeurs théoriques de $N(D)$.

En sommant sur l'ensemble des champs d'échantillonnage, on obtient donc $N(D)$ en considérant la moitié du nombre d'extrémités de fibres du diamètre D présent sur tout l'échantillonnage. Cela revient à estimer le nombre de fibres de diamètre D en considérant la moitié du nombre d'extrémité de fibres du diamètre D , ce qui est intuitivement exact.

Pour mettre en œuvre cette méthode, il suffit donc, après l'étape de segmentation, de mesurer l'aire occupée sur le champ par chaque fibre, en comptant les parties recouvertes par les autres fibres ou par d'autres objets présents sur l'image (ce fait précisément rendu possible par la segmentation), et de mesurer le nombre d'extrémités de fibres présentes sur l'image. Ces données doivent être attribuées par classe de diamètres. On obtient ainsi des estimateurs sans biais de $\bar{L}(D)$ et de $N(D)$, qui permettent de construire tous les types d'histogrammes souhaitables.

Cette méthode est simple et robuste (aucune hypothèse sur la distribution des fibres en particulier). Sa contrepartie est que lorsque les fibres sont très longues le nombre d'extrémités visibles reste petit et donc $N(D)$ n'est pas fiable.

Cette méthode devient intuitivement évidente si on considère le cas d'un échantillonnage exhaustif par des champs adjacents, comme sur la figure 6.3.

Il est clair que dans ce cas, on a une connaissance totale sur toute fibre, même traversant plusieurs champs. Pour compter le nombre réel de fibres présentes sur tout l'échantillonnage, il suffit effectivement de compter le nombre d'extrémités rencontrées et de diviser par 2. La longueur d'une fibre de diamètre D s'obtient bien en divisant la surface cumulée de la fibre d'un champ sur l'autre, et en divisant par le diamètre. On retrouve précisément l'équation 6.6.

Au niveau des précautions à prendre dans l'application de cette méthode, on doit s'affranchir des effets de bords en ne considérant l'aire mesurée pour chaque fibre de diamètre D que dans le champ érodé par une boule de diamètre D également. Comme l'aire de ce champ réduit dépend du diamètre D considéré, il y a lieu d'en tenir compte lors de l'établissement de l'histogramme final.

6.3.3 Méthode 2 : intersection avec le champ de mesures

Cette méthode est un peu moins évidente que la première, mais ne réclame pas d'hypothèses supplémentaires.

De façon intuitive, on comprend bien que le nombre de fibres d'un diamètre donné pouvant être comptées sur un champ donné dépend d'abord de l'intensité de la distribution, du champ lui-même (plus il est grand, plus on a des chances de voir des fibres dedans), et des

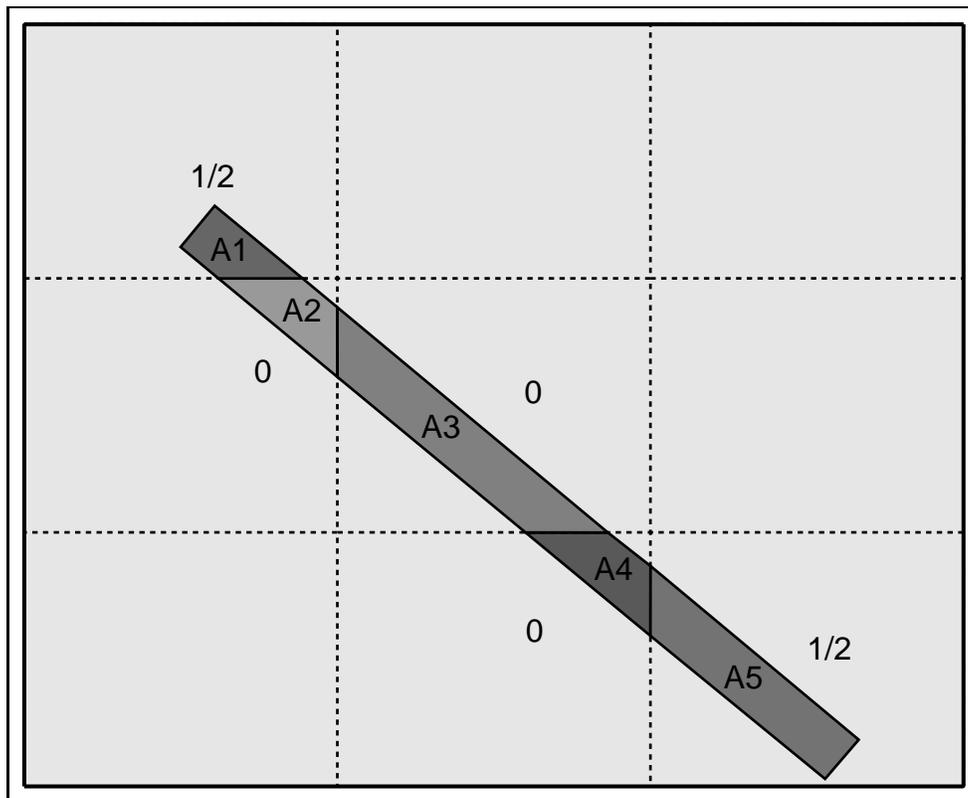


FIG. 6.3: Pour une fibre de diamètre D on peut retrouver la longueur vraie en accumulant l'aire dans chaque champ, et en comptant $1/2$ par extrémité rencontrée

caractéristiques des fibres (plus elles sont grandes et plus on a de chance qu'elles tombent dans le champ).

En fait le nombre moyen de fibres visibles dans le champ de mesures s'exprime simplement par :

$$\| \bar{N}(D, L) = \theta f(D, L) \bar{A}[F \oplus \mathcal{Z}] \quad (6.7)$$

où $\bar{N}(D, L)$ est le nombre de fibres dans le champ de mesures de diamètre D et de longueur L , θ la densité volumique de la distribution, $f(D, L)$ la densité de probabilité de la classe (D, L) ($\int f(D, L) dD dL = 1$) et $\bar{A}[F \oplus \mathcal{Z}]$ l'aire moyenne des fibres de cette classe dilatée par le champ de mesures \mathcal{Z} .

Si on suppose le champ de mesures rectangulaire, dilater une fibre aléatoirement orientée par \mathcal{Z} revient à considérer la moyenne des dilatations d'un rectangle fixe par un autre orienté dans toutes les directions. D'après Steiner, on peut décomposer cette dilatation par un rectangle en deux dilatations successives par des segments perpendiculaires de longueurs égales au petit côté du rectangle pour l'un et au grand côté pour l'autre.

On appelle $\Delta_X(\alpha)$ le segment structurant de taille X orienté selon α . On suppose son origine centrée.

On peut retrouver ainsi la formule de Steiner :

$$\begin{aligned}\overline{A}[F \oplus \mathcal{Z}] &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\mathcal{Z} \oplus \Delta_D(\alpha)) \oplus \Delta_L(\alpha + \frac{\pi}{2}) d\alpha \\ &= A(\mathcal{Z}) + DL + \frac{1}{\pi} \mathcal{L}(\mathcal{Z})[D + L]\end{aligned}$$

Finalement, en intégrant sur l'ensemble des L possibles, on a :

$$\left\| \overline{N}(D) = \int_L \overline{N}(D, l) dl = \theta f(D) [A(\mathcal{Z}) + D\overline{L}(D) + \frac{1}{\pi} \mathcal{L}(\mathcal{Z})[D + \overline{L}(D)]] \right. \quad (6.8)$$

où $\mathcal{L}(\mathcal{Z})$ est le périmètre du champ de mesures, $f(D)$ la fréquence du diamètre D et $A(\mathcal{Z})$ la surface du champ de mesures.

Il est intéressant de s'arrêter un instant sur l'équation 6.8. En effet cette équation est celle qui va nous permettre plus loin d'estimer et de corriger le biais que l'on introduit en construisant un histogramme à partir des mesures directes de diamètres de fibres sur l'ensemble de l'échantillonnage. On constate que le nombre de fibres par champ dépend bien sûr des caractéristiques du champ (taille et forme), mais aussi du diamètre des fibres (ce qui n'est pas très surprenant) et de leur *longueur*. La dépendance du diamètre des fibres est la correction à laquelle on pense le plus souvent. Elle exprime le fait que pour mesurer le diamètre d'une fibre, on a besoin d'en voir les deux bords. On ne pense pas toujours au biais introduit par la longueur de chaque fibre. Plus une fibre est longue, et plus on a de chance de la retrouver dans un champ pris au hasard sur le dépôt de fibres. Cette probabilité est indépendante de la méthode d'échantillonnage si le processus de dépôt de fibre est stationnaire. En particulier on ne se débarrasse pas du biais introduit par la longueur moyenne des fibres par classe de diamètres simplement en prenant un échantillonnage très peu dense, contrairement à une idée reçue [Deg91], sous prétexte qu'une fibre rencontrée une fois a très peu de chance d'être rencontrée une seconde fois. Si les fibres sont en moyenne longues, on les rencontrera plus souvent que si elle sont en moyenne courtes, quelle que soit la façon d'échantillonner.

De l'équation 6.8 on peut déduire $\overline{L}(D)$ et $\theta f(D)$, les deux quantités que l'on recherche. C'est une équation à deux inconnues qui dépend des caractéristiques du champ de mesures, où seules $\overline{L}(D)$ et $\theta f(D)$ n'y sont pas mesurables ou connues directement. On doit donc rechercher à résoudre un système de deux équations, en faisant varier les caractéristiques du champ de mesures, par exemple en prenant avec les mêmes données d'entrée les données sur le champ complet et sur la moyenne de 4 quarts de champs identiques, ou de deux demi-champs également identiques. La résolution du système linéaire est triviale et donne le résultat suivant, pour un diamètre D donné :

$$\left\| \overline{L}(D) = \frac{N_1[A(\mathcal{Z}_2) + \frac{\mathcal{L}(\mathcal{Z}_2)D}{\pi}] - N_2[A(\mathcal{Z}_1) + \frac{\mathcal{L}(\mathcal{Z}_1)D}{\pi}]}{N_2[D + \frac{\mathcal{L}(\mathcal{Z}_1)}{\pi}] - N_1[D + \frac{\mathcal{L}(\mathcal{Z}_2)}{\pi}]} \right. \quad (6.9)$$

où N_i est le nombre de fibres effectivement rencontrées dans l'ensemble des champs de type i (champ complet ou demi-champ...), de même $\mathcal{L}(\mathcal{Z}_i)$ est le périmètre de ce même champ et $A(\mathcal{Z}_i)$ son aire.

Une fois que l'on a $\overline{L}(D)$, il vient :

$$\left\| \theta f(D) = \frac{N_i(D)}{A(\mathcal{Z}_i) + D\bar{L}(D) + \frac{1}{\pi}\mathcal{L}(\mathcal{Z}_i)[D + \bar{L}(D)]} \right. \quad (6.10)$$

L'équation 6.9 donnant $\bar{L}(D)$ est encore une fois numériquement instable, constituée d'une fraction de deux différences. Heureusement on peut dans une certaine mesure contrôler le résultat du calcul en utilisant non pas seulement 2 types de champs sur les mêmes données pour effectuer le calcul, mais 3 ou 4. On obtient ainsi plus de résultats possibles de $\bar{L}(D)$ en croisant les systèmes à résoudre et on peut vérifier ainsi leur cohérence.

Cette méthode donne d'excellents résultats en ce qui concerne $\theta f(D)$. En effet, malgré l'imprécision relative sur $\bar{L}(D)$, le terme $A(\mathcal{Z}_i)$ domine au dénominateur, et ce terme est fixe.

Il est à noter que l'on peut remonter à la valeur de $f(D)$ connaissant tous les $\theta f(D)$ pour tout D , car $\sum_D f(D) = 1$.

La mise en œuvre de cette méthode est très simple : il suffit de compter le nombre de fibres indépendantes qui tombent dans le champ complet de mesures, et dans chacun des sous-champs définis, et ensuite d'appliquer les équations 6.9 et 6.10. On peut effectuer ces comptages en même temps que ceux requis par la méthode par accumulation de surface (méthode 1). On doit prendre les mêmes précautions pour cette méthode que pour la méthode 1 (effets de bord).

6.3.4 Méthode 3 : schéma Booléen

Cette méthode est la plus complexe parmi celles que nous présentons, et réclame une hypothèse supplémentaire : on suppose que le dépôt des fibres sur le support d'observation est un processus ponctuel de Poisson, c'est à dire que chaque fibre se dépose sur ce support indépendamment de toutes les autres, sans orientation ni positionnement préférentiel.

En fait, comme on ne considère le dépôt de fibres ainsi réalisé non dans son ensemble, mais diamètre par diamètre, on n'a besoin de cette hypothèse que pour chacune des classes de diamètres, ce qui est moins exigeant. Suivant les procédés employés pour obtenir le dépôt de fibres final, cette hypothèse sera plus ou moins facile à vérifier. Par exemple en suspension aqueuse des fibres de verre peuvent s'attirer électrostatiquement ; en revanche il paraît peu probable que cette attraction s'opère préférentiellement diamètre par diamètre. D'autre part un processus de dépôt peut physiquement ne pas suivre un processus de Poisson (au sens où des attractions ou des répulsions entre objets existent) et en avoir toutes les caractéristiques (elle peuvent par exemple toutes se compenser). Enfin le caractère Poissonien d'une tessellation n'est pas toujours facile à repérer, au moins visuellement [Ser82]. Pour vérifier notre méthode nous aurons besoin d'un test.

D'après Matheron [Mat67], dans le cas d'un schéma Booléen à deux dimensions on a le résultat théorique suivant :

Theorème 6.1 *Soit X un ensemble de \mathbb{R}^2 , constitué de l'union d'une famille de grains primaires X' convexes disposés selon un processus de Poisson d'intensité θ . Si B est un compact de \mathbb{R}^2 , alors la probabilité que B tombe entièrement à l'extérieur de X vaut :*

$$\left\| Q(B) = PB \subset X^c = \exp[-\theta\bar{A}(X' \oplus B)] \right. \quad (6.11)$$

On trouvera une excellente démonstration de ce théorème dans le cours de Ch. Lantuéjoul sur les modèles aléatoires [Lan92].

Ce résultat remarquable permet de caractériser notre distribution. En effet, dans le cas qui nous intéresse, si X est généré par une famille de fibres de la même classe de diamètres D , et si on prend pour B une famille de disques de diamètres r , on obtient :

$$\bar{A}(X' \oplus B(r)) = \bar{L}D + 2r[\bar{L} + D] + \pi r^2 \quad (6.12)$$

La figure 6.4 explicite ce résultat.

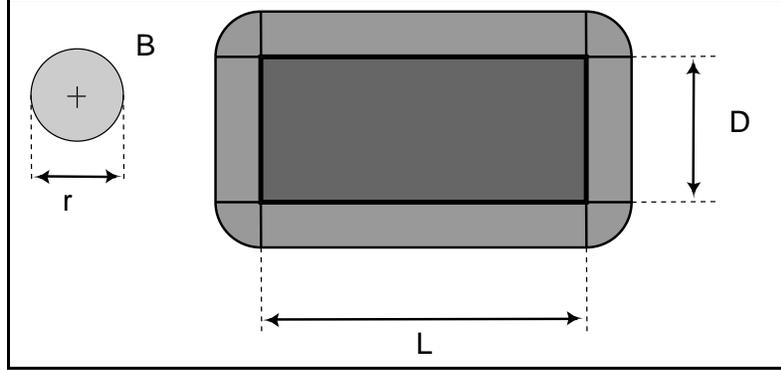


FIG. 6.4: Dilatation d'un rectangle par un disque.

En injectant 6.12 dans 6.11 et en posant :

$$q = \exp[-\theta f(D)\bar{L}(D)] \quad (6.13)$$

équation obtenue en prenant un point pour B , on a :

$$\frac{1}{r} \ln \frac{Q(B(r))}{q} = -\theta f(D)[2\bar{L} + D] + \pi r \quad (6.14)$$

Dans cette équation, on peut estimer $Q(B(r))$ sans biais assez facilement en mesurant l'aire relative A_A de la dilatation de X par $B(r)$ dans l'ensemble des champs de mesure de l'échantillonnage (l'aire relative de X dans le champ de mesures est l'aire de X divisée par l'aire totale du champ) :

$$Q(B(r))^* = 1 - A_A(X \oplus B(r)) = A_A(X^c \ominus B(r))$$

Cette estimation se comprend bien si on se rappelle de la définition première de $Q(B(r))$ qui est la probabilité de $B(r)$ de ne pas intersecter X .

Dans le second membre de l'équation 6.14, on connaît tous les paramètres sauf $\theta f(D)$ et \bar{L} , qui sont ceux que l'on recherche. On constate que ce second membre apparaît comme une équation du premier degré en r . De l'estimation de $Q(B(R))$ pour différents r on doit donc obtenir une droite en r dont la pente et l'ordonnée à l'origine nous permettront d'estimer les paramètres recherchés : si a est l'ordonnée à l'origine de la droite obtenue, et si b est la pente de cette même droite, alors :

$$\left\| \begin{array}{l} \bar{L}(D) = \frac{a\pi}{2b} - D \end{array} \right. \quad (6.15)$$

$$\left\| \begin{array}{l} \theta f(D) = -\frac{b}{\pi} \end{array} \right. \quad (6.16)$$

Une fois qu'on a obtenu $\theta f(D)$ on peut retrouver $\bar{L}(D)$ à partir de l'équation 6.13, en effet :

$$\bar{L}(D) = -\frac{\ln q}{\theta f(D)D} \quad (6.17)$$

Ce qui permet d'opérer une vérification. Un très bon test de la validité de cette méthode est d'ailleurs de contrôler le fait que l'on obtient bien une droite lors de l'estimation de $Q(B(r))$. Si tel n'est pas le cas soit le nombre de champs d'échantillonnage est trop faible, soit le processus de dépôt des grains primaires n'est pas Poissonnien. On donne comme exemple les figures 6.5 et 6.6.

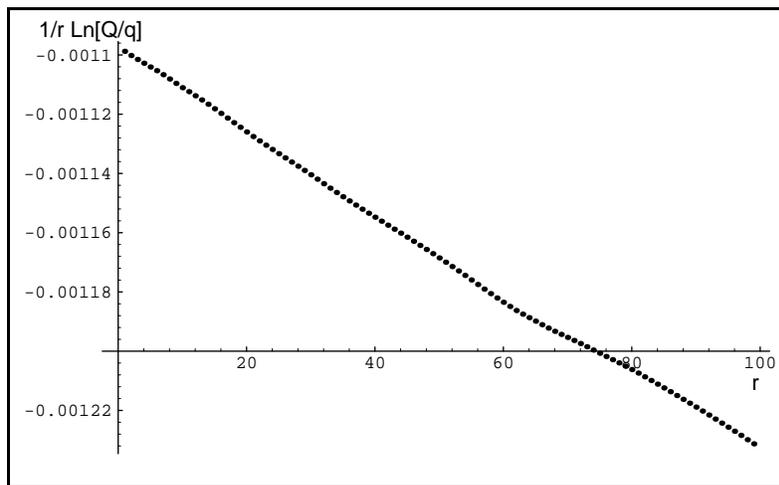


FIG. 6.5: Application de la méthode 3 à la simulation d'un processus de Poisson.

La figure 6.5 présente une droite quasi-parfaite. On constate que l'on a dans ce cas une bonne adéquation entre les dimensions estimées et les dimensions simulées.

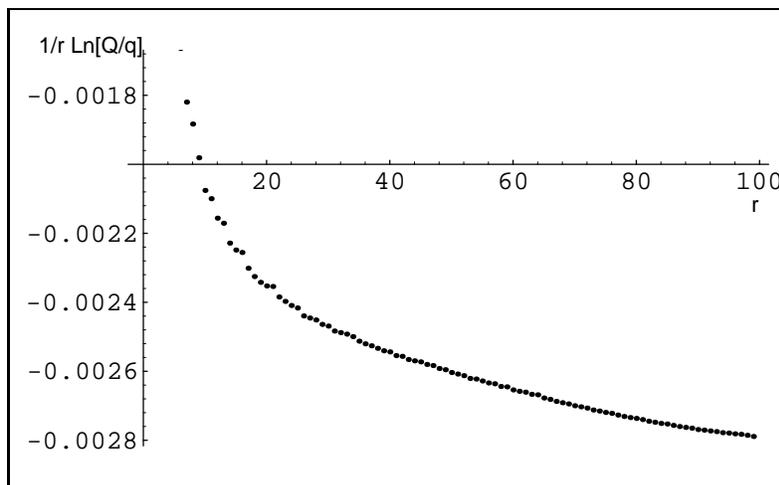


FIG. 6.6: Application de la méthode 3 à la simulation d'un processus non Poissonnien.

La figure 6.6 a été obtenue en simulant un dépôt non Poissonien. Plus précisément la loi du nombre de fibres simulée par champ était une loi « n succès suivis d'un échec » (en $\theta^n(1-\theta)$) au lieu d'être Poissonienne (en $e^{-\theta}(\theta)^n/n!$). On n'a pas simulé pour ce cas une interaction particulière entre fibres, autrement dit le résultat était visuellement indiscernable du cas Poissonien. On ne peut tracer de droite fiable par les points obtenus. Aucune estimation raisonnable de $\bar{L}(D)$ n'est possible.

Au niveau de la mise en œuvre il convient d'être à la fois efficace et prudent :

- On doit tenir compte de la correction de biais suite à une dilatation dans un cadre de mesures fini. Le résultat d'une dilatation par un élément structurant B dans un cadre de mesures C n'est utilisable que dans la partie du cadre qui n'est pas affectée par les effets de bords, soit dans $C \ominus B$, le cadre érodé par B .
- Comme il est nécessaire d'estimer $Q(B(r))$ avec un échantillonnage important, et qu'on doit obtenir pour chacun d'entre eux une aire relative pour un grand nombre de valeurs de r (typiquement 30 à 60), une bonne façon de procéder consiste à calculer la fonction distance euclidienne du fond de l'image X^c (voir chapitre B) . Par seuillages successifs on obtient les dilatés euclidiens de X de taille croissante extrêmement rapidement.
- On peut utiliser encore plus habilement l'idée de la fonction distance de la façon suivante : l'aire relative du fond érodé par la boule euclidienne de rayon r est égale au nombre de pixels dans la fonction distance du fond ayant un niveau de gris supérieur ou égal à r divisé par le nombre total de pixels de l'image. Le nombre de pixels ayant un niveau de gris supérieur ou égal à r est la valeur au rang r de l'histogramme cumulé en partant des niveaux de gris élevé des niveaux de gris de l'image. On peut donc obtenir directement l'ensemble des aires relatives du fond érodé par la boule euclidienne de rayon r pour tout r valide en une seule passe sur l'image.
- Enfin on obtient automatiquement la correction de biais suite à une dilatation dans un cadre de mesures fini si on impose au contour du cadre de faire partie de l'ensemble X . Le cadre sera ainsi érodé automatiquement par la fonction distance euclidienne, et l'effet de cette érosion sera inclus dans l'histogramme cumulé. On devra faire attention à tenir compte du fait que ce cadre devient de plus en plus petit en surface lorsque le niveau considéré croît dans le calcul de l'aire relative.

On note que cette méthode n'impose pas que les fibres d'une même classe de diamètres sur une même image soient segmentées entre elles, mais seulement par rapport aux fibres appartenant à une autre classe de diamètres (ce qui en pratique n'est pas très utile, sauf pour la simulation de telles images).

Lorsque toutes ces précautions sont prises l'estimation de $Q(B(r))/q$ devient très rapide, typiquement de 15 à 30 secondes par image, sur une simple station de travail, pour tous les r possibles sur cette image, par contre cette estimation doit être reprise pour chaque classe de diamètres présentes sur l'image. Si on estime le nombre de fibres par champ entre 3 et 5 en moyenne, on peut sans doute compter sur un temps de calcul de l'ordre de une à deux minutes en moyenne par champ. La figure 6.7 présente le résultat d'une simulation et de l'application de la fonction distance euclidienne sur cette image.

Une difficulté supplémentaire de la méthode 3 est qu'elle exige que les fibres considérées soient effectivement reconstruites sur l'image, alors que les méthodes 1 et 2 peuvent se contenter d'une reconstruction virtuelle, puisqu'elles fonctionnent par accumulation de surface (qui peut s'obtenir par mesure de la longueur dans le champ et mesure du diamètre) et détection d'extrémités pour l'une (méthode 1), et comptage du nombre de fibres pour la méthode 2.

La méthode 3, bien que plus prometteuse, demande donc un effort supplémentaire de

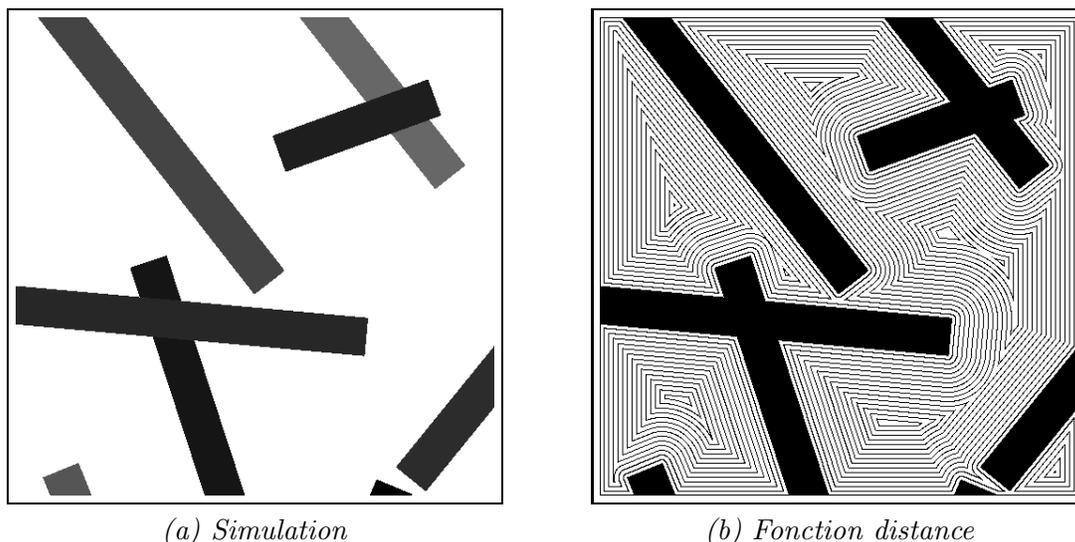


FIG. 6.7: Simulation d'un dépôt de fibres et lignes de niveaux de la fonction distance euclidienne obtenue.

segmentation.

6.4 Résultats

Avant d'appliquer ces méthodes sur des images réelles il a paru utile de les comparer entre elles, afin de définir quel sont les points forts et les points faibles de chacune.

Afin de vérifier la validité et les performances de toutes ces méthodes nous avons réalisé des simulations de dépôts de fibres suivant différentes méthodes. On appellera méthode 1 la méthode par accumulation de surface, la méthode 2 celle par intersection avec le champ de mesures et la méthode 3 la méthode du schéma Booléen.

Pour les méthodes 1 et 2, qui ne tiennent pas compte des champs vides de fibres, nous avons simplement réalisé des images de synthèse très simples, dans lesquelles on trouve systématiquement une et une seule fibre (donc d'un diamètre donné). Ce fait simule l'étape de segmentation. On a simulé une population de fibres de différents diamètres et longueurs, dont on maîtrise l'histogramme en diamètre et la longueur moyenne par diamètre.

Pour la méthode 3, qui tient compte des champs vides et ne nécessite pas que les fibres d'une même classe de diamètres soient segmentées, on a simulé un dépôt de Poisson complet, puis séparé les fibres par classe de diamètres. Le résultat est qu'on analyse des images sur lesquelles on ne voit soit aucune fibre, soit une ou plusieurs fibres mais toutes du même diamètre. Lorsqu'un dépôt est simulé et qu'aucune fibre d'un diamètre donné D n'apparaît, un champ vide est comptabilisé pour l'estimation de $Q(B(r))$ pour ce diamètre.

Pour pouvoir comparer les méthodes 1 et 2 avec la méthode 3, on a adapté la valeur de $\theta f(D)$ simulée pour la méthode 3 de telle manière que l'on obtienne en moyenne pour les trois méthodes le même nombre de fibres par champ. Pour ce faire on utilise simplement l'équation 6.8.

Les résultats sur 1000 images simulées sont reportés sur les figures 6.8 et 6.9. On a simulé sur des images 512×512 une population de fibres réparties en 5 classes de diamètres de 8 à

40 pixels, et de longueur répartie entre 120 pixels et 2000 pixels. La moyenne se situe donc à 1060 pixels, soit plus long que la diagonale du champ. On n'a donc aucun moyen autre qu'une méthode statistique pour estimer la longueur moyenne.

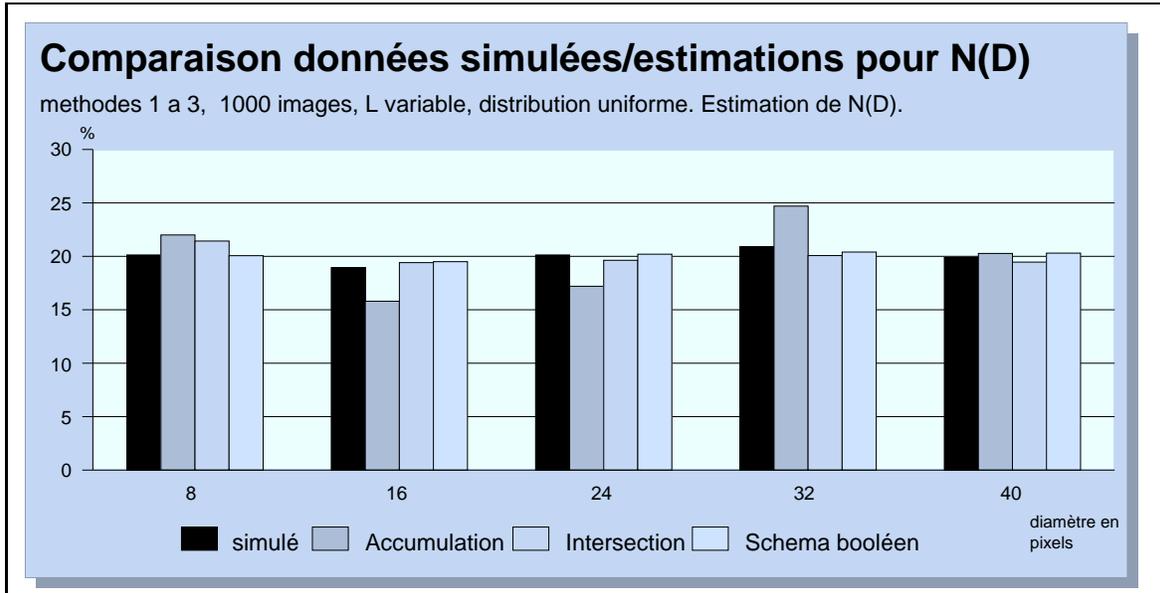


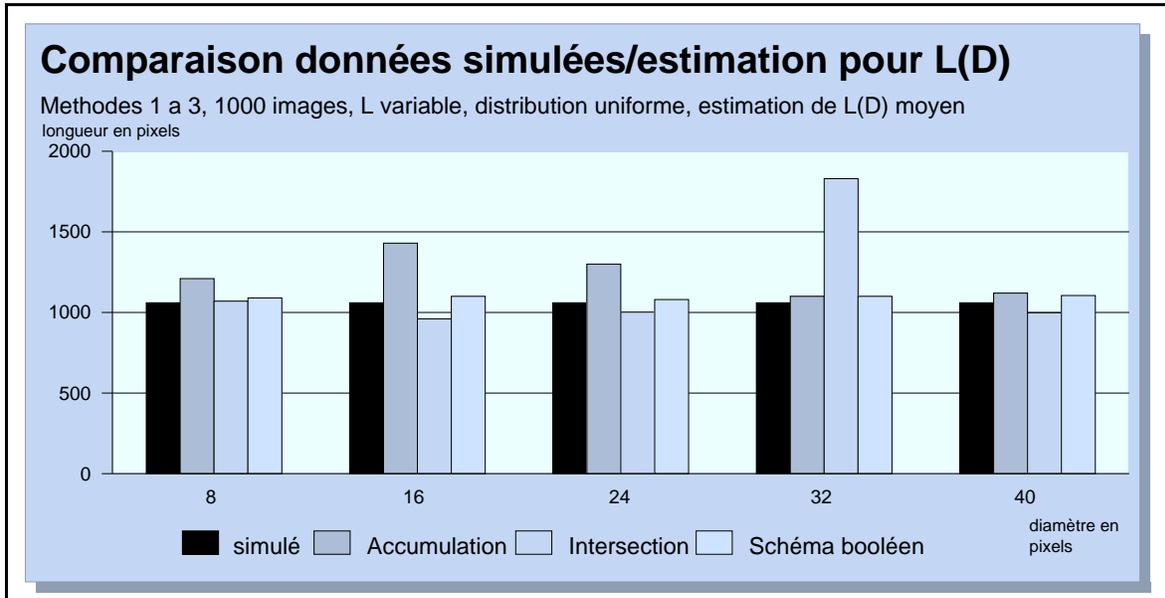
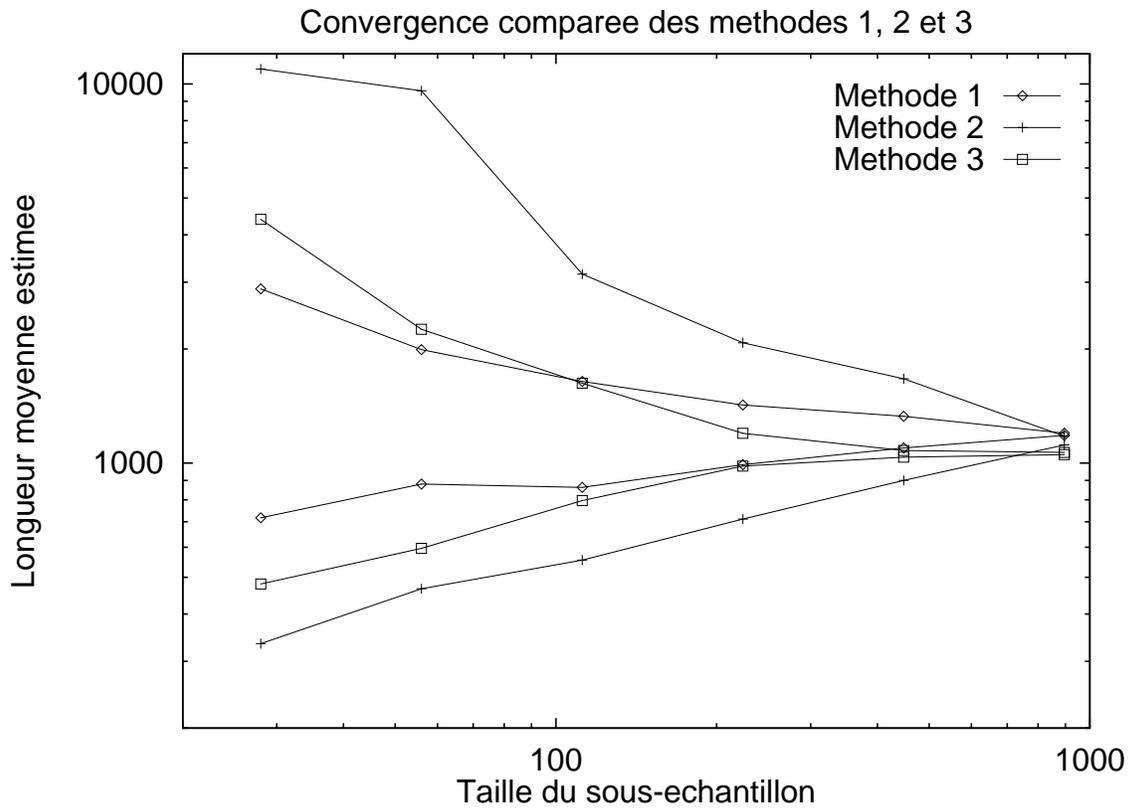
FIG. 6.8: Simulations. Résultats sur $N(D)$.

On constate plusieurs effets. Tout d'abord en ce qui concerne la correction de biais sur $N(D)$, la méthode 1 semble donner des résultats assez variables d'une classe à l'autre, alors que l'histogramme imposé est uniforme. Les méthodes 2 et 3 donnent des résultats plus stables. La méthode 3 donne les résultats les plus précis, même pour les petits diamètres.

En ce qui concerne l'estimation de $L(D)$, on constate que la méthode 1 donne des résultats qui varient dans les mêmes proportions que pour $N(D)$ ce qui n'est pas très étonnant vu la relation directe entre ces deux grandeurs pour cette méthode. On constate que comme on l'avait prévu, la méthode 2 est instable pour l'estimation de la longueur. La méthode 3 donne de loin les résultats les plus précis et les plus stables, avec une différence entre la valeur moyenne imposée et la valeur estimée ne dépassant pas quelques pour-cents.

On a également fait une étude de rapidité de convergence pour l'estimation de la longueur. On a simulé environ 1000 images comme précédemment, mais pour une seule classe de diamètres. La taille de cet échantillon est donc environ 5 fois plus grande que dans l'exemple précédent. On a ensuite sous-échantillonné en prenant des sous-ensembles aléatoires de taille croissante à l'intérieur de cet échantillon. On a ensuite déterminé les estimations minimales et maximales obtenues par chaque méthode pour chaque taille de sous-échantillonnage. Le graphique de la figure 6.10 en échelle Log-Log illustre les résultats obtenus.

On constate que la fiabilité de la méthode 2 est beaucoup moins bonne que celle des autres méthodes. Pour toutes les tailles d'échantillons, l'intervalle entre les valeurs extrêmes rencontrées est plus grand pour cette méthode que pour les autres. On constate que la méthode 1, malgré sa simplicité donne les meilleurs résultats pour les petits sous-échantillonnages. La méthode 3, plus complexe et donc sans doute plus sensible au manque de données ne devient meilleure que pour une taille d'échantillonnage supérieure à 100, taille d'échantillon

FIG. 6.9: Simulations. Résultats sur $L(D)$.FIG. 6.10: Simulations. Convergence de $\bar{L}(D)$.

pour laquelle on arrive à avoir une estimation acceptable de la longueur. Les trois méthodes convergent néanmoins vers une valeur semblable pour une grande taille d'échantillon, ce qui est le garant du fait que les méthodes décrites dans la section précédentes sont effectivement justes et utiles.

On se souvient que cette valeur minimale de taille d'échantillonnage est celle qu'on s'était fixé au début de ce chapitre comme ordre de grandeur pour obtenir une estimation correcte de l'histogramme des diamètres. L'obtention d'une estimation correcte de la longueur moyenne par classe de diamètres ne semble donc pas demander un effort supplémentaire au niveau de la taille de l'échantillon.

Conclusion

Au cours de cette étude nous nous sommes intéressés à l'estimation statistique de la longueur de fibres par classe de diamètres, les fibres étant projetées à plat sur une surface à deux dimensions, ainsi qu'à la correction du biais observé lorsque l'on mesure des fibres de dimensions variables dans un champ fixe. Nous avons montré qu'une telle estimation était possible, même quand la longueur des fibres dépassait en moyenne les dimensions du champ de mesures. Nous avons proposé 3 méthodes statistiques basées sur des hypothèses différentes.

- Nous avons vu que la première de ces méthodes réclamait des hypothèses simples et ne donnait jamais de résultats absurdes aussi bien sur l'estimation de la longueur des fibres que sur la correction du biais de mesures du diamètre, mais que ces résultats convergeaient relativement lente.
- De même nous avons montré que la deuxième méthode, supposant également les mêmes hypothèses peu exigeantes, fournissait une bonne correction de biais sur la mesure du diamètre des fibres mais une estimation instable de la longueur moyenne des fibres.
- Enfin nous avons observé que la troisième méthode, qui suppose un dépôt de fibres Poissonnien, donne d'excellents résultats aussi bien pour la correction de biais sur la mesure du diamètre que sur l'estimation de la longueur des fibres par classe de diamètres. La convergence rapide de cette méthode vers un résultat fiable est un précieux avantage. Cette méthode contient un test de conformité au processus de Poisson du dépôt de fibres. On sait donc quand l'utiliser ou non.

Nous avons vu qu'une estimation acceptable de la longueur moyenne des fibres par classe de diamètres était possible dans la pratique, car cette estimation ne semble pas nécessiter une taille d'échantillon supérieure à la taille requise pour une estimation du diamètre seul. Les méthodes statistiques proposées ne réclament en aucun cas de manipulations supplémentaires au moment de l'obtention des images de l'échantillon autres que celles déjà requises pour la mesure du diamètre seul. Employer ces méthodes ralentit bien sûr l'obtention des résultats finaux (de l'ordre de 1 minute pour les méthodes 1 et 2, sans doute un peu plus pour la méthode 3) par rapport à l'attitude qui consiste à ne pas appliquer de correction, mais il nous semble que la meilleure signification physique du résultat final obtenu grâce à elles vaut qu'on les considère sérieusement.

Au niveau du choix de la méthode, si on peut accepter l'hypothèse du modèle de dépôt Poissonnien, la troisième méthode est la meilleure pour une taille d'échantillon suffisante (on l'a vu, de l'ordre de 100 mesures par classe). Dans les cas où cette hypothèse n'est pas vérifiée, on peut utiliser la première méthode pour obtenir une estimation acceptable de la longueur moyenne des fibres, et la seconde, à partir de cette estimation, pour corriger le biais de mesures

du diamètre. Les méthodes 1 et 2 sont donc complémentaires. Comme elles convergent moins vite, on doit cependant s'attendre à devoir augmenter un peu la taille des échantillons si on utilise ces méthodes plutôt que la méthode 3.

Chapitre 7

Résultats

Dans ce chapitre nous allons présenter les résultats significatifs sous forme d'histogrammes que nous avons obtenus en appliquant les méthodes de segmentation proposées sur des images réelles de fibres minérales d'isolation industrielles. Nous ne présenterons pas de nouveau les résultats de segmentation obtenus, ceux-ci ayant été analysés aux chapitres concernés (chapitres 4 et 5). Nous assortirons ces histogrammes de quelques commentaires.

7.1 Fibres en coupe

Nous avons appliqué la méthode du chapitre 4, sur un MORPHOPERICOLOR, donc sans l'amélioration possible grâce à la fonction bissectrice. L'histogramme résultat est présenté en figure 7.1. Il a été réalisé sur des images de fibres de verre dite *IBR*, produit léger destiné à l'isolation thermique des bâtiments, dans une version de 1992.

La mesure manuelle a été effectuée sur station de travail avec un pointeur standard (souris) à la résolution de l'image (pas celle du microscope). La mesure automatique a distingué 1677 objets, la mesure manuelle 1602. La mesure automatique s'est déroulée en 3h30 environ (temps estimé) sur 118 images, soit une moyenne proche de 2 minutes par image. La mesure manuelle a pris 6h, répartis sur 2 jours (comptage effectué par l'auteur), et a été effectuée sur les mêmes images.

Mis à part les deux premières classes de diamètres, l'accord est bon. L'inversion des rapports entre les 2 premières classes peut s'expliquer d'une part par la faible précision du MORPHOPERICOLOR à ces diamètres (et donc l'appartition de sur-segmentation), et d'autre part par la présence effective de petites rayures brillantes apparues au polissage de l'échantillon sur une quarantaine des images disponibles, rayures que l'analyseur d'images a pris pour des petites fibres. Ces rayures n'avaient pas été prévues dans le programme (littéralement) et semblent très difficiles à distinguer des vraies fibres. Il est par contre possible de les éliminer avec une procédure de polissage plus précautionneuse. Les premiers essais comparatifs entre l'analyseur d'images et un comptage manuel avaient été effectués sur un échantillon exempt de telles rayures, et avaient montré un meilleur accord.

Jusqu'à un diamètre proche de 6 μm , la mesure automatique a eu tendance à sous-estimer quasi-systématiquement le nombre d'objets par classe, et à partir de cette même classe, à sur-estimer quasi-systématiquement le nombre d'objets par classe. Cela peut correspondre à une sous-estimation du diamètre jusqu'à 6 μm et à une sur-estimation de cette mesure à partir de ce diamètre. La cause de cette différence n'est pas très claire. Il peut très bien s'agir

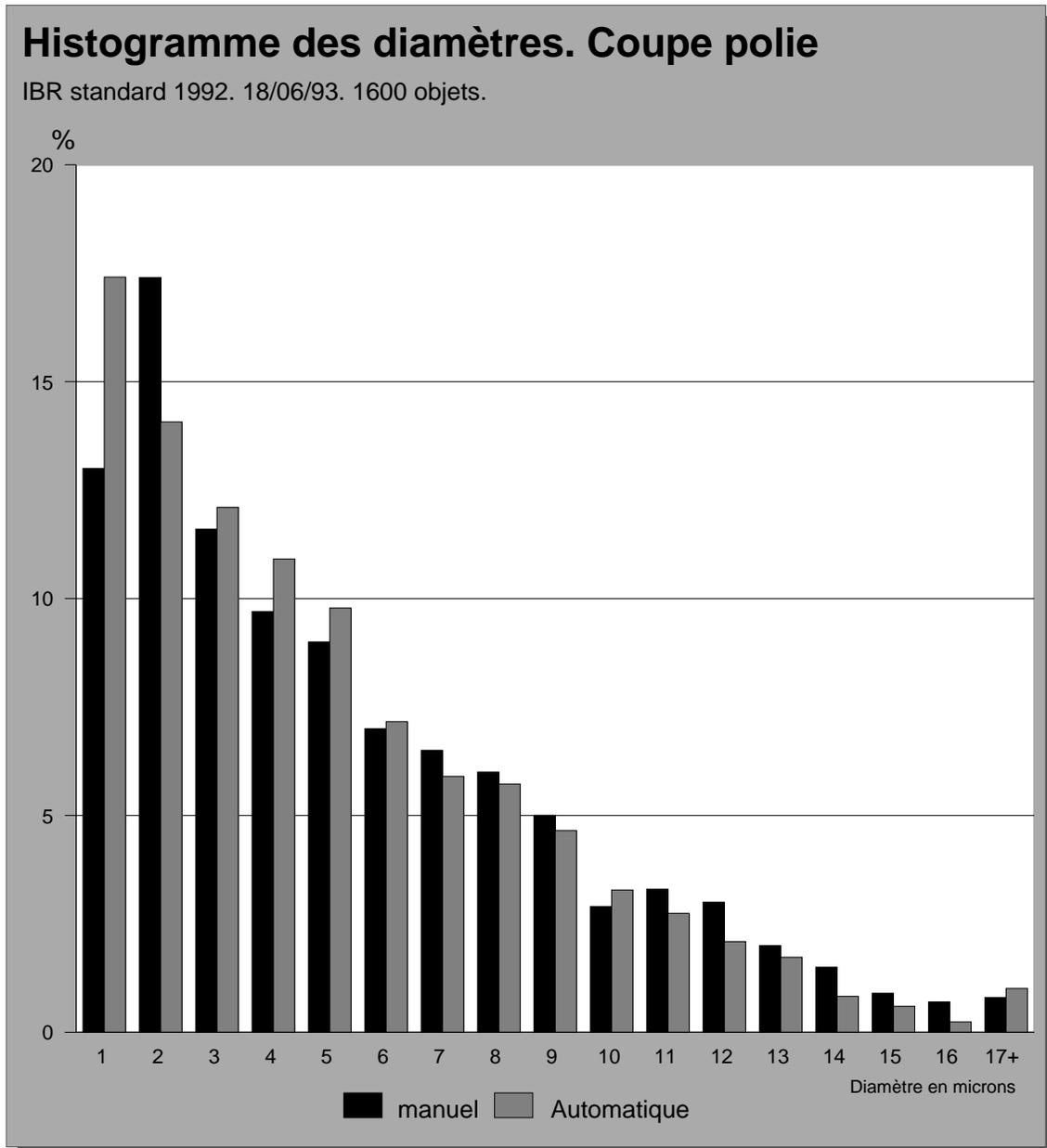


FIG. 7.1: Histogramme obtenu avec la méthode les coupes polies.

d'une erreur humaine (les petits diamètres sont facile à sur-estimer et les gros à sous-estimer).

On constate que l'utilisation d'une métrique non euclidienne a un d'effet relativement faible même pour les plus grands diamètres, ce qui est un peu surprenant. Il est vrai que la majorité des fibres ont un diamètre inférieur à $5\ \mu\text{m}$ (soit 25 pixels environ), dimensions pour lesquelles l'importance de la métrique euclidienne n'est pas prépondérante.

Un test du χ^2 opéré sur ces histogrammes décèle une différence significative entre les deux distributions (manuelle et automatique) données telles quelles, mais cette différence devient non-significative si les deux premières classes de diamètre sont rassemblées.

7.2 Fibres à plat

Trois histogrammes sont présentés ici. On rappelle que la méthode d'analyse des images de fibres à plat donne un histogramme de diamètres de fibres en nombres d'objets (pas de pondération).

Afin de pouvoir comparer résultats obtenus automatiquement avec les résultats obtenus manuellement, aucune correction de biais telles que celles présentées au chapitre 6 n'ont été appliquées sur ces histogrammes.

7.2.1 IBR-MIT

Le premier (figure 7.2) est un des premiers histogrammes réalisés par segmentation d'images de fibres à plat, partant d'images provenant d'un MEB environnemental, sur des fibres de verre IBR dans une version de 1991.

On n'a compté cette fois que 110 objets manuellement et 117 automatiquement, le tout sur 42 images. Le comptage manuel a duré une demi-heure et le comptage automatique 8 heures. Les deux comptages ont été effectués sur les mêmes images.

On constate la même inversion entre les deux premières classes de diamètres que précédemment. Cette fois-ci la raison en est assez simple : l'algorithme de l'époque gérait encore mal les problèmes de reconnection de fibres. On a donc compté en double un bon nombre d'entre elles, en particulier parmi les petites fibres, ce qui a sur-compensé les fibres non détectées.

Malgré tout, cet histogramme se compare assez bien avec l'histogramme manuel de référence. Un test du χ^2 opéré sur cet histogramme ne permet pas de déceler de différences significatives entre les deux distributions (manuelle et automatique).

7.2.2 SEPA-G MIT

Le deuxième histogramme (figure 7.3), réalisé sur des fibres spéciales ultra-fines (référence *SEPA-G*) présente un bon résultat. Comme précédemment le comptage de référence a été réalisé par l'auteur sur les mêmes images que le comptage automatique. La mesure manuelle a demandé 1 heure, la mesure automatique environ 12h, non compte tenu du temps de mise au point des programmes.

Plus fines, les fibres SEPA-G sont moins dispersées en diamètre que leurs cousines IBR. Il en résulte des images plus faciles à analyser, car on peut ainsi mieux optimiser les conditions d'observation au microscope, au lieu de choisir une moyenne qui convient à peu près à tous les diamètres.

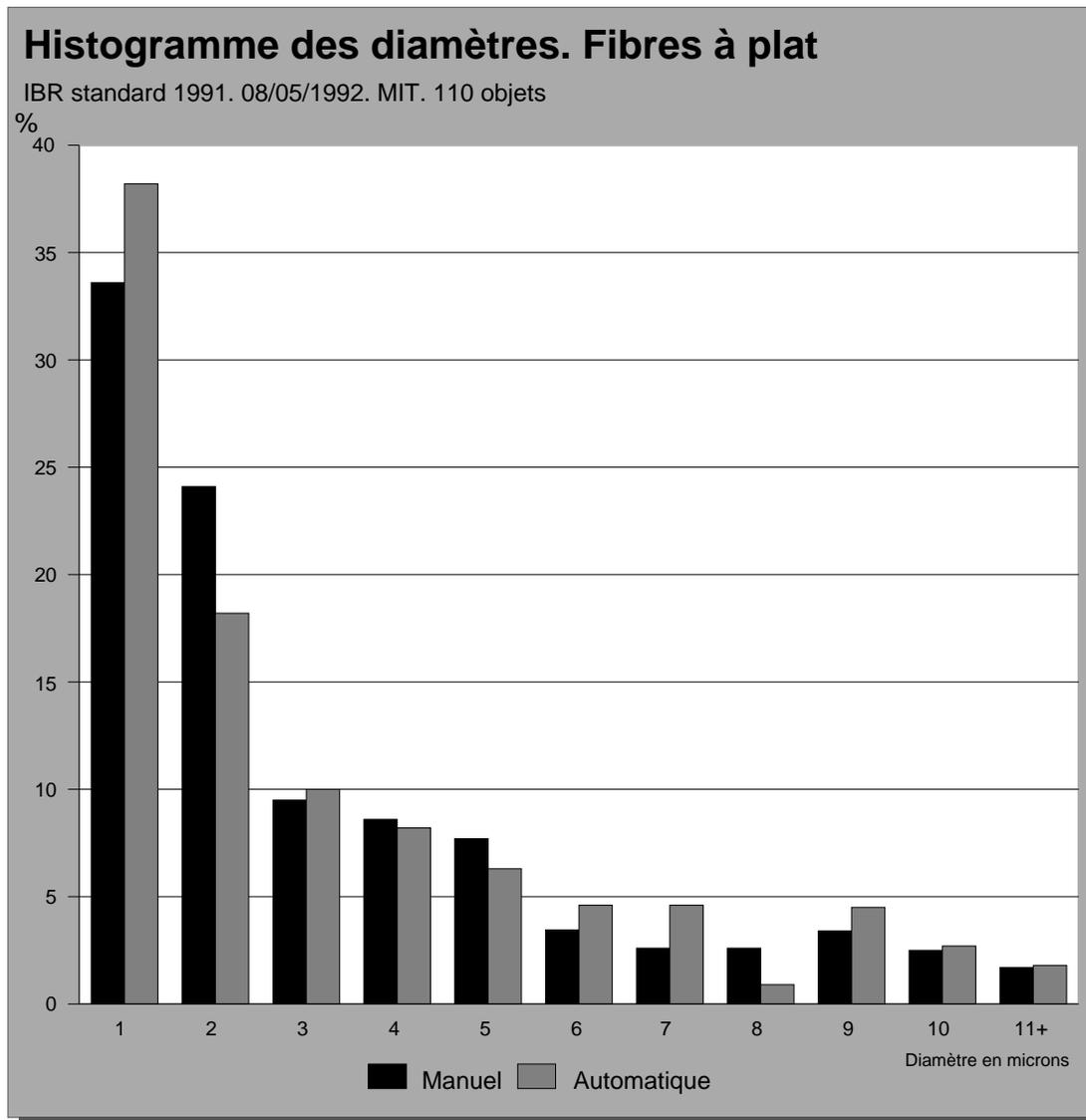


FIG. 7.2: Histogramme obtenu avec la méthode des fibres à plat. Images du MIT (à l'environnemental).

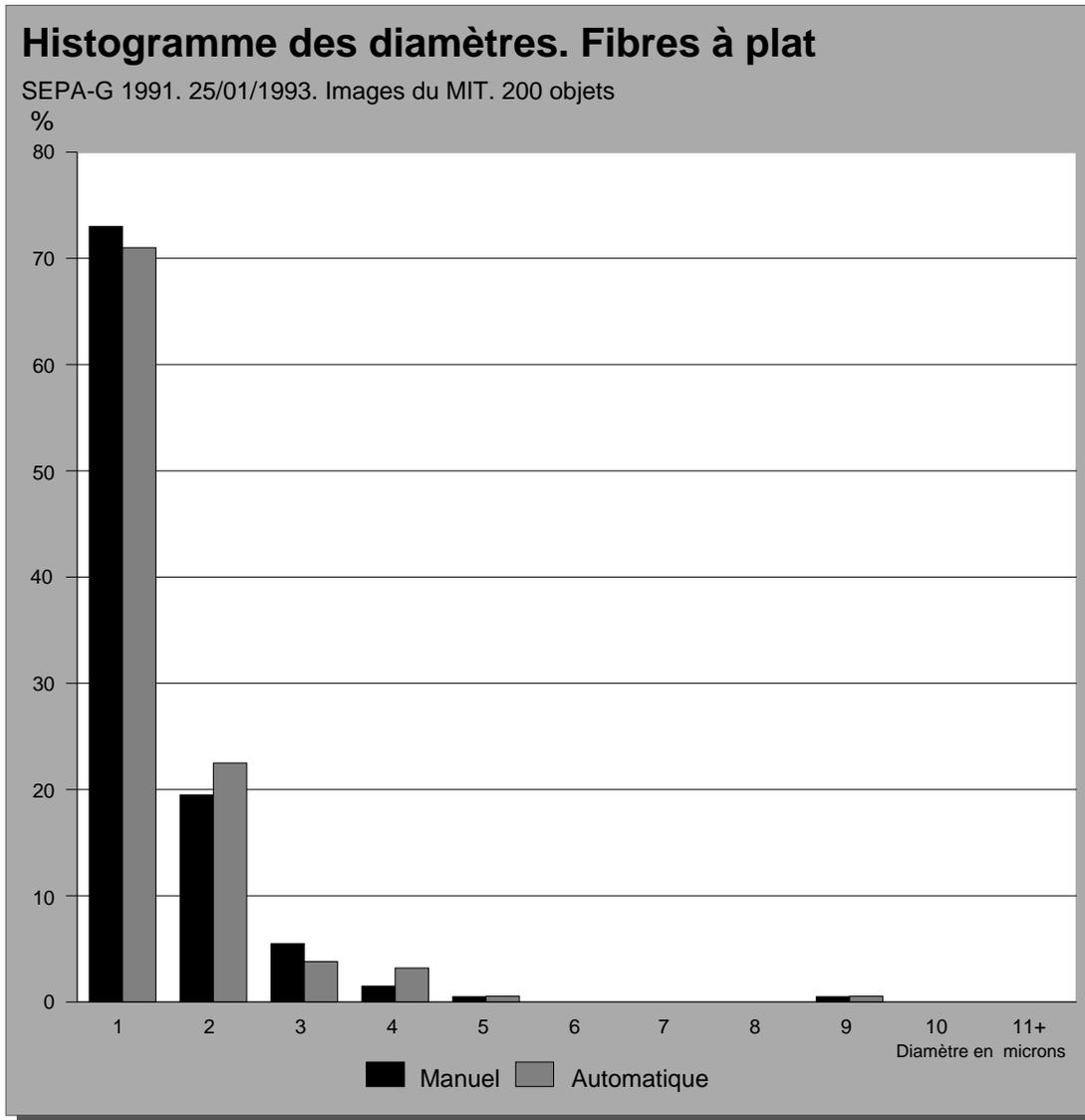


FIG. 7.3: Histogramme obtenu avec la méthode des fibres à plat. Images du MIT (à l'environnemental).

D'autre part la dispersion des images sur le filtre était assez grande, on a donc peu rencontré de croisements, il en a résulté moins d'erreurs.

Un test du χ^2 opéré sur cet histogramme ne permet pas de déceler de différences significatives entre les deux distributions (manuelle et automatique).

7.2.3 IBR-CRIR

Le dernier histogramme (figure 7.4) est le meilleur parmi ceux que nous avons obtenus avec les images du CRIR provenant d'un MEB standard. Les fibres mesurées étaient des fibres IBR identiques à celles de l'histogramme de la figure 7.1.

On peut estimer le temps de calcul final à moins de 10 h. 60 images ont été analysées, ce qui représente 10 minutes par images environ. Encore une fois ce temps est dépendant du matériel et peut être notablement amélioré.

Comme toujours les images mesurées à la main ou automatiquement sont les mêmes. L'auteur a mesuré 198 fibres, le programme seulement 185. La majorité des fibres non détectées étaient des petites fibres. On n'a quasiment pas créé de fausses détections cette fois-ci. Celles-ci ne compensent donc pas les fibres non détectées. Il faut tout de même considérer cela comme un progrès.

À part les deux premières classes, comme toujours, les histogrammes sont presque identiques. Les deux premières classes sont enfin dans le bon rapport et diffèrent à chaque fois de moins de 10% en valeur absolue. Il aurait fallu mesurer plus de fibres pour préciser davantage ces remarques, mais cela n'a pas été possible faute de temps.

Un test du χ^2 opéré sur cet histogramme décelez une différence significative entre les deux distributions (manuelle et automatique). Cette différence est une nouvelle fois due aux deux premières classes et disparaît si ces deux classes sont rassemblées.

7.3 Estimation de la longueur

Les procédures d'estimation de la longueur qui ont été présentées au chapitre 6 ont été appliquées sur l'échantillon IBR 1992 provenant du CRIR. Le résultat est présenté sur la figure 7.5.

Compte tenu de la taille de l'échantillon (200 objets en tout, 70 objets dans la classe la plus nombreuse), la méthode d'estimation de la longueur des fibres par schéma booléen (méthode 3) n'a pu être appliquée, conformément au diagramme de convergence de la figure 6.10. Nous avons donc utilisé, comme nous le recommandions en conclusion du chapitre 6, une combinaison des méthodes par accumulation et par intersection de champ (méthodes 1 et 2 respectivement).

Compte tenu du faible effectif dans chacune des classes de diamètres à partir de la classe 3-4 μm , toutes les classes de diamètres à partir de celle-ci ont été rassemblées. La longueur estimée pour ces classes est donc en fait une longueur moyenne pour l'ensemble des classes de diamètres plus grands que 3 μm .

Cette simplification est justifiée non seulement par le faible effectif des classes individuelles concernées, mais aussi par le fait qu'un poinçon de diamètre 1,5 mm a été utilisé pour réaliser l'échantillonnage au cours de la méthode CRIR 3 (voir chapitre 1). La longueur maximale d'une fibre est donc bornée par la valeur de ce diamètre. Plus précisément, si on fait la moyenne \bar{l} des longueurs des cordes possibles d'un disque de diamètre $2r$ orientées dans une

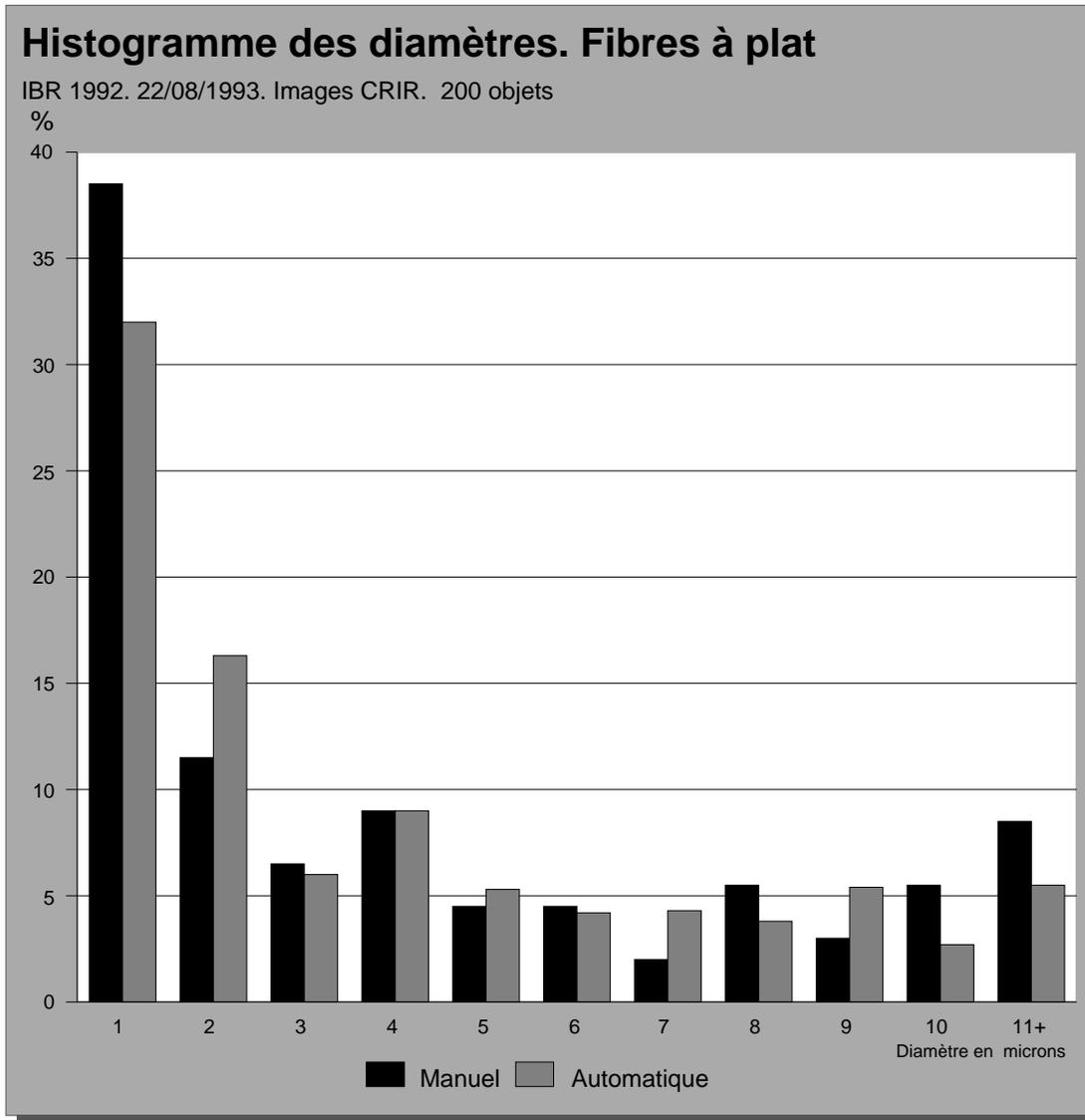


FIG. 7.4: Histogramme obtenu avec la méthode des fibres à plat. Images du CRIR (MEB standard).

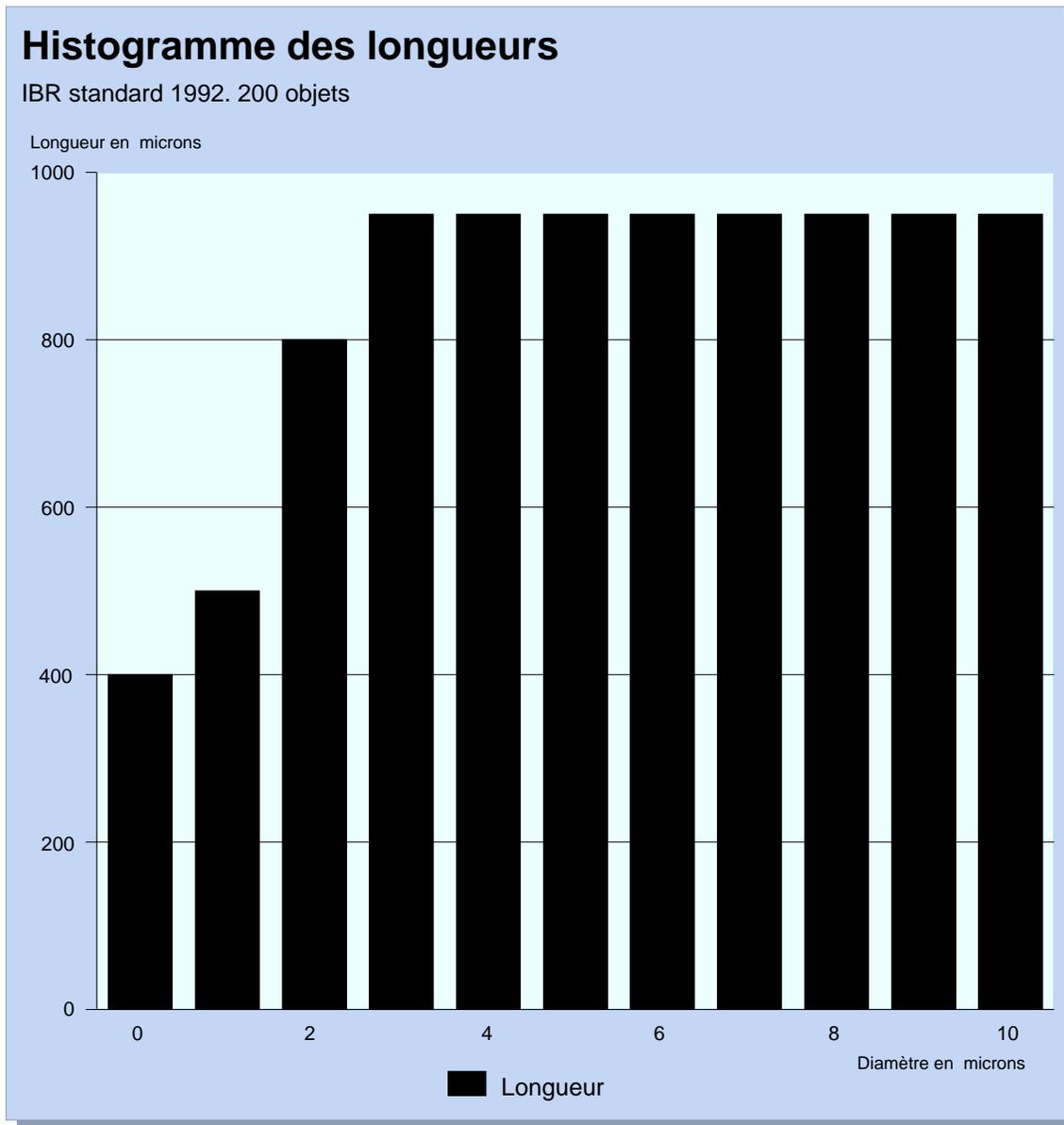


FIG. 7.5: Histogramme des longueurs estimées sur des images de fibres à plat. Images du CRIR (MEB standard).

direction donnée (ce qui revient à faire l'hypothèse que les fibres sont parallèles, ce qui est approximativement le cas en réalité), on a :

$$\begin{aligned}\bar{l} &= \frac{1}{r} \int_{-r}^{+r} \sqrt{r^2 - y^2} dy \\ &= \frac{\pi r}{2}\end{aligned}\quad (7.1)$$

Dans notre cas ($2r = 1500 \mu\text{m}$), on obtient $\bar{l} = 1170 \mu\text{m}$. En pratique toutes les fibres n'ont pas une longueur infinie et on peut s'attendre à trouver une valeur plus faible que celle-ci. La valeur moyenne estimée pour toutes les fibres de diamètre supérieur à $3 \mu\text{m}$ est de $950 \mu\text{m}$, en très bon accord avec la valeur théorique.

L'histogramme complet des longueurs de la figure 7.5 montre que la longueur moyenne des fibres augmente avec leur diamètre, ce qui est assez intuitif ; cependant cette longueur moyenne reste toujours appréciable : $400 \mu\text{m}$ pour la classe des plus petits diamètres. Ce résultat indique que même les plus petites fibres sont en moyenne 4 fois plus longues que le bord du champ (qui fait environ $100 \mu\text{m}$ au grandissement de 1000). Les fibres les plus longues sont en moyenne 9 à 10 fois plus longues que le bord du champ de mesures. Le rapport entre longueur maximale et longueur minimale est donc en moyenne de l'ordre de 2, ce qui est assez faible. La faiblesse de cet écart est dû en grande partie à l'utilisation d'un poinçon.

L'examen de l'histogramme des longueurs obtenues permet de conclure partiellement sur la validité des méthodes d'estimation de la longueur des fibres minérales d'isolation, proposées au chapitre 6. Les longueurs obtenues correspondent assez bien à ce qu'on pouvait prévoir. La longueur moyenne des plus petites fibres est en fait plus grande que celle à laquelle on pouvait s'attendre, mais rien ne permet à l'heure actuelle de dire que cette estimation est fautive. Des mesures de longueurs réelles de fibres au cours de la méthode CRIR 3 n'ayant en fait pas encore été réalisées.

Comme pour la section précédente, des mesures et des estimations complémentaires sont maintenant nécessaires pour confirmer les résultats obtenus.

7.4 Histogrammes pondérés par la longueur

On a vu au chapitre 4 que la méthode d'analyse des coupes polies donnait un histogramme des diamètres des fibres minérales d'isolation pondéré par la longueur de celles-ci.

On a d'autre part vu au chapitre 6 une méthode pour obtenir une pondération par la longueur à partir des images de fibres à plat qui utilise l'estimation de la longueur moyenne des fibres par classe de diamètres obtenue à la section précédente.

La comparaison de ces méthodes est donnée en figure 7.6.

Aux imprécisions de mesure près, ces histogrammes sont assez semblables. Le test du χ^2 échoue dans le cas présent : Les classes 0-1 et 4-5 montrent une différence significative. Cette différence peut être imputable aux éléments suivants :

- Un nombre de mesures encore trop faible.
- Des pondérations par la longueur un peu différentes : dans la méthode des coupes polies, la longueur réelle des fibres est prise en compte ; dans la méthode des fibres à plat, la longueur maximale d'une fibre est ramenée à $1500 \mu\text{m}$, ainsi réduisant l'importance de la pondération, ce qui est bien ce qu'on observe pour la classe 0-1, classe pour laquelle la pondération est la plus sensible.

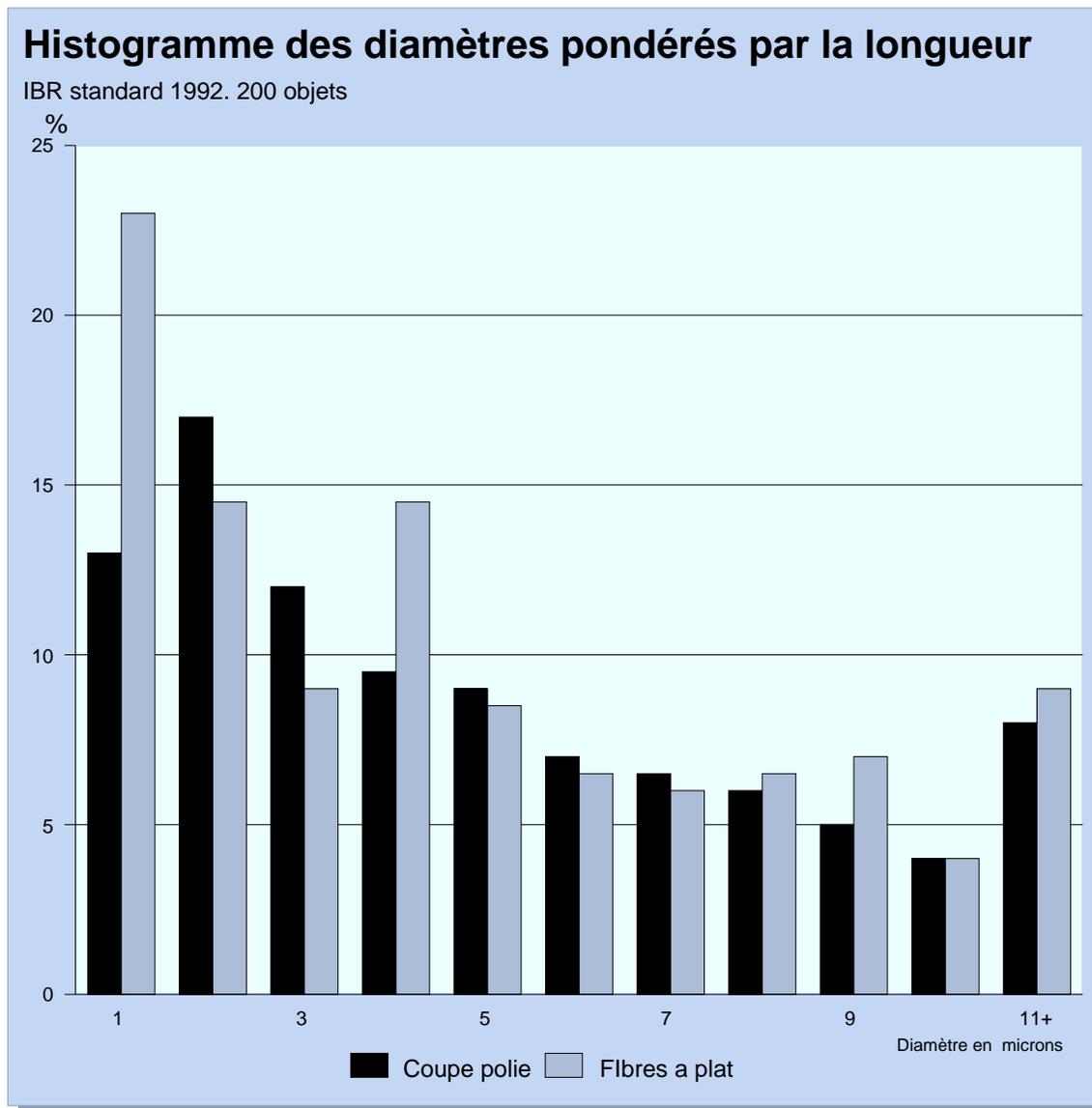


FIG. 7.6: Comparaison des histogrammes pondérés par la longueur obtenus par la méthode des coupes polies et par la méthode des fibres à plat.

- Les erreurs observées dans l'histogramme en nombre comparé à l'histogramme manuel (figure 7.4) sont bien évidemment reportées ici.

Néanmoins le fait d'avoir obtenu cet histogramme montre que la technique d'obtention d'un histogramme pondéré par la longueur à partir de l'intégralité de l'information d'un ensemble d'image de fibres à plat est réalisable. Pour la rendre opérationnelle, une plus grande rapidité de l'algorithme de segmentation des fibres à plat est nécessaire. Tous les autres éléments sont rassemblés.

Il est à noter que les méthodes *manuelles* approuvées pour obtenir des histogrammes de fibres à plat pondérés par la longueur [K⁺93], qui n'utilisent pas l'intégralité de l'information d'une série d'images, mais réalisent une pondération en ne mesurant par exemple que les fibres qui coupent une ligne horizontale au milieu de l'image, ne donnent pour le moment pas de meilleurs résultats quantitatifs, selon les essais actuellement réalisés au CRIR.

Conclusion

L'ensemble des histogrammes obtenus montre que les méthodes proposées pour la segmentation des fibres en coupe polie, la segmentation des fibres à plat, l'estimation de la longueur moyenne par classe de diamètres dans le cas des fibres à plat et l'obtention d'histogrammes pondérés par la longueur dans ce même cas sont applicables sur des images réelles de fibres minérales d'isolation.

Les histogrammes obtenus montrent qu'à quelques détails près la méthode par coupes polies est au point : les résultats sont corrects, manquant toutefois d'un peu de précision sur les petits objets. Ces résultats sont obtenus rapidement et sont fiables, compte tenu du grand nombre d'objets mesurés.

La méthode des fibres à plat donne des résultats mieux qu'encourageants, mais obtenus trop lentement et encore un trop imprécis. Les erreurs remarquées sont du même type que pour la mesure des fibres en coupe : moindre précision sur les petits objets, induisant une segmentation moins fiable que sur les objets de diamètre importants. Ces erreurs ne sont pas rédhibitoires. Le plus gros problème provient de la lenteur de l'ensemble de la procédure de segmentation, qui n'a pas permis de qualifier la méthode sur un grand échantillonnage. Il est maintenant indispensable d'améliorer ce point.

L'estimation de la longueur semble donner des résultats convenables. Une comparaison avec une mesure réelle manuelle est maintenant nécessaire. La technique de pondération par la longueur qui y est attachée nécessite également d'être testée plus avant. Si cette technique parvient à obtenir des histogrammes comparables à ceux obtenus avec les coupes polies, une alternative aux méthodes manuelles publiées [K⁺93] pourrait alors être proposée.

Conclusion et perspectives

Apport de cette thèse : Arrivé au terme de cette présentation, il est utile de se demander quelle contribution nous avons apporté au domaine de l'analyse d'images en général.

Nous avons cherché à résoudre le problème de l'analyse d'images de fibres minérales par une approche basée sur la morphologie mathématique.

Coupes polies : La première approche que nous avons tenté, historiquement, était la résolution du problème de la mesure des diamètres des fibres vue en coupe. La préparation de cet échantillon était donnée et fournissait de bonnes images. Du côté de l'analyse d'images, des résultats préliminaires insuffisamment satisfaisants avaient été obtenus, mais permettaient de démarrer l'étude dans de bonnes conditions. Nous avons proposé une solution relativement simple aux problèmes qui n'avaient pas été encore résolus dans les études préliminaires :

- Tout d'abord la réduction de la sursegmentation due à l'utilisation des érodés ultimes en segmentation d'images binaires par l'analyse de la fonction d'étanchéité. Cette solution est à priori applicable à tout problème de segmentation binaire pour lequel les érodés ultimes semblent un recours naturel, mais génèrent une sur-segmentation difficile à contrôler. Cette solution permet un degré d'ajustement du résultat jusqu'alors inégalé.
- Dans le cas où une segmentation par érodés ultimes se révèle insuffisante, nous avons proposé de faire intervenir une nouvelle fonction morphologique : la fonction bissectrice, dérivée du concept de bissectrice conditionnelle proposé par F. Meyer, mais plus riche de possibilités, plus souple et plus simple à utiliser. Cette solution permet de résoudre nombre de configurations jusqu'alors réputées impossibles à segmenter.

Ces deux apports se sont révélés cruciaux dans le cadre de la segmentation des images de fibres en coupes polies. Ces contributions sont donc à notre avis une avancée intéressante dans le cadre de la morphologie binaire. Le résultat final de cette partie de l'étude est une méthode de segmentation qui fonctionne bien, est plus rapide qu'un opérateur, est robuste et qui fournit des résultats fiables. Ses seules limitations sont de nécessiter une préparation longue et difficile, et de n'être capable de fournir qu'un histogramme des diamètres des fibres pondéré par la longueur de celles-ci. Cependant, si un histogramme pondéré par la longueur des fibres est désirable ou non gênant, cette méthode est véritablement une méthode de choix.

Fibres à plat : Nous avons ensuite cherché à résoudre le problème de la segmentation des images de fibres à plat. Nous avons tout d'abord proposé des préparations d'échantillons et des modes d'imagerie optimisés dans le but de fournir des images qu'un automate pourrait analyser. À notre avis, cette approche, naturelle quand elle est présentée, devrait être systématique lorsqu'elle est possible : il n'est pas nécessaire de passer des années à tenter d'analyser des images bruitées, faiblement contrastées ou pleines d'artefacts si une préparation originale ou une meilleure optimisation des conditions d'observation permet d'éviter ces

problèmes. Cette approche est toutefois dangereuse au sens où on peut être tenté de repousser le problème de l'analyse en attendant d'avoir une préparation parfaite. La bonne solution consiste, à nos yeux, à faire jouer les deux aspects du problème concurremment comme nous avons tâché de le faire : les échecs et les succès de l'analyse permettant de mieux définir quels sont les aspects de l'image qu'il convient d'améliorer, ou ceux pour lesquels une amélioration supplémentaire est inutile ou non urgente. De ce point de vue, le travail réalisé est intéressant. En collaboration avec les spécialistes du MIT, du CRIR ou de SAINT GOBAIN RECHERCHE, nous n'avons pas cessé de tenter d'améliorer la qualité des images que nous obtenions.

Nous avons effectivement obtenu de meilleures images que celles dont nous étions partis, mais ces images ne constituaient pas pour autant un ensemble facile à analyser. Les problèmes de base du matériau (étendue des spectres de diamètre et de longueur, forme non régulière, grand nombre de cas particuliers, etc) n'avaient pas pour autant disparu. C'est donc que l'analyse des images de ce matériau présentait encore un intérêt, ce qui d'une certaine manière était une bonne nouvelle. Nous avons alors proposé un ensemble de méthodes originales permettant de segmenter ces images. Sans vouloir ici résumer ces méthodes, on peut dire que nous avons tenté des approches globales, par décomposition taille par taille, et enfin par décomposition en deux catégories principales basées sur des critères visuels (les grosses fibres contrastées avec le fond et les petites fibres moins visibles), approche qui s'est révélée être la plus fructueuse. En progressant du plus facile vers le plus difficile, nous avons proposé un ensemble de transformations et de procédures originales et intéressantes :

- Quelques utilisations de moyennes mobiles à fenêtres directionnelles.
- Une méthode de rejet de champs.
- Les chapeaux hauts de forme hiérarchiques, qui se sont révélés les meilleurs détecteurs de petites fibres, comparé aux outils standards (squelettes à niveaux de gris, chapeaux hauts-de-forme standard, gradients).
- Une méthode efficace et fiable de détection des croisements de fibres.
- Une méthode directionnelle de reconnection des fibres croisées, adaptable au cas des fibres séparées et de la détection de fibres parallèles. Cette méthode s'est révélée bien plus performante, dans notre cas, que les méthodes proposées dans la littérature.
- Un ensemble de méthodes permettant de générer des masques de propagation géodésiques adapté à des parties d'images localement rectilignes permettant de reconnecter les petites fibres.
- Un algorithme global de segmentation des fibres minérales d'isolation vues à plat.

Nous avons montré que ces méthodes parvenaient relativement bien au but fixé, à savoir la segmentation des fibres vues à plat et qu'elles rendaient la mesure automatique de ces images possible et réalisable. Cette segmentation s'est révélée difficile à mettre en œuvre et reste pour le moment encore lente. Nous avons pris la peine d'examiner quels étaient les goulets d'étranglement au niveau temps de calcul de la méthode que nous proposons, ce qui a débouché sur :

- une méthode générale pour réaliser les opérations de base de la morphologie mathématique (érosion et dilatation) avec des éléments structurants quelconques sur des images en niveaux de gris. Cette méthode se révèle plus rapide et plus efficace que toutes les méthodes publiées jusqu'à présent.
- Une adaptation particulièrement optimisée de cette méthode au cas des opérations à éléments structurants rectilignes, adaptable, comme la précédente au cas des moyennes mobiles ou des filtrages de rang. Cette méthode permet en particulier de mettre en œuvre les opérations de base de la morphologie mathématique avec des éléments structurants

décomposables en segments (polygones de Steiner). Les algorithmes qui en découlent ont un temps d'exécution faible et indépendant de la taille de l'élément structurant.

Ces résultats en eux-mêmes sont encore intéressants.

Une fois la segmentation réalisée, nous nous sommes penchés sur le problème de la mesure du diamètre des fibres et de leur longueur. Alors que le diamètre des fibres est mesurable directement sur les images de fibres à plat et sur les images de fibres en coupes polies, la mesure de leur longueur est dans le premier cas limitée à la portion visible dans le champ de mesure, et dans le second, elle est impossible. Dans tous les cas les mesures de diamètre sont entachées d'un biais de type Miles-Lantuéjoul qu'il convient de corriger. Dans le cas des coupes polies nous avons appliqué la méthode de Miles et Lantuéjoul pour le biais du diamètre, et nous avons proposé une correction stéréologique permettant de corriger un biais de pondération par la longueur. Dans le cas des fibres à plat, nous avons proposé un ensemble de 3 méthodes statistiques originales permettant d'estimer la longueur moyenne *totale* des fibres par classe de diamètre *et* de corriger le biais de mesure du diamètre, qui dépend de cette longueur.

Cette estimation et cette correction de biais permettent d'obtenir facilement des histogrammes de diamètre en nombre d'objets, ou bien pondérés par la longueur, la surface ou encore le volume (la masse) des fibres, ce qu'à notre connaissance, aucune autre méthode de mesure de fibres ne permet de faire, en dehors de la mesure manuelle exhaustive des deux dimensions de toutes les fibres rencontrées dans un échantillonnage, méthode réputée peu praticable sur des fibres longues. Ce résultat original est à notre avis d'un grand intérêt.

La méthode globale d'analyse des fibres minérales qui en résulte n'est peut-être pas la méthode définitive qui un jour, nous l'espérons, servira de standard au contrôle des fibres minérales d'isolation, mais elle en est certainement le prototype. Le problème de la vitesse d'exécution de la méthode globale proposée, bien qu'étant à l'heure actuelle un obstacle à la mise en œuvre de la méthode en usine, n'est rien autre qu'un problème technique et non un problème de fond. Elle est en fait le reflet de la difficulté du problème auquel nous étions confrontés. On peut cependant compter, outre sur l'amélioration possible des algorithmes eux-mêmes, sur l'accélération des vitesses de base des stations de travail : la vitesse de base des ordinateurs est multipliée en moyenne par 10 tous les 3 ans. La machine sur laquelle nous avons développé tous nos algorithmes, et qui représentait l'état de l'art au moment de son achat n'est plus maintenant qu'une station de travail de rapidité moyenne. Il existe déjà sur le marché des machines de prix comparable au prix d'achat initial d'une NeXT et facilement 5 fois plus rapides. On ne parle même pas des machines d'analyse d'images dédiées qui devraient voir le jour dans les années qui viennent. Cette évolution est inévitable et finalement très bénéfique.

La vitesse d'exécution mise à part, nous avons donc développé une méthode qui répond au « cahier des charges » original, ce qui est plus qu'un petit succès.

Suite possible de ce travail : La méthode de segmentation des fibres à plat nécessite clairement encore un peu de mise au point, en particulier il serait nécessaire de la rendre moins sensible aux paramètres de prise d'images (taille des pores, contraste, etc). Il est maintenant indispensable qu'elle se transforme en un programme facile à utiliser et à maintenir, plutôt qu'elle reste dans son état de collection de procédures qu'un unique spécialiste est susceptible d'enchaîner correctement. Il est aussi souhaitable que son temps d'exécution soit réduit autant que possible, avec pour objectif un facteur de 10 environ. Si ISOVER SAINT GOBAIN le

souhaite, cette étape sera réalisée, car l'effort qui reste à fournir pour transformer ce projet de recherche en une réalisation industrielle reste faible par rapport à l'effort qui a déjà été fourni. L'auteur, lui, est prêt à réaliser les efforts nécessaires de son côté, dès l'instant où il y aura un intérêt pour ce travail.

Nous espérons que la méthode de segmentation des coupes polies, qui, elle, à quelques détails près, semble au point, n'en sera pas pour autant oubliée. Il est question dans les rencontres internationales sur les mesures de fibres de mettre en place un standard de mesure manuelle qui fournit par construction un histogramme pondéré par la longueur des fibres [K⁺93]. La méthode des coupes polies semble donner un résultat plus fiable et plus rapide que ce standard proposé; pourrait-elle devenir elle aussi un standard?

Toutes les méthodes proposées doivent être adaptables à d'autres cas que les fibres minérales d'isolation. On pense bien sûr aux autres cas de fibres : fibres textiles, fibres de renforcement, fibres d'amiante peut-être. En analyse d'images, les problèmes de détection d'objets allongés ne manquent pas : vaisseaux sanguin ou réseaux nerveux en imagerie médicale ; routes et réseaux ferrés en télédétection ; textures complexes, enchevêtrements d'objets rectilignes dans les scènes de tous les jours ; compression d'images. Les applications ne devraient pas manquer. Il est à espérer que la contribution de ce travail de thèse sera utile à la résolution du plus grand nombre de problèmes : les opérateurs de morphologie mathématiques et les méthodes d'intérêt général développés dans le cadre de ce projet de recherche font déjà partie de la boîte à outils standard du CMM : XLIM[3D]. Que le meilleur usage en soit fait.

Annexes

Annexe A

Introduction à la microscopie électronique à balayage

Dans ce chapitre nous allons présenter les principaux aspects de la microscopie électronique à balayage, depuis les principes de base jusqu'aux paramètres de visualisation. Bien entendu notre propos n'est pas de couvrir entièrement la discipline, en constant développement depuis près de 40 ans, mais plus modestement de faciliter pour le lecteur la compréhension du chapitre suivant, qui décrira nos manipulations.

Dans un premier temps nous introduirons les concepts de base de la microscopie électronique à balayage. Nous nous intéresserons à l'interaction électron-matière, nous en dériverons ensuite une interprétation du contraste et de la résolution auxquels on peut s'attendre sur une image de microscopie électronique. Nous parlerons ensuite de la métallisation des échantillons non conducteurs dans les microscopes électroniques conventionnels, et nous introduirons enfin deux types de microscopes récents qui n'ont pas cette contrainte.

A.1 Présentation

De nombreuses techniques d'analyse et d'observation sont fondées sur l'interaction d'un faisceau d'électrons et d'une « cible » : un objet que l'on souhaite observer. Dans le cadre de ce projet, nous souhaitons obtenir des images de fibres minérales d'isolation ; nous ne nous sommes donc pas intéressés à l'aspect *microanalyse* de cette interaction, mais seulement à l'aspect *imagerie*, et nous nous sommes limités à l'utilisation d'un microscope électronique à balayage (MEB). C'est donc du seul aspect « imagerie » que nous allons parler.

On sait depuis les développements de la mécanique quantique au début du siècle qu'un électron peut se comporter aussi bien comme une onde que comme une particule. On pourrait être tenté de ne présenter ici que l'aspect ondulatoire du faisceau d'électrons, simplifiant à l'extrême l'interaction faisceau-matériau et l'identifiant à une sorte de « lumière » de très haute fréquence, et donc de très haute résolution. Si l'idée de base du microscope électronique est bien celle-ci, cette assimilation n'est pas possible. Tout d'abord un faisceau d'électrons est chargé électriquement, ce qui impose par exemple ici (sauf conditions particulières) que l'échantillon observé soit conducteur de l'électricité ; ensuite les propriétés du faisceau d'électrons se comprennent différemment suivant que l'on considère l'une ou l'autre des facettes de sa nature. En quelque sorte le microscope électronique est un parfait exemple de la réalité de la dualité onde-corpuscule au niveau quantique.

Cependant, dans l'exposé qui suit nous nous contenterons de présenter les aspects de la microscopie électronique qui nous intéressent du point de vue pratique, en présentant un minimum d'équations et sans entrer forcément dans les détails.

A.2 Principe

Dans un microscope électronique à balayage, on focalise un faisceau d'électrons sur une surface à observer. Ce faisceau est déplacé ligne par ligne de manière à balayer une surface rectangulaire. Un détecteur permet d'obtenir des informations sur l'interaction entre le point du faisceau et l'échantillon. En synchronisme avec le balayage du faisceau d'électrons on réalise un balayage analogue sur un écran d'observation ou de prise de vues.

La figure A.1 présente le schéma de principe d'une colonne de MEB. Une telle colonne est constituée de plusieurs éléments :

1. On trouve d'abord tout en haut de la colonne une source d'électrons : le *canon* qui a pour principe physique soit une émission thermoélectronique, soit une émission de champ. Les électrons seront accélérés au sortir du canon par une différence de potentiel variable, qui dans les MEB standards varie entre quelques kV et quelques dizaines de kV.
2. Puis on trouve plusieurs lentilles électroniques dont le rôle est de focaliser la source sur l'échantillon, afin d'obtenir sur celui-ci une « sonde » aussi fine que possible.
3. Des limiteurs et des diaphragmes, qui imposent au faisceau une ouverture faible et donc permettent de réduire les aberrations.
4. Des bobines défléctrices électromagnétiques placées avant la dernière lentille qui permettent le balayage de l'échantillon par la sonde électronique.

On appelle le faisceau d'électrons ainsi accéléré, focalisé et balayé, le *faisceau primaire* d'électrons. L'intensité lumineuse sur l'écran d'observation est modulée par le ou les détecteurs qui permettent de caractériser l'interaction électron-matière. Ces interactions peuvent être de différente nature, on peut citer :

1. Le mode *émisif* : on recueille des électrons dits *secondaires* ou *rétrodiffusés*, ou encore *absorbés*.
2. Le mode *induit* : si dans un semi-conducteur on utilise le courant de paires électron-trou créée par le faisceau primaire d'électrons.
3. Le mode *luminescent* si on capte la lumière émise sous l'impact du faisceau d'électron.
4. Le mode *transmis* si on détecte, dans le cas d'un échantillon mince, les électrons qui l'auront traversé.

Parmi ces modes, le premier est le plus couramment utilisé dans les MEB, et nous allons l'étudier plus en détail.

A.3 Interaction électrons-matière

Du fait de la grande tension d'accélération du faisceau primaire d'électrons, l'énergie des électrons de ce faisceau, dits *électrons primaires* est toujours beaucoup plus importante que celle des électrons du solide analysé. Les interactions entre le solide et le faisceau primaire

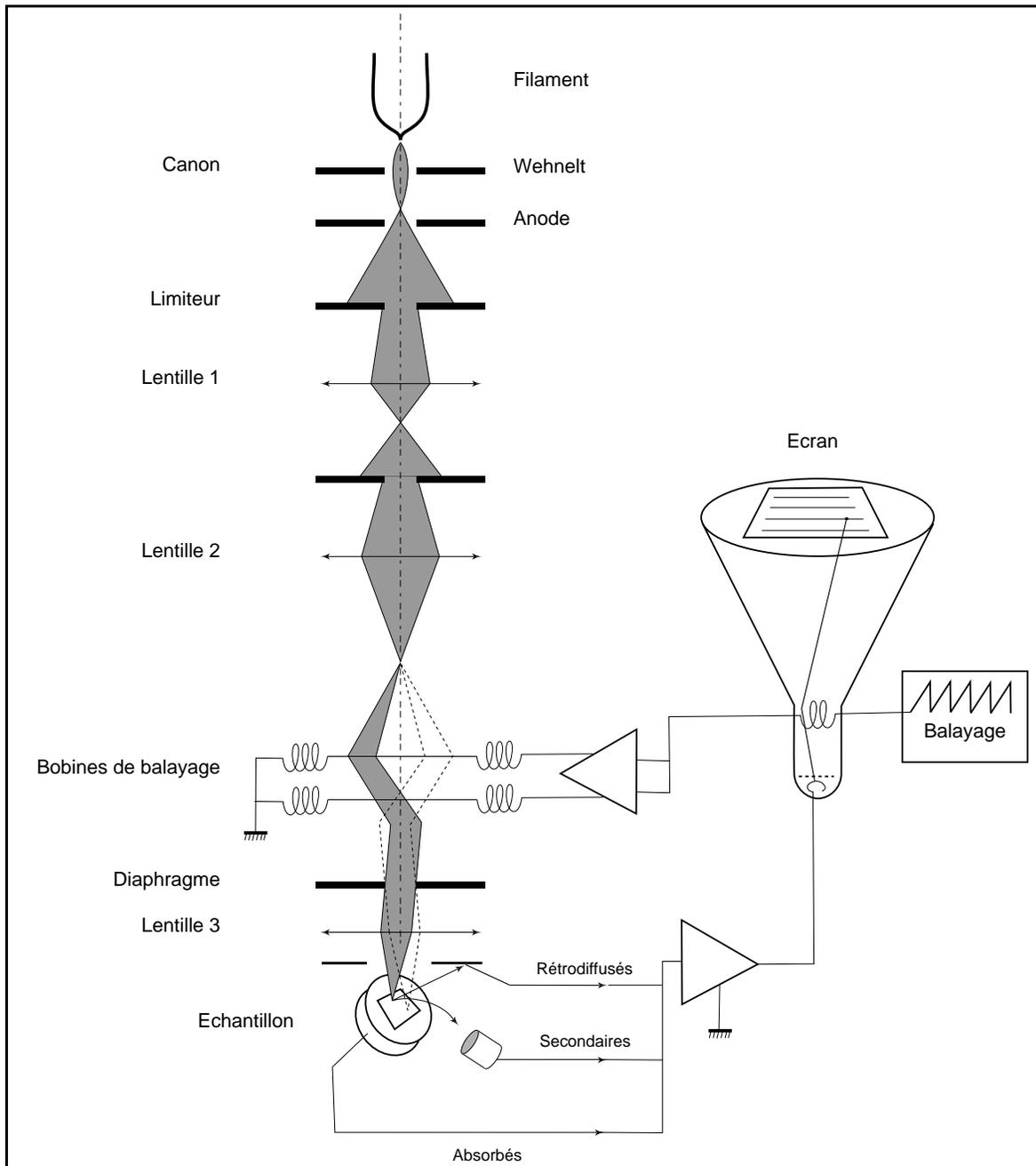


FIG. A.1: Schéma de principe d'un microscope à balayage.

sont donc multiples et variées. La figure A.2 résume pour nous les différentes interactions possibles.

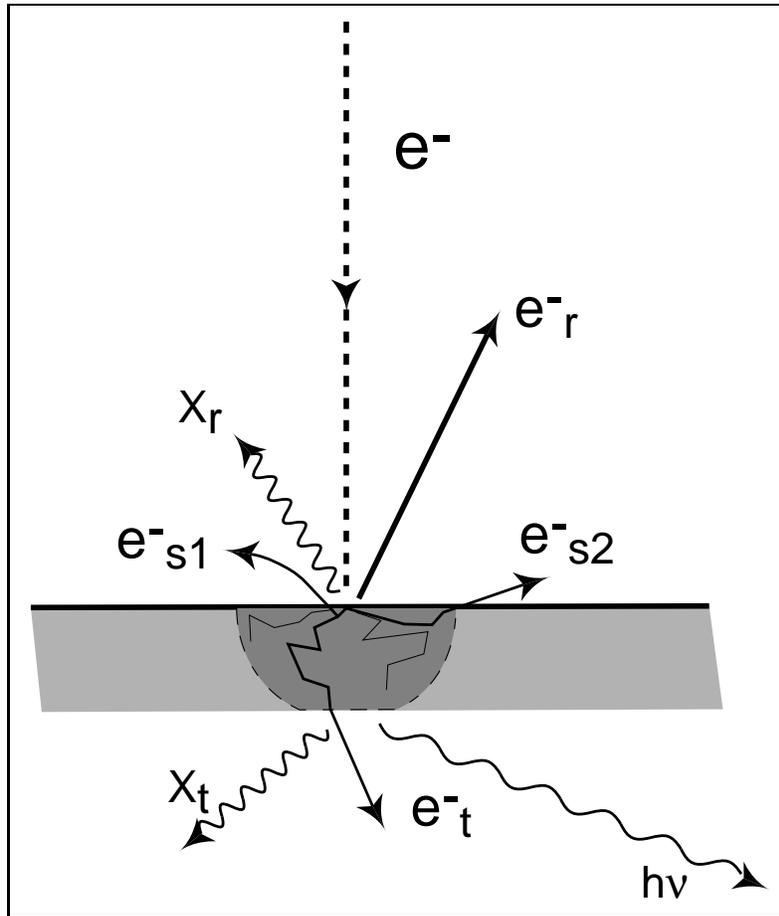


FIG. A.2: Interactions entre le faisceau d'électrons incident et l'échantillon. e^- est le faisceau incident, e^-_r sont les électrons rétrodiffusés, e^-_{s1} sont les électrons secondaires vrais, e^-_{s2} les électrons secondaires formés par certains électrons rétrodiffusés, X_t et X_r sont les rayons X apparaissant en transmission ou en réflexion respectivement, $h\nu$ sont les photons d'énergies autres (par exemple visibles). Les électrons implantés dans le matériau ne sont pas montrés.

Tout d'abord les électrons qui passent près d'un noyau atomique peuvent subir des déviations à grand angle, comme dans l'expérience de Rutherford. Ces électrons sont appelés *électrons rétrodiffusés*. Ils peuvent ressortir de l'échantillon sans avoir subi aucune autre interaction avec celui-ci (ou presque aucune) : ce sont les électrons rétrodiffusés élastiques ; ils peuvent au contraire avoir perdu plus ou moins de leur énergie : ce sont les électrons rétrodiffusés inélastiques.

Les électrons du faisceau primaire ou certains électrons rétrodiffusés peuvent interagir avec les électrons de l'échantillon et causer l'émission de certains d'entre eux : ce sont les *électrons secondaires vrais*. Ces électrons ont une énergie variant entre 0 et 50 eV environ. La

figure A.3 présente l'allure de la distribution énergétique des électrons émis par l'échantillon sous l'influence du faisceau primaire.

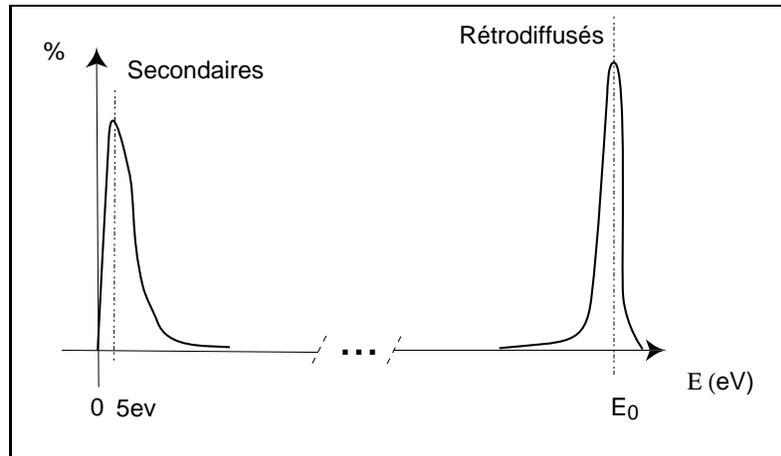


FIG. A.3: Spectre d'énergie des électrons émis par l'échantillon. E_0 est l'énergie du faisceau incident.

La pénétration des électrons primaires dans l'échantillon s'accompagne de l'élargissement du faisceau en même temps que d'une perte progressive d'énergie. On appelle souvent le volume concerné par l'interaction du faisceau la « poire d'interaction », du fait de sa forme (voir figure A.4). Cette poire est d'autant plus allongée que le matériau analysé est léger. On distingue dans cette poire trois régions :

1. La zone de création des photons de toutes énergies, qui occupe toute la poire.
2. La zone d'échappée des électrons rétrodiffusés, qui est limitée à une profondeur qui dépend du numéro atomique du matériau. Cette profondeur atteint couramment 100 à 200 nm au dessous de la surface.
3. La zone d'échappée des électrons secondaires, qui ne dépasse pas quelques dizaines de nanomètres.

La théorie des interactions entre les électrons et le matériau est assez complexe ; c'est pourquoi on a recours, pour les décrire, à des simulations du type méthode de Monte-Carlo. On modélise de cette façon la distribution des électrons rétrodiffusés par une équation en $\exp[-\mu_r \rho]$ où μ_r est un coefficient d'absorption et ρ la distance au point d'impact, avec la largeur à mi-hauteur de cette distribution atteinte pour une valeur de ρ proche de la profondeur d'échappée des électrons rétrodiffusés. Cette profondeur conditionne également la résolution puisque le signal final est une convolution de cette distribution avec le signal représentant la topographie de la surface.

De la même manière, la distribution des électrons secondaires vrais peut aussi être représentée par une telle loi en $\exp[-\mu_s \rho]$, avec une largeur à mi-hauteur atteinte pour la profondeur d'échappée des électrons secondaires, donc de l'ordre de 10 nm (la résolution théorique des électrons secondaires est donc meilleure). En pratique on ne peut obtenir une image des électrons secondaires vrais. Des électrons de même énergie mais résultant de suites d'interactions entre des électrons rétrodiffusés et le matériau observé sont aussi émis. Les deux distributions (secondaires et rétrodiffusés) sont donc présentes dans l'image des électrons secondaires.

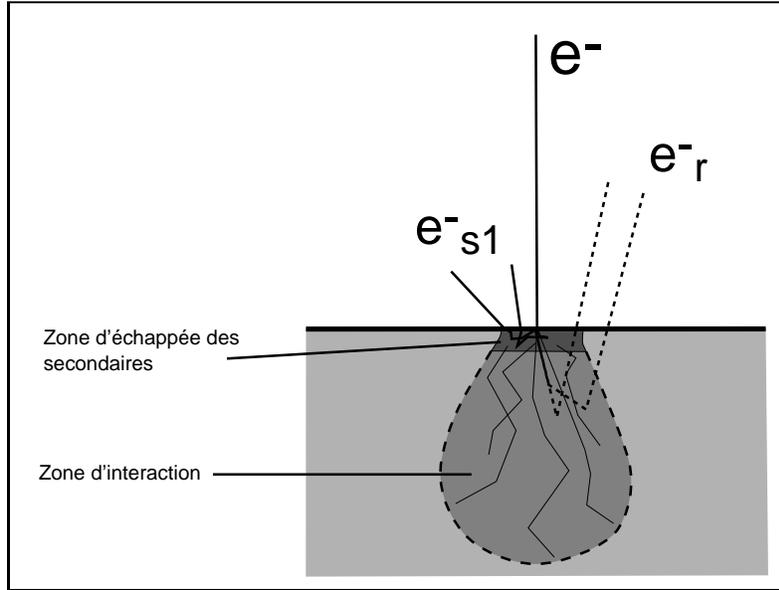


FIG. A.4: Forme du volume d'interaction entre le faisceau et le matériau.

A.4 Le contraste

Tout d'abord donnons-nous une définition opératoire du contraste :

Définition A.1 Soit S l'amplitude d'un signal sur une image bidimensionnelle, c'est à dire une fonction de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{R}^+ . Le contraste C entre deux points de l'image bidimensionnelle S_1 et S_2 s'écrit :

$$C = \frac{\Delta S}{\bar{S}} = \frac{2(S_1 - S_2)}{S_1 + S_2} \quad (\text{A.1})$$

L'amplitude est ici dépendante du nombre d'électrons détectés. Un contraste peut subvenir à la suite soit d'une variation de trajectoire des électrons entre les deux points S_1 et S_2 distincts de l'échantillon et le détecteur, soit d'une variation d'émission d'électrons sous l'effet du faisceau incident entre ces deux mêmes points.

A.4.1 Contraste topographique

Le contraste dit *topographique* est le contraste induit par le relief de l'échantillon . C'est souvent le plus important, au point que les autres effets de contraste deviennent négligeables.

Dans le cas des électrons secondaires vrais, on peut modéliser le taux de rendement en électrons d'un point de l'échantillon suivant son inclinaison par rapport au faisceau d'électrons incidents de la façon suivante :

soit r la profondeur d'échappée des électrons secondaires. Cette profondeur reste grossièrement constante quel que soit l'angle d'incidence du faisceau, car le problème pour les électrons secondaires n'est pas d'être produits (le faisceau incident pénètre beaucoup plus profondément que r), mais bel et bien de ressurgir à la surface de l'échantillon. Pour un faisceau incident incliné d'un angle θ par rapport à la normale à la surface de l'échantillon, comme dans la figure A.5, la longueur du parcours du faisceau primaire dans la zone de profondeur r

est $z = r / \cos \theta$; donc si η_0^s est le rendement en électrons secondaires pour l'angle d'incidence normal à l'échantillon, dans le cas général on a :

$$\eta^s(\theta) = \eta_0^s / \cos \theta \quad (\text{A.2})$$

Le contraste en électrons secondaires pour deux points voisins dont la différence d'inclinaison par rapport au faisceau incident vaut $d\theta$, sur une surface d'inclinaison locale moyenne θ en radians vaudra donc :

$$\frac{\Delta S}{S} = \tan \theta d\theta \quad (\text{A.3})$$

Ces expressions tendent vers $+\infty$ quand θ tend vers $\pi/2$. Bien sûr cette limite est fictive et dépend de l'aire effective de l'échantillon qui se trouve ainsi tendre parallèlement au faisceau.

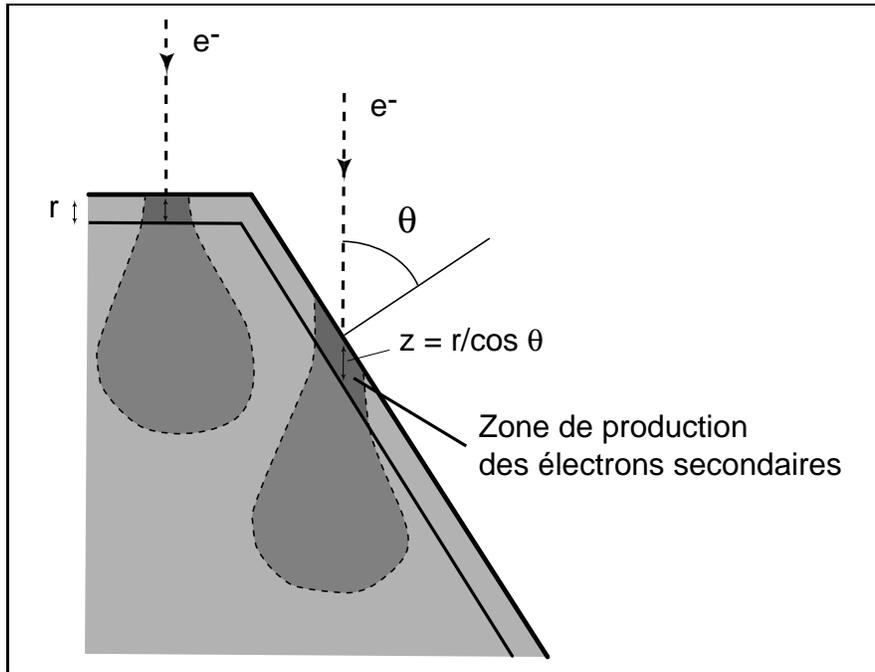


FIG. A.5: Influence de l'angle d'incidence sur l'émission d'électrons secondaires.

Dans le cas des électrons rétrodiffusés, si on admet que la rétrodiffusion se produit à une profondeur R de pénétration du faisceau incident, avec μ_r le coefficient d'absorption moyen des électrons rétrodiffusés, le taux de rétrodiffusés pour une incidence normale du faisceau est proportionnel à $\eta_0^r = \exp[-\mu_r R]$. pour une incidence quelconque non égale à $\pi/2$ ce taux est donc proportionnel à $\exp[-\mu_r R \cos \theta]$ (voir figure A.6). Le rendement en électrons rétrodiffusés pour un angle quelconque vaut donc :

$$\eta^r(\theta) = \eta_0^r \exp[\mu_r R(1 - \cos \theta)] \quad (\text{A.4})$$

On contrôle la validité de cette équation par des simulations de Monte-Carlo [BBG⁺85].

L'aspect de l'image pourra donc changer considérablement suivant l'angle d'incidence moyenne des électrons sur l'échantillon. On peut jouer avec cet effet en inclinant plus ou moins

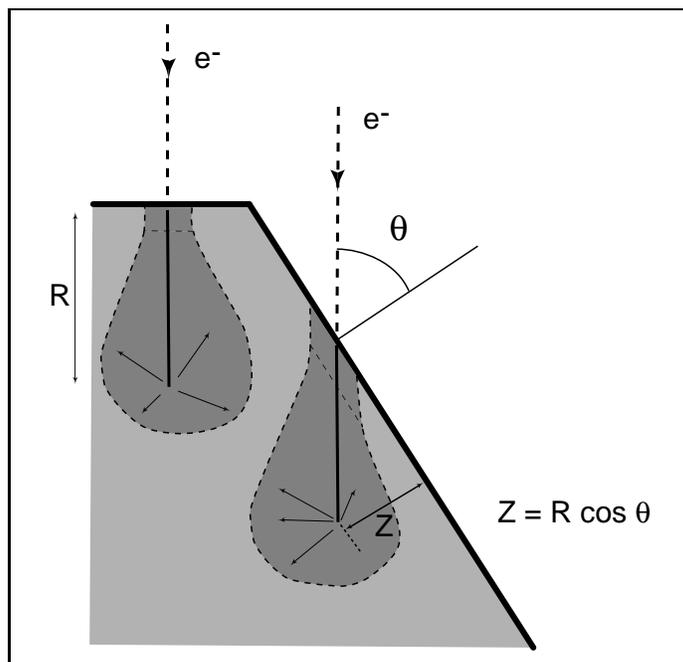


FIG. A.6: Influence de l'angle d'incidence sur l'émission d'électrons rétrodiffusés.

l'échantillon sur la platine d'observation. On constate cependant que contrairement au cas des électrons secondaires, l'estimation du rendement en électrons rétrodiffusés en fonction de θ ne tend pas vers l'infini quand θ tend vers $\pi/2$. On peut donc s'attendre à avoir un contraste topographique moindre en électrons rétrodiffusés au niveau des arêtes de l'échantillon.

Une autre différence fondamentale entre l'image obtenue en électrons secondaires par rapport à l'image obtenue en électrons rétrodiffusés, est que ces derniers possèdent encore une énergie assez grande à leur sortie de l'échantillon ; leur trajectoire sera donc peu modifiée par le champ électrostatique généré par le détecteur, et en première approximation rectiligne. Aucun de ces électrons émis par une partie de l'échantillon cachée à la vue du détecteur par l'échantillon lui-même ne peut y parvenir, puisque les trajectoires de ces électrons seront rectilignes. On constate donc souvent l'existence de zones d'ombre totale sur les images en électron rétrodiffusés. Par contre les électrons secondaires ont une énergie faible et le détecteur de ces électrons est souvent porté à une tension positive (de l'ordre de 250 V). Les électrons secondaires peuvent donc être attirés par leur détecteur, et des surfaces a priori cachées à la vue du détecteur peuvent tout de même être visibles (voir figure A.7).

A.4.2 Contraste de numéro atomique

On appelle aussi cet effet contraste chimique. Il n'est en fait sensible que pour les électrons rétrodiffusés. Pour ceux-ci, le taux de rétrodiffusés est une fonction croissante de Z , le numéro atomique de l'élément constituant l'échantillon sous le faisceau incident (voir figure A.8).

Un élément apparaîtra donc d'autant plus brillant sur l'image qu'il est lourd.

Cet effet est moins important quantitativement que le contraste topographique. Si on désire en faire usage, on aura intérêt à polir le mieux possible l'échantillon observé.

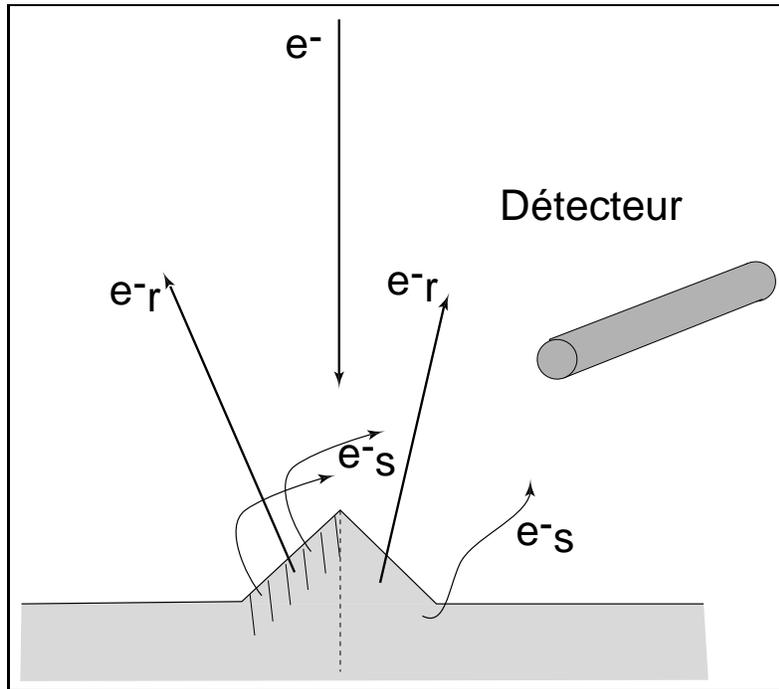


FIG. A.7: Les électrons rétrodiffusés parvenant de la région hachurée sont cachés à la vue du détecteur. Cette région est visible en électrons secondaires.

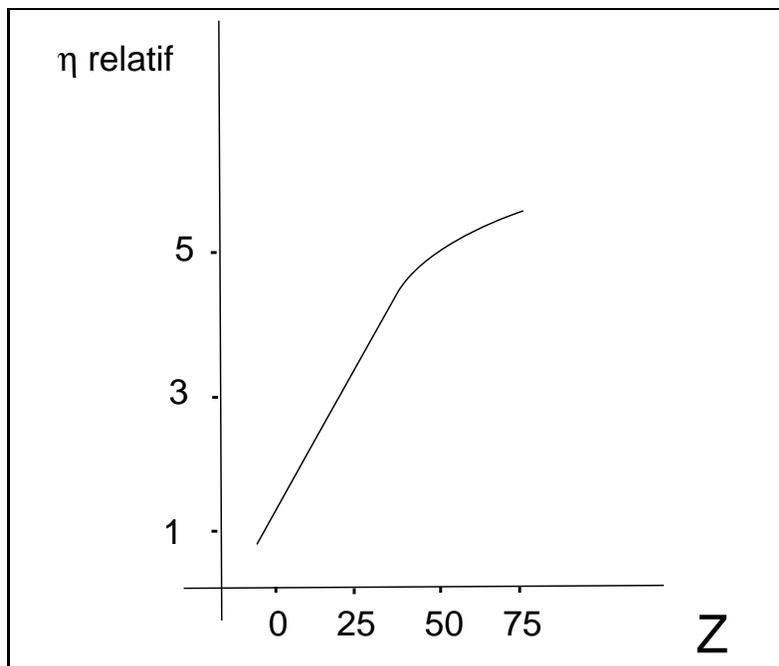


FIG. A.8: Contraste de numéro atomique (tension d'accélération 30 kV).

Lorsqu'il est possible de combiner l'image en électrons secondaires et l'image en électrons rétrodiffusés (en faisant la somme ou la différence des deux signaux) on peut arriver à accentuer au maximum le contraste chimique (en éliminant le contraste topographique résiduel), ou au contraire à le faire disparaître.

Cet effet peut s'observer en électrons secondaires, quoique difficilement dans la plupart des cas, car les électrons rétrodiffusés produisent aussi des électrons secondaires, comme on l'a vu à la section A.3.

A.4.3 Autres effets de contraste

De nombreux autres effets de contraste existent en microscopie à balayage, parmi lesquels on peut citer :

- Le contraste de courant absorbé. Au lieu d'estimer le nombre d'électrons émis par l'échantillon, on peut mesurer le taux d'électrons absorbés par celui-ci. On obtient une image qui correspond grossièrement au négatif de l'image des électrons secondaires, généralement plus contrastée, moins sensible à l'inclinaison du faisceau, mais plus bruitée.
- Le contraste de potentiel. Ce contraste intervient si une partie de l'échantillon est chargée électriquement. Il peut s'agir d'un défaut si l'échantillon est mauvais conducteur en certains endroits. On peut aussi mettre de cette façon en évidence des circuits électriques en fonctionnement (ou en panne...) ou des semi-conducteurs.
- Le contraste magnétique. Provient de la sensibilité des électrons en mouvement à un champ magnétique \vec{B} . Il peut mettre en évidence de tels champs.
- Le contraste cristallographique. Provient de l'interaction entre les électrons et un échantillon monocristallin. Essentiel en cristallographie, ce type de contraste est surtout utilisé en microscopie électronique à transmission.

Aucun de ces modes ne nous sera utile dans le cadre de notre application, nous ne les évoquerons donc pas davantage.

A.5 Résolution

La limite de résolution d'un microscope représente la distance minimale entre deux détails de l'échantillon que l'on peut séparer sur l'image.

La notion de résolution fait donc intervenir toute la chaîne menant à l'image : l'échantillon, l'instrument, la nature du signal recueilli, les moyens d'observation et finalement l'observateur.

En microscopie électronique à balayage, la limite inférieure de la résolution spatiale est donnée par le diamètre de la sonde électronique, qui dépend uniquement des caractéristiques de l'instrument : nature du canon à électrons, tension d'accélération, intensité du faisceau, aberrations de l'optique électronique. En fait la résolution réelle dépend du diamètre de la zone d'où proviennent les électrons émis sous l'action du faisceau incident. Dans le cas de l'imagerie en électrons secondaires, la zone excitée par le faisceau incident est superficielle, et son diamètre est proche de celui de la sonde, sauf si l'on tient compte des électrons secondaires générés par des électrons rétrodiffusés, qu'en général on ne sait pas éliminer. Cette partie du signal est cependant de faible intensité, sauf cas particulier. En électrons rétrodiffusés, le volume excité est bien plus important, ceci d'autant plus que le matériau de l'échantillon est léger et la tension d'accélération élevée. Le diamètre de la zone peut donc être important et la résolution bien moindre qu'en électrons secondaires. La figure A.9 donne une idée des

résolutions spatiales obtenues pour les différents types de signaux émis dans le cas d'un élément léger.

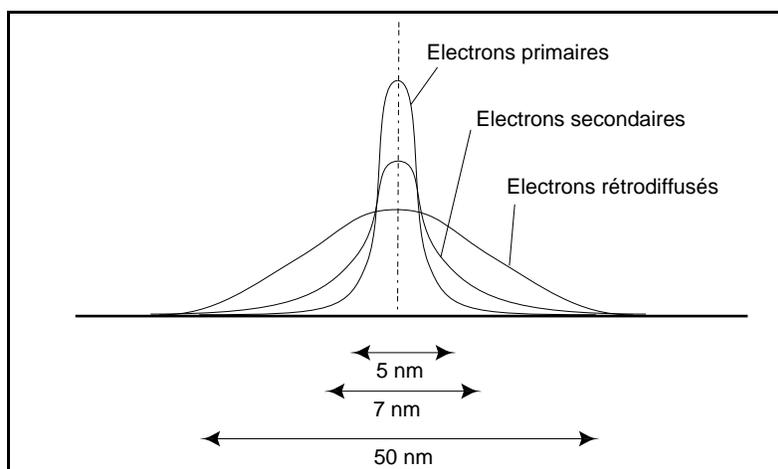


FIG. A.9: Résolution en fonction du mode émissif.

A.6 Métallisation

On vient de le voir, l'obtention d'une image dans un MEB suppose une interaction entre un échantillon et un faisceau incident d'électrons. Sauf cas particuliers dont nous parlerons plus loin, l'échantillon doit être conducteur afin de permettre aux électrons incidents et à ceux qui ont été arrachés à l'échantillon d'être évacués et ainsi d'éviter des concentrations locales de charges électrostatiques. Ces charges peuvent devenir importantes au point que des décharges sporadiques peuvent se produire dans l'enceinte du microscope autour de la platine sur laquelle se trouve l'échantillon, et d'une manière générale peuvent nuire très fortement à la qualité de l'image obtenue.

Si l'échantillon lui-même n'est pas conducteur, il est donc nécessaire de le recouvrir d'une couche mince conductrice, généralement métallique, qui sera reliée à la masse du microscope, et qui aura pour rôle d'évacuer les électrons surnuméraires .

Bien entendu on pourra jouer sur la technique de métallisation et le matériau conducteur utilisé pour obtenir des types d'images différents. D'une manière générale, pour une image en électrons secondaires on dépose un métal lourd (or ou or-palladium) en couche épaisse de 10 à 40 nm suivant l'échantillon considéré. Pour une image en électrons rétrodiffusés, on doit utiliser un élément le plus léger possible, tel le carbone , afin de ne pas atténuer le contraste. Les épaisseurs déposées varient entre 30 et 40 nm.

A.6.1 Techniques de métallisation

On parle de métallisation même quand on emploie un corps non métallique conducteur tel le carbone.

En général la métallisation en couches minces d'échantillons non conducteurs s'effectue sous vide pour les raisons suivantes :

- Pour favoriser la propagation rectiligne des atomes allant recouvrir l'échantillon, assurant une bonne reproductibilité des dépôts.
- Pour limiter au minimum les interactions entre les atomes évaporés et les molécules du gaz résiduel de l'enceinte.
- Pour éviter la pollution du dépôt. Si la pression dans l'enceinte est trop élevée, comme la surface se renouvelle constamment pendant l'évaporation, des molécules de gaz peuvent se retrouver piégées sous la surface déposée et le dépôt final peut alors présenter une structure poreuse (effet Getter).

Pour que la probabilité de rencontre entre un atome évaporé et une molécule de gaz résiduelle soit faible, il faut que le libre parcours moyen dans l'enceinte soit nettement plus grand que les dimensions de l'enceinte.

Les techniques de dépôt sous vide se classent en deux catégories :

A.6.1.1 L'évaporation sous vide secondaire

Un vide secondaire de l'ordre de 10^{-3} Pa est réalisé dans une petite enceinte (de l'ordre de 20 cm de haut sur 10 cm de diamètre). Les échantillons sont fixés au bas de cette enceinte de préférence sur une platine tournante (qui rend le dépôt plus homogène, les atomes étant déposés selon plusieurs directions) .

Pour la métallisation au carbone on crée un arc électrique entre deux extrémités de crayons de carbone qui se touchent en un point. Les deux extrémités s'évaporent rapidement, les atomes de carbones sont dispersés dans toutes les directions et certains d'entre eux atteignent l'échantillon. Au lieu des crayons de carbone on peut trouver parfois des tresses de fils de carbone que l'on chauffe violemment sous l'action d'un courant électrique.

Pour la métallisation à l'or ou à tout autre métal possédant un point de fusion suffisamment faible, on en dépose une quantité donnée dans un creuset en tungstène ou en molybdène, on chauffe ce creuset sous l'action d'un courant électrique. Le métal à déposer fond puis s'évapore et ses molécules se déposent sur l'échantillon. On peut aussi enrouler un fil du métal à déposer sur un filament de tungstène que l'on chauffe de la même manière. Le filament de tungstène est généralement à changer après chaque évaporation (il perd sa trempe et devient cassant). La figure A.10 présente un exemple de dispositif approprié.

L'avantage de cette méthode est sa souplesse et sa simplicité de mise en œuvre, une fois qu'on peut disposer d'un vide secondaire. De nombreux métaux et alliages peuvent être évaporés de cette façon, pourvu qu'ils disposent d'un point de fusion suffisamment inférieur à celui du tungstène ou du molybdène (3400°C et 2620°C respectivement). On utilise couramment l'or (1063°), l'or-palladium10 (1457°C), le cuivre (1083°C), le nickel (1452°C)...

L'inconvénient de toutes les méthodes d'évaporation sous vide secondaire est leur *directivité*. La plupart des atomes de métal se déposant sur l'échantillon proviennent en ligne droite du creuset ou du fil. Lorsqu'un échantillon possède un relief accidenté il risque de ne pas être métallisé correctement partout, et on observera des zones de charge au microscope, à moins de disposer d'une platine tournante à plusieurs axes de rotation, et de réaliser une évaporation suffisamment lente.

A.6.1.2 L'évaporation par pulvérisation cathodique

Pour métalliser des surfaces accidentées, une meilleure technique existe : la pulvérisation cathodique.

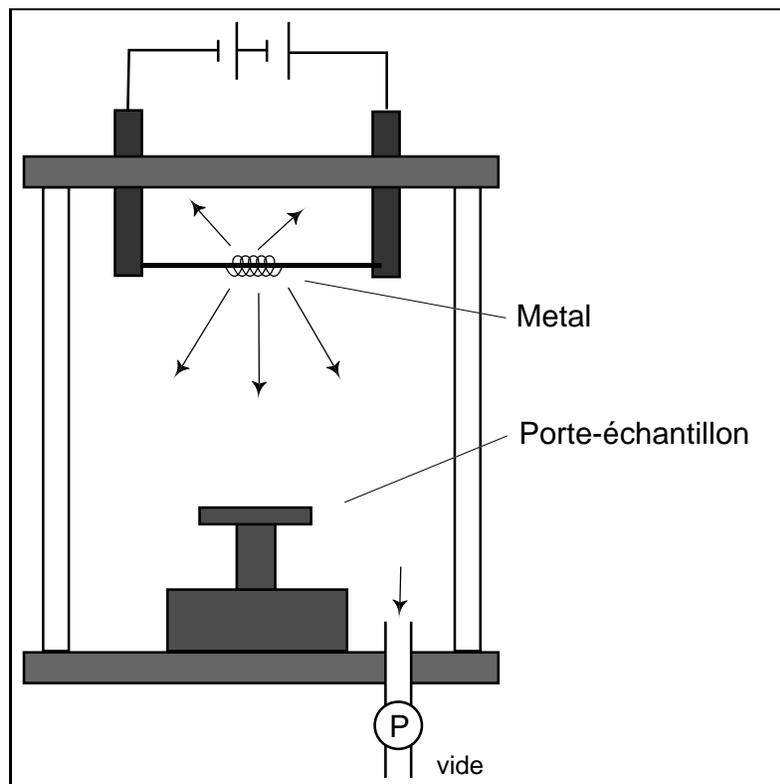


FIG. A.10: Métallisation par évaporation sous vide secondaire.

Cette méthode est basée sur l'amorçage d'une décharge entre une cathode (constituée du métal à déposer) et une anode (platine porte-échantillon). Cette décharge est réalisée dans une atmosphère d'argon sous une pression de l'ordre de 0.1 hPa, sous une tension de l'ordre de 2 kV, suffisante pour ioniser l'argon. Les ions argon sont accélérés vers la cathode où ils arrachent par leur impact les atomes de métal de la cible. Suite aux collisions répétées avec les molécules de gaz qui sont assez nombreuses en raison de la pression élevée, les atomes métalliques sont déviés plusieurs fois. Il se forme alors un nuage diffus d'atomes métalliques qui se déposent sur toutes les surfaces. En particulier une couche métallique très homogène se forme sur l'anode sur laquelle est placée l'échantillon (voir figure A.11).

Pour changer de métal à déposer il faut changer toute la cathode. Celle-ci, constituée d'une quantité appréciable de métal, se révèle souvent assez chère dans le cas des métaux nobles. Cette méthode est donc moins souple que la précédente. Néanmoins son emploi est simple, et les moindres contraintes sur l'équipement (pas de vide secondaire, de platine tournante, etc) la rendent d'un coût attractif.

L'inconvénient de cette méthode est que le métal se dépose en grains, de taille suffisante pour être visibles au grandissement les plus importants au MEB. L'existence de ces grains, qui doivent être jointifs pour assurer une bonne conduction, impose le dépôt d'une couche assez importante (de l'ordre de 40 nm). On peut atteindre des tailles de grains beaucoup plus fines par pulvérisation cathodique en radio-fréquence et sous vide secondaire, mais cet appareillage est bien sûr beaucoup plus coûteux [Tro84].

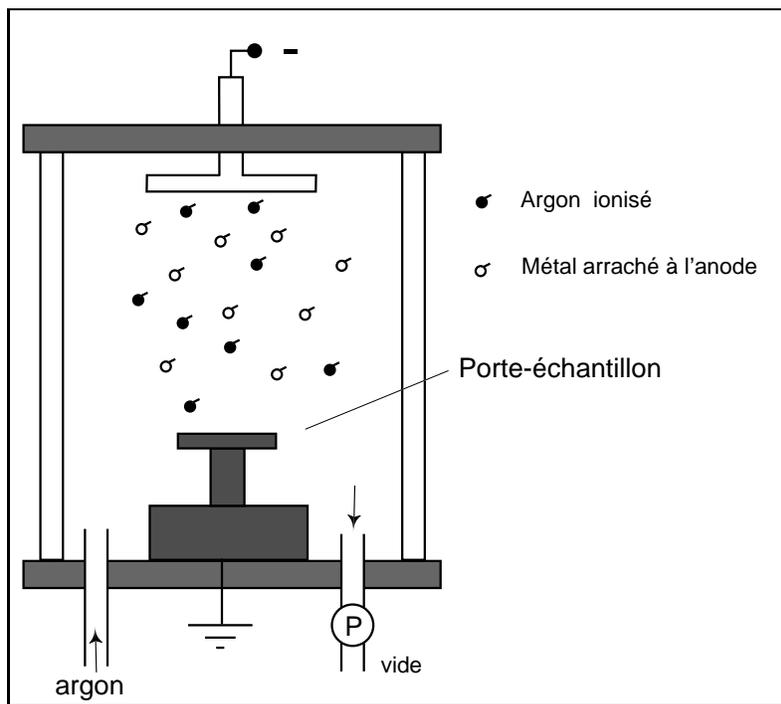


FIG. A.11: Métallisation par pulvérisation cathodique.

A.7 Paramètres

Le microscope électronique à balayage est un instrument assez complexe, dont le fonctionnement dépend de nombreux paramètres. On peut compter parmi ces paramètres la focalisation, le courant dans le filament, les corrections de d'astigmatisme, les paramètres vidéo (correction de γ , contraste, brillance), et bien d'autres, tous importants pour la qualité de l'image, qui font que le MEB n'est pas un instrument simple à utiliser. Il nous est impossible de les évoquer tous. On pourra par exemple consulter [BBG⁺85] pour avoir une idée de l'importance et de l'interdépendance de ces paramètres. Nous allons supposer qu'un opérateur entraîné optimise ces paramètres pour nous, et nous contenter d'évoquer assez brièvement deux paramètres importants sur lesquels nous avons plus particulièrement travaillé : la haute tension et la pression dans l'enceinte, ce qui nous permettra d'introduire deux types de microscopes intéressants : le microscope à effet de champ et le microscope environnemental.

A.7.1 La haute tension

La tension d'accélération des électrons conditionne leur énergie et donc la longueur d'onde qui leur est associée. La longueur d'onde des électrons conditionne à son tour la résolution théorique de l'instrument. D'un autre côté, des électrons plus énergétiques sont plus pénétrants. La poire d'interaction entre le faisceau incident et le matériau observé devient plus grande et la résolution effective peut s'en ressentir. Si le relief de l'échantillon est très prononcé, des électrons incidents peuvent traverser une partie du relief et atteindre une partie de l'échantillon normalement non affectée par le faisceau. L'image finale aura un aspect « bavé » peu utilisable (voir figure A.12).

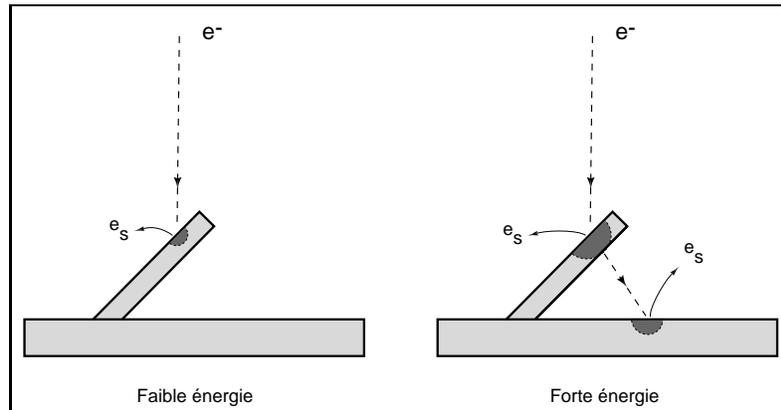


FIG. A.12: Effet d'une forte tension d'accélération sur un relief prononcé.

Pour avoir une information sur la composition chimique du matériau observé on est tenté d'utiliser une forte tension d'accélération dont l'image aussi bien en électrons secondaires qu'en électrons rétrodiffusés contiendra effectivement une information sur les couches relativement profondes du matériau (100 à 200 nm). Ce sont les couches souvent non affectées par la métallisation éventuelle ou par une quelconque oxydation.

Les électrons incidents sont d'autre part capables d'occasionner des dégâts par irradiation au matériau observé (particulièrement s'il est organique). Une tension d'accélération élevée ne fera qu'accentuer le problème.

Enfin le bilan électronique σ entre le faisceau incident et le matériau a généralement l'allure de la figure A.13 :

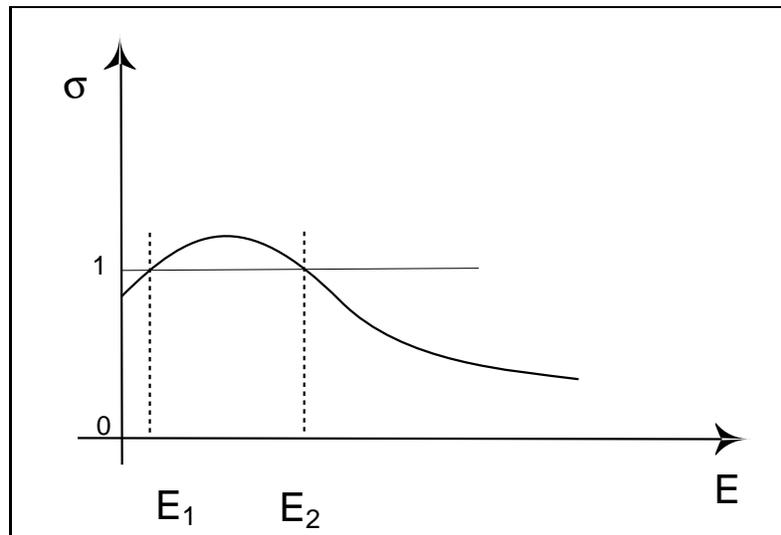


FIG. A.13: Bilan électronique suivant l'énergie du faisceau incident.

- Si $\sigma = 1$ aucune charge ne se produit
- Si $\sigma > 1$ l'échantillon devient positif. Il y a plus d'électrons qui quittent le spécimen que d'électrons qui y arrivent.
- Si $\sigma < 1$ l'échantillon se charge négativement. Des électrons implantés par le faisceau

restent dans le matériau.

E_1 et E_2 sont les énergies pour lesquelles $\sigma = 1$. On peut donc observer un matériau même non conducteur, non métallisé, à l'énergie $E_2 > E_1$. Cette énergie dépend des matériaux mais correspond habituellement à des tensions d'accélération faibles ou très faibles (de 1 à 5 kV), pour lesquelles les sources d'électrons habituelles du haut de la colonne des MEB ont un faible rendement et une faible brillance, à l'exception notable des sources à effet de champ (FEG). Comme ces électrons ont une faible énergie ils pénètrent très peu et on obtient essentiellement une information de surface. Afin de ne pas entacher cette information on doit ne pas utiliser de métallisation et faire fonctionner le microscope dans un vide très poussé pour limiter au maximum la corrosion de surface. Le canon à électrons à effet de champ réclame de toute façon un vide bien plus poussé que les canons thermoélectroniques conventionnels (de l'ordre de 10^{-6} Pa).

A.7.2 La pression dans l'enceinte du microscope

Pour l'immense majorité des microscopes électroniques à balayage, la pression dans l'enceinte n'est pas un paramètre : les microscopes conventionnels fonctionnent sous vide secondaire de l'ordre de 10^{-4} Pa, afin de garantir un libre parcours moyen des électrons suffisamment grand. Des vides encore plus poussés sont parfois nécessaires surtout lors de l'étude des surfaces (microscopes à effet de champ, microscope à transmission à balayage...). Il existe cependant un type de microscope à balayage qui ne nécessite pas de tels vides : le microscope *environnemental*.

Dans ce type récent de microscope, un système de pompage différentiel permet d'assurer un vide secondaire le long de la plus grande partie de la colonne, sauf pour la dernière part où se trouve la chambre de l'échantillon. Une pression de l'ordre de 0,1 à 1 kPa y règne. Le plus souvent le gaz employé dans l'enceinte est la vapeur d'eau, bien que cela ne soit pas une nécessité. Le gaz employé est partiellement ionisé par le faisceau d'électrons incident et forme un chemin électrique capable d'évacuer les charges résiduelles sur l'échantillon. Les électrons secondaires formés sur celui-ci sont pour la plupart rapidement absorbés par l'atmosphère de l'enceinte, mais ils génèrent une cascade d'émission électronique formant un courant qu'un détecteur spécifique (détecteur secondaire environnemental) est capable de mesurer [Dan88, Dan90]. Les électrons rétrodiffusés ont une énergie suffisante pour qu'un détecteur standard fonctionne dans les conditions environnementales.

L'énorme avantage de ces microscopes est qu'il ne nécessitent pas que les échantillons soient métallisés, même aux plus hautes tensions d'accélération. On peut ainsi mieux exploiter l'information sur le contenu chimique de l'échantillon, puisqu'on n'est pas gêné par la couche de métal qui le recouvre. Nous verrons au chapitre suivant l'importance de ce facteur. Cette absence de métallisation simplifie également considérablement la manipulation de l'échantillon.

Ces microscopes possèdent d'autres avantages, par exemple la pression dans l'enceinte est telle que de l'eau liquide peut y subsister en équilibre avec de la vapeur d'eau. On peut donc observer des organismes vivants (pour peu qu'ils puissent résister au bombardement d'électrons...) dans ce type de microscope, ainsi que par exemple des cycles d'hydratation-déshydratation, simplement en changeant la pression dans l'enceinte. Certains échantillons, impossibles à observer dans des conditions de vide secondaire, sont observables dans de tels appareils. Enfin une pression convenable à ce type de microscope est obtenue très rapidement (quelques minutes) par pompage primaire, ce qui rend le changement d'échantillon très rapide.

Le fonctionnement en mode environnemental présente cependant quelques inconvénients : on peut citer le fait que la résolution du microscope est généralement un peu moins bonne en mode environnemental. Les cascades d'électrons génèrent plus de bruit que dans un microscope normal. Sans la protection que fournit la couche métallique, la poire d'interaction est généralement plus grande, ce qui n'arrange pas la résolution. Cependant un MEB environnemental peut revenir à un mode de fonctionnement habituel sous basse pression, pour peu que l'échantillon soit conducteur.

Finalement rien ne semble empêcher sur le plan théorique la réalisation d'un MEB environnemental possédant une source à effet de champ, si ce n'est le vide extrême que réclame cette source. Si cet obstacle pratique pouvait être levé on pourrait avoir à sa disposition un instrument d'observation extraordinaire, capable de fonctionner dans une grande variété de conditions.

Conclusion

Au cours de ce chapitre nous avons indiqué les principes de base du fonctionnement des MEB. Nous avons explicité l'interaction électrons-matière, nous avons donné une idée de la provenance du contraste que l'on observe sur les micrographes. Nous avons présenté les valeurs de résolution auxquelles on pouvait s'attendre dans un MEB. Nous avons enfin présenté quelques paramètres de fonctionnement de ces microscopes, ce qui nous a donné l'occasion de présenter deux types de microscopes intéressants actuellement.

Nous sommes maintenant mieux armés pour interpréter les images de MEB et pour optimiser les conditions d'observation, ce qui nous permettra d'obtenir de meilleures images, plus facile à analyser automatiquement.

Annexe B

Rappels de morphologie mathématique

La Morphologie Mathématique (MM) est une théorie de l'analyse d'image dont les premiers débuts datent de la fin des années soixante avec les travaux de G. Matheron et J. Serra, qui ont continués les travaux de recherche de H. Hadwiger [Had57, Had59] et de H. Minkowski [Min97, Min01] sur la théorie des ensembles. La plus grande partie de cette théorie a été développée au Centre de Morphologie Mathématique (CMM), à l'École des Mines de Paris.

La MM a pris une importance internationale depuis plusieurs années, si on compte le nombre de conférences, articles, livres qui la présentent ou au moins lui font une place, ainsi que le nombre croissant de matériels spécialisés, de programmes d'application et de réalisations industrielles qui y font appel.

Ce chapitre n'est pas un cours de morphologie mathématique, mais simplement un rappel de ce qu'on a besoin de savoir pour bien comprendre la présentation des travaux de cette thèse, en particulier les 2^e et 3^e parties.

Pour plus d'informations, on lira avec profit les ouvrages de référence de cette discipline : les deux livres de Serra [Ser82, Ser88], ceux de Matheron [Mat67, Mat75], le livre de Coster et Chermant [CC85], la thèse de Beucher [Beu90] et celle de Vincent [Vin90]. On peut également recommander le cours de Soille et Rivest [SR92].

B.1 Notions de base

Nous nous limiterons dans le cadre de cette présentation le plus souvent au cas discret, et aux images à deux dimensions, sauf quand l'évocation du cas général sera plus clair. La plupart des transformations que nous allons définir s'appliquent dans \mathbb{Z}^2 , pour des raisons liées à la technologie de l'analyse d'image (les ordinateurs ne pouvant faire appel à une résolution infinie).

B.1.1 La trame digitale

Les points de la trame bidimensionnelle sont généralement appelés *pixels* (pour *picture elements*). La grille ou trame digitale permet de définir les relations de voisinage entre les

pixels d'une image. Ce graphe, notée G n'est qu'un ensemble de couples de pixels (soit un sous-ensemble de $\mathbb{Z}^2 \times \mathbb{Z}^2$). C'est à dire :

$$\forall p, q \in \mathbb{Z}^2, p \text{ voisin de } q \Leftrightarrow (p, q) \in G$$

On suppose toujours qu'un point n'est pas son propre voisin et que la relation *est voisin de* est transitive et symétrique. G est donc un graphe non-orienté sur \mathbb{Z}^2 . Le voisinage d'un pixel p au sens de la trame digitale est :

$$\forall p \in \mathbb{Z}^2, N_G(p) = \{q \in \mathbb{Z}^2, (p, q) \in G\} \quad (\text{B.1})$$

On peut étendre cette définition à tout ensemble A de pixels en considérant l'ensemble des pixels de \mathbb{Z}^2 voisins des pixels de A et n'appartenant pas à A :

$$\forall A \subset \mathbb{Z}^2, N_G(A) = \{q \in \mathbb{Z}^2 \setminus A, \exists p \in A, (p, q) \in G\}$$

Le chemin entre deux pixels p et q est défini de la façon suivante :

Définition B.1 *Un chemin C de longueur $l(C) = n$ et d'extrémités p et q dans la trame G est un $(n + 1)$ -uplet $(p_0, p_1, p_2, \dots, p_n)$ de pixels tels que :*

- $p_0 = p$ et $p_n = q$,
- $\forall i \in [1, n], p_i \in N_G(p_{i-1})$.

On appelle *lacet* un chemin dont les deux extrémités coïncident. La notion de chemin permet d'introduire deux notions très utiles :

- *La connexité.* Soit A un ensemble de pixels inclus dans \mathbb{Z}^2 et x un pixel de A . La composante connexe $C_x(A)$ qui contient x est l'union des chemins d'origine x inclus dans A .
- *La distance d_G* associée à G . La distance entre deux pixels p et q est donnée par la longueur minimale des chemins qui les joignent.

$$\forall p, q \in \mathbb{Z}^2, d_G(p, q) = \inf \{l(C), C \text{ chemin joignant } p \text{ et } q \text{ dans } G\}$$

On peut définir sur la trame sur laquelle on travaille une *distance euclidienne* en plongeant cette trame dans \mathbb{R}^2 .

$$d(p, q) = \|\vec{pq}\|$$

La notion de distance permet d'introduire celle de *fonction distance*, qui à chaque point x d'un ensemble X fait correspondre la distance de ce point au plus proche point du complémentaire de X (voir figure B.1).

Le plan discret \mathbb{Z}^2 est généralement représenté par une trame bidimensionnelle cartésienne, soit carrée, soit hexagonale (voir figure B.2 et B.3).

Les morphologistes préfèrent généralement travailler sur une trame hexagonale (6-connexité), car celle-ci possède de meilleures propriétés : elle est plus isotrope que la trame carrée et elle vérifie la *propriété de Jordan digitale* [Sch89], selon laquelle tout lacet simple non dégénéré, c'est à dire sans point double, qui ne se touche pas et qui n'est pas réduit à un point sépare le plan \mathbb{Z}^2 en deux composantes distinctes dont l'une est d'extension finie et l'autre infinie. La trame carrée, elle, ne vérifie pas cette propriété (voir figure B.4). En effet,

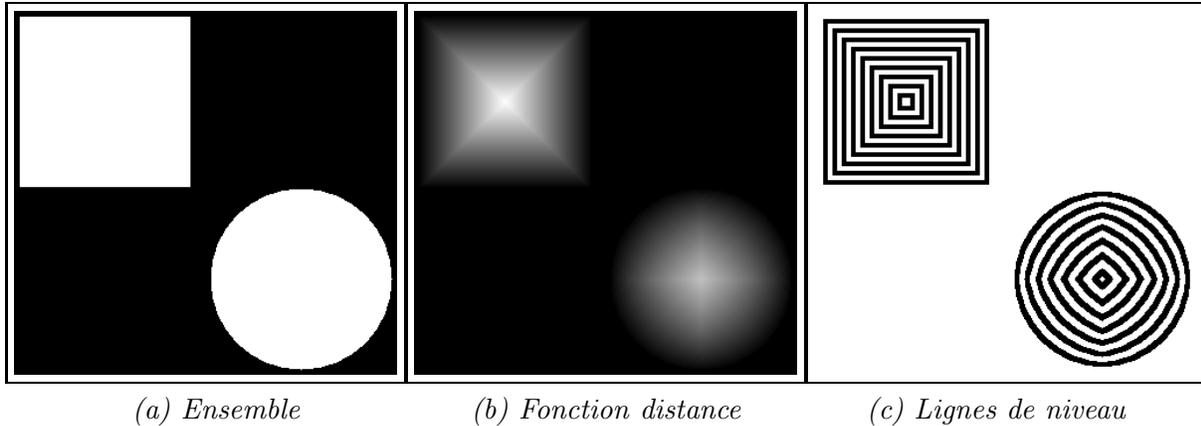


FIG. B.1: La fonction distance d'un ensemble est l'application qui en chaque point de l'ensemble associe sa distance au complémentaire. Fonction distance ici en 8-connexité

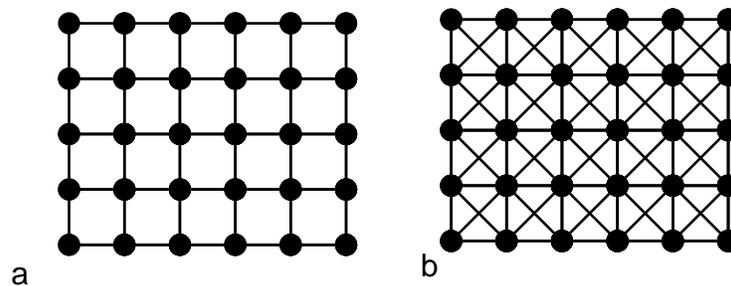


FIG. B.2: Portions de trame carrée. On peut choisir d'affecter à chaque point 4 voisins (trame a) ou 8 voisins (trame b).

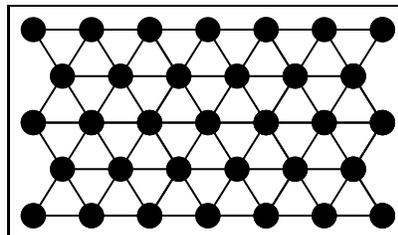


FIG. B.3: Portion de trame hexagonale.

en trame carrée, on doit déjà décider si un point possède comme voisin les quatre points les plus proches (4-connexité) ou en comptant en plus les 4 points diagonaux, les 8 points les plus proches (8-connexité). On est souvent obligé, lorsqu'on met en œuvre une transformation sur une trame digitale carrée de considérer le fond en 4-connexité et les objets en 8-connexité, ou bien réciproquement.

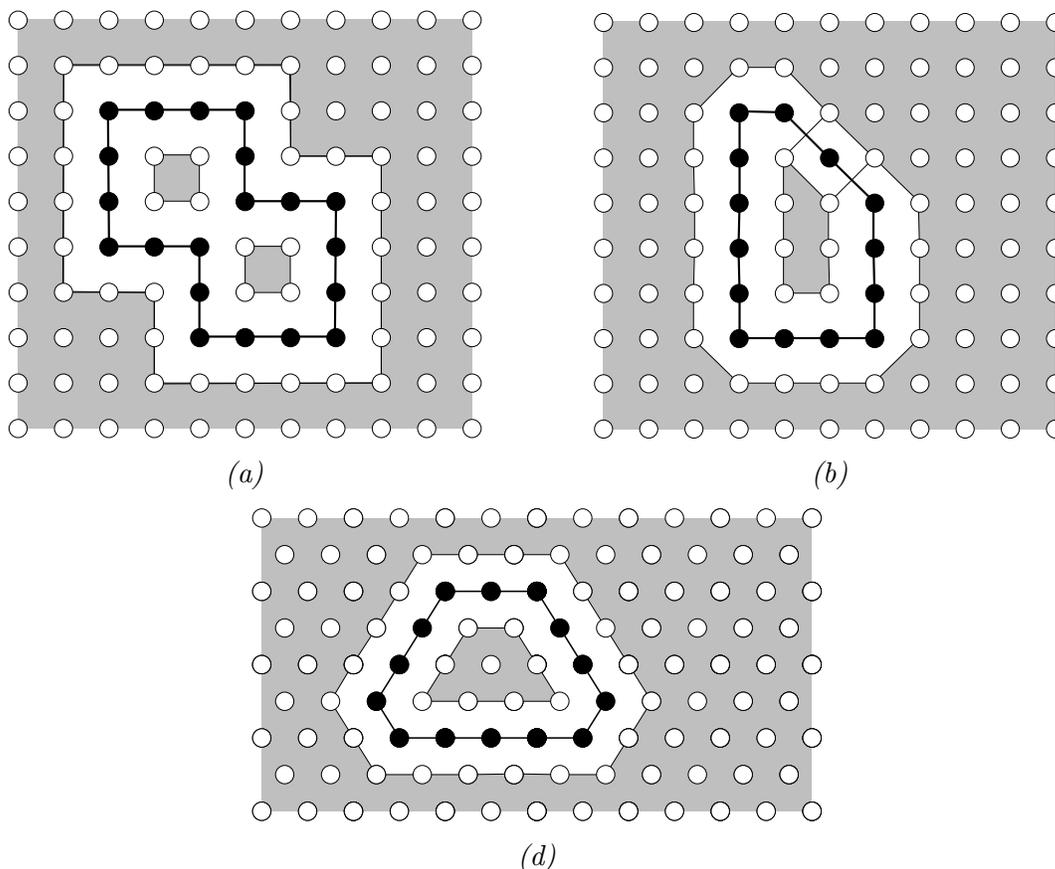


FIG. B.4: *Propriété de Jordan digitale. La trame carrée ne vérifie pas cette propriété. En a le lacet simple non dégénéré sépare le plan en trois composantes connexes. En b il ne sépare rien du tout. En c la propriété de Jordan est vérifiée, comme toujours en trame hexagonale.*

Malgré tous ses défauts la trame carrée est toujours la plus utilisée, car l'immense majorité du matériel de traitement d'images (cartes d'acquisition, caméras, écrans, etc) travaille dans cette trame. Il est possible de convertir une image 6-connexes en image 4- ou 8-connexes, mais on perd toujours un peu de précision.

De toute manière un grand nombre de propriétés intuitives dans le plan continu ne sont plus vraies dans la trame digitale. Par exemple il existe souvent plus d'un chemin minimal entre deux points (figure B.5). Il est parfois possible et utile (voir la fin de ce chapitre) de considérer le plongement de la trame discrète dans le plan euclidien. Cette approche apporte cependant son lot de difficultés. Nous en expliciterons quelques unes au chapitre 3.

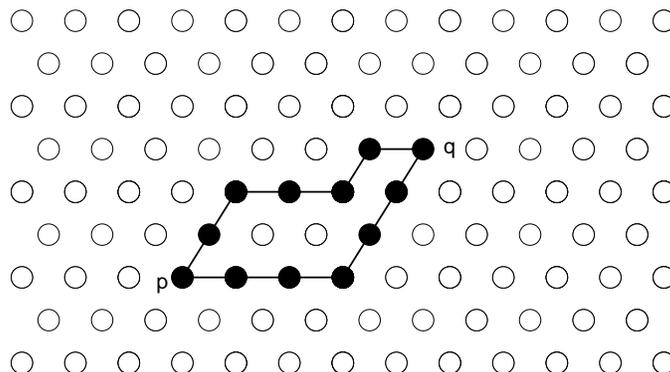


FIG. B.5: Plusieurs chemins distincts peuvent être de longueur minimale dans une trame discrète.

B.1.2 Images binaires et à niveaux de gris

Définition B.2 Une image bidimensionnelle discrète binaire I est une application d'un sous-ensemble \mathcal{D}_I de \mathbb{Z}^2 dans $[0, 1]$.

$$I : \mathcal{D}_I \subset \mathbb{Z}^2 \rightarrow [0, 1] \quad (\text{B.2})$$

Pour chaque pixel d'une image binaire, on associe la valeur 1 ou 0 suivant qu'il fait partie d'un objet ou du « fond ». Classiquement le domaine de définition \mathcal{D}_I d'une image est rectangulaire. En pratique une image bidimensionnelle peut être considérée comme un tableau rectangulaire de données. Dans le cas des images binaires ces données sont des *bits* (0 ou 1), d'où le nom *bitmap* en anglais, qui les désigne le plus souvent.

Définition B.3 Une image bidimensionnelle discrète à niveaux de gris I est une application d'un sous-ensemble \mathcal{D}_I de \mathbb{Z}^2 dans \mathbb{Z} .

$$I : \mathcal{D}_I \subset \mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathbb{Z} \quad (\text{B.3})$$

Une image binaire n'est donc rien d'autre qu'une image à niveaux de gris à deux niveaux : 0 et 1. La figure B.6 présente des exemples d'images binaire et à niveaux de gris.

Sur l'image binaire de cette figure, le niveau 0 est en blanc et le niveau 1 est en noir. À l'opposé, sur l'image en niveaux de gris, un niveau de gris est d'autant plus élevé qu'il apparaît clair sur l'image. On respectera toujours cette convention.

Pour mieux comprendre et interpréter le résultat des transformations morphologiques sur les images à niveau de gris, il est utile de les considérer comme un relief topographique, chaque pixel ayant une élévation proportionnelle à son intensité. Cette analogie entre les reliefs et les images est féconde ; en effet, cette représentation permet d'appliquer les transformations valables sur les ensembles aux images à niveaux de gris. On définit le *sous-graphe* SG d'une image à niveaux de gris comme la partie de l'espace à trois dimensions située en dessous du graphe de l'image. Plus précisément :

$$SG(I) = \{(x, t) \in \mathbb{Z}^2 \times \mathbb{Z}, t \leq I(x)\} \quad (\text{B.4})$$

La figure B.7 présente quelques exemple de sous-graphes.

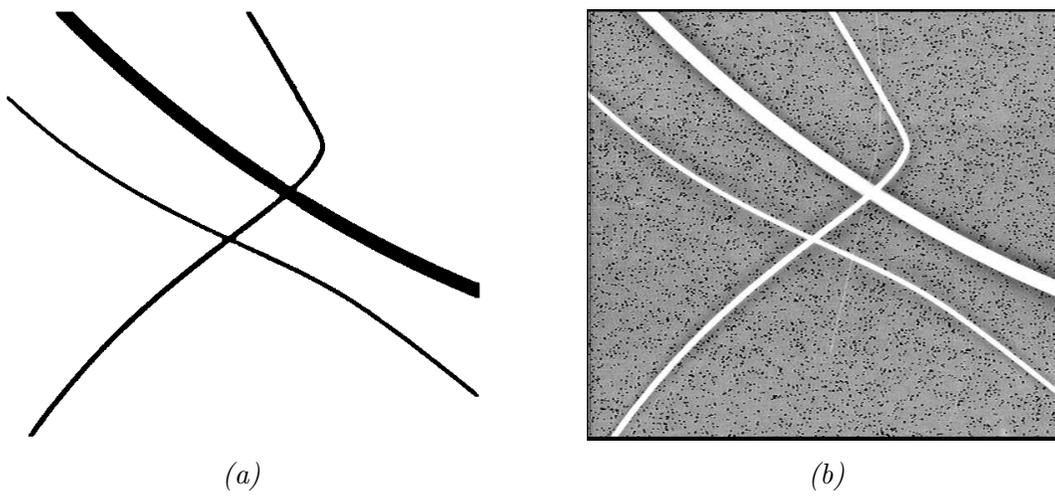


FIG. B.6: Exemple d'images binaire et à niveaux de gris.

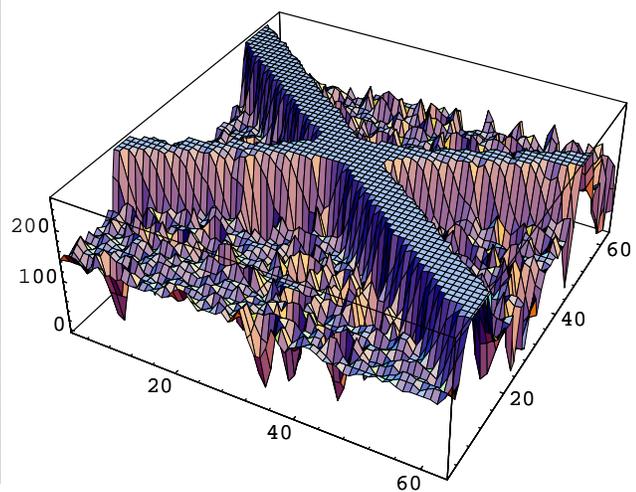
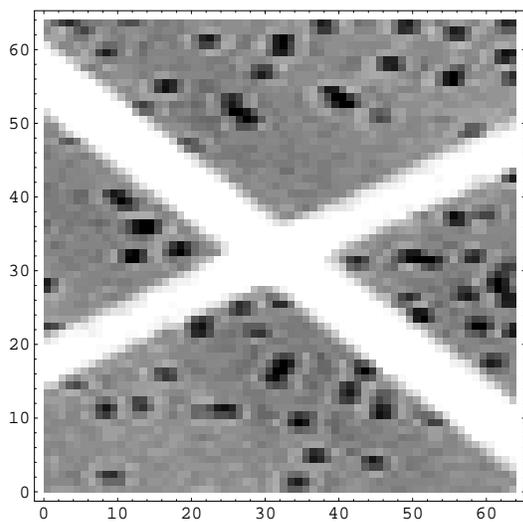
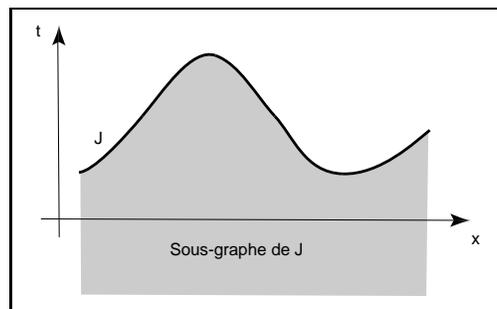


FIG. B.7: Sous-graphe d'un signal monodimensionnel et d'une image.

B.1.3 Opérations de base sur les ensembles

Les opérations booléennes de base sur les ensembles sont l'intersection \cap et la réunion \cup . On peut appliquer ces opérateurs directement aux images binaires. Pour les images à niveau de gris on doit utiliser la notion de *sup* \vee et d'*inf* \wedge . Dans le cas digital, ces notions sont équivalentes aux notions de maxima et minima (voir figure B.8, dans le cas des images 1D). Pour tout I et J images on a :

$$\forall x \in \mathcal{D}_I \begin{cases} (I \vee J)(x) = \max(I(x), J(x)) \\ (I \wedge J)(x) = \min(I(x), J(x)) \end{cases} \quad (\text{B.5})$$

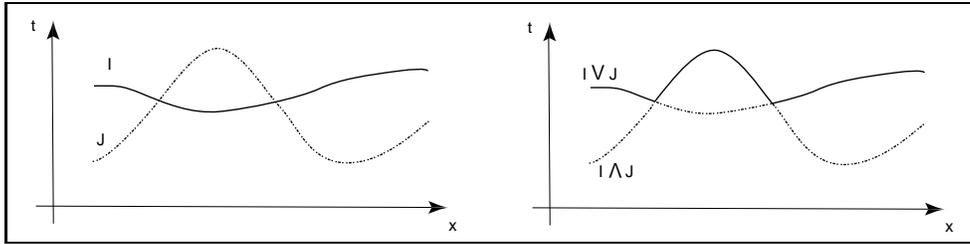


FIG. B.8: Sup et inf de deux images I et J .

On peut noter que ces opérateurs peuvent être définis à partir de leur sous-graphe ; en effet :

$$SG(I \vee J) = SG(I) \cup SG(J) \quad (\text{B.6})$$

$$SG(I \wedge J) = SG(I) \cap SG(J) \quad (\text{B.7})$$

Un autre opérateur important est la *complémentation*. La complémentation d'une image I notée I^c est obtenue par

$$\forall x \in \mathcal{D}_I, f^c(x) = MAX - f(x) \quad (\text{B.8})$$

où MAX est la plus grande valeur autorisée pour l'image en cours (par exemple, 1 pour une image binaire, 255 pour une image codée sur 8 bits).

Une dernière opération dont nous avons besoin est la *translation*. On notera la translation d'une image I par un vecteur \vec{b} par I_b , et on définit cette translation par :

$$\forall x \in I, I_b(x) = I(x - \vec{b}) \quad (\text{B.9})$$

B.1.4 propriétés des opérations sur les ensembles

La plupart des opérateurs morphologiques sont définis comme des opérations sur les ensembles. Voici un rappel des principales propriétés qui peuvent être associées aux opérations sur les ensembles :

- **idempotence**. Une opération f est *idempotente* si elle donne le même résultat qu'elle soit appliquée une fois ou bien deux fois de suite.

$$f \text{ idempotent} \Leftrightarrow \forall I \text{ image}, f(f(I)) = f(I). \quad (\text{B.10})$$

- **extensivité.** Une transformation f est *extensive* si son résultat est plus grand que l'image de départ, pour toute image. Une opération est *anti-extensive* si son résultat est plus petit que l'image de départ.

$$f \text{ extensive} \Leftrightarrow \forall I \text{ image}, f(I) \geq I. \quad (\text{B.11})$$

- **croissance.** Une transformation f est *croissante* si elle préserve l'ordre.

$$f \text{ croissante} \Leftrightarrow \forall I, J \text{ image}, I \leq J \Rightarrow f(I) \leq f(J). \quad (\text{B.12})$$

Une dernière propriété des opérations sur les ensemble dont il est utile de parler est la conservation ou non de l'homotopie. En simplifiant on peut dire que deux objets sont homotopes si on peut passer de l'un à l'autre par déformation continue, c'est à dire sans créer de particule et sans combler de trous. Par exemple une tasse (à une anse) et un tore sont homotopes.

B.2 Transformations morphologiques

Le formalisme orthodoxe pour décrire les opérations morphologiques et la morphologie mathématique en général est le cadre de la théorie des treillis complets, c'est-à-dire des ensembles partiellement ordonnés pour lesquels toute famille d'éléments admet une borne sup et une borne inf. Pour ne pas alourdir ce chapitre nous nous contenterons d'évoquer ce cadre, au risque de perdre beaucoup en rigueur. Les lecteurs exigeants pourront se reporter aux ouvrages de base cités en introduction.

Conformément à ce que permet ce cadre, cependant, dans tout ce qui va suivre on évitera de faire la distinction entre les images binaires et les images à niveaux de gris, le premier étant un cas particulier du second.

B.2.1 Erosion et dilatation

B.2.1.1 Éléments structurants

Dans le cadre des treillis complets, on appelle *érosion* toute opération qui commute avec l'inf, et *dilatation* toute opération qui commute avec le sup. Pour chaque érosion on peut définir une unique dilatation dite *duale*, et réciproquement. En pratique pour définir la notion d'érosion et celle de dilatation on utilise ce qu'on appelle un *élément structurant* (ÉS), c'est à dire un ensemble connu B pour lequel on définit une *origine*, c'est à dire simplement un point particulier.

Un éléments structurants couramment utilisé pour les images discrètes est l'élément isotrope au sens de la trame de taille unité (noté D) :

$$D = \{p \in \mathbb{Z}^2, d_G(0, p) \leq 1\} \quad (\text{B.13})$$

Où 0 est l'origine du plan (et celle de l'ÉS). Cet ÉS est la *boule unité* dans la trame considérée.

En trame hexagonale, D est l'hexagone élémentaire, alors qu'en trame carrée, D est respectivement une croix en 4-connexité et un carré unité en 8-connexité (voir figure B.9).

De même l'élément structurant isotrope (toujours au sens de la trame) de *taille* n est noté nD et est défini par :

$$nD = \{p \in \mathbb{Z}^2, d_G(0, p) \leq n\} \quad (\text{B.14})$$

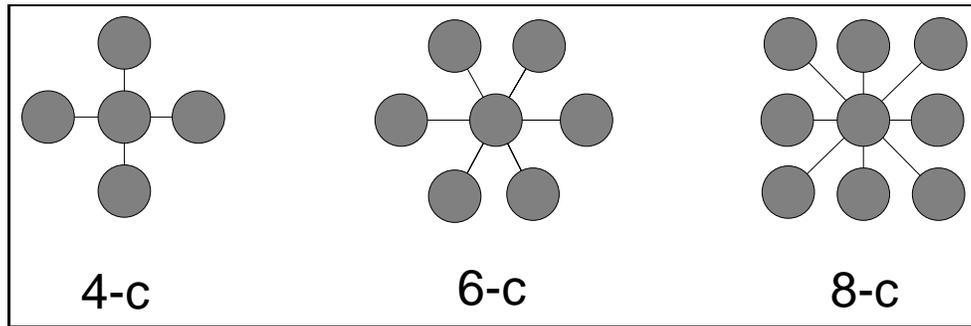


FIG. B.9: ES élémentaires pour les trames standard (carrée 4-connecte, hexagonale 6-connecte, carrée 8-connecte).

En trame carrée et en 8-connectité, $3D$ est le carré centré de côté $3 \times 2 + 1 = 7$ pixels, par exemple (voir figure B.10).

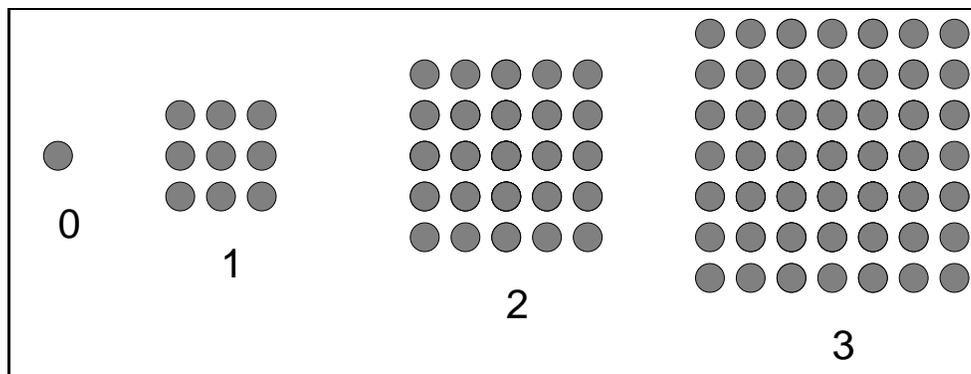


FIG. B.10: ÉS de taille croissante pour la trame carrée (tailles 0 (identité), 1, 2 et 3) en 8-connectité.

On peut définir une infinité d'éléments structurants. Dans le cas des images à niveaux de gris, ceux-ci ne sont pas forcément binaires, on parle alors parfois de *fonction structurante* (voir figure B.11), ou d'*élément structurant 3-D*. Cependant, en considérant leur sous-graphe, comme dans le cas d'une image, ils se traitent théoriquement comme dans le cas binaire en considérant les opérations sur les ensembles.

B.2.1.2 Définitions

Lorsqu'on considère un ensemble X et un élément structurant B , la dilatation $\delta_B(X)$ de X par B est l'union des points x tels que B_x (B translaté en x) intersecte X :

$$\delta_B(X) = \{x, B_x \cap X \neq \emptyset\} \tag{B.15}$$

l'érosion $\epsilon_B(X)$ de X par B est l'ensemble des points x tels que B soit totalement inclus dans X si B est centré en x .

$$\epsilon_B(X) = \{x, B_x \subset X\} \tag{B.16}$$

La figure B.11 présente un exemple de dilatation d'un signal monodimensionnel par une fonction structurante selon cette définition.

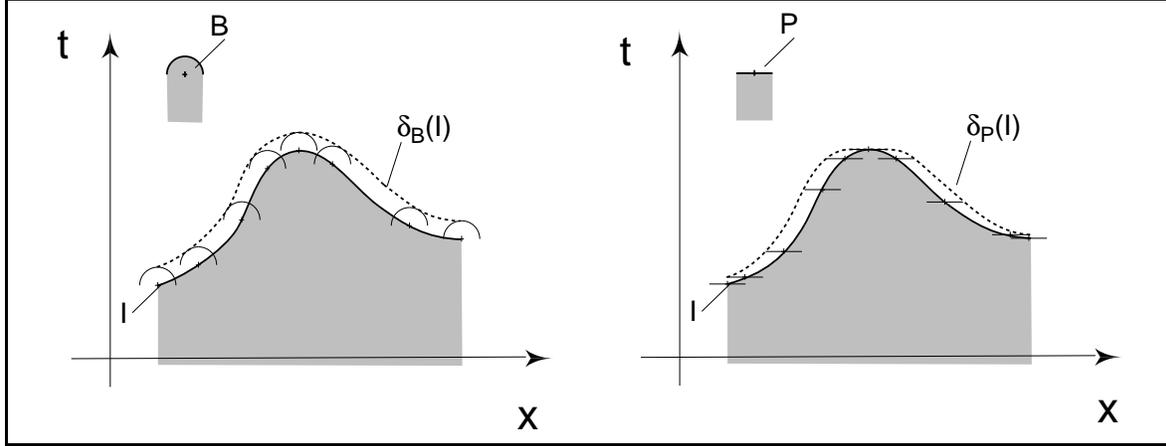


FIG. B.11: Dilatation d'un signal par un élément structurant non plan (fonction structurante) et un élément structurant plan. Dilater par un ÉS plan revient à prendre le maximum de la fonction sur la fenêtre définie par l'ÉS.

Nous allons un peu simplifier cette expression. Supposons tout d'abord que nous ne nous intéressons qu'aux éléments structurants dits *plans*, c'est à dire ceux valables pour les images binaires, et que nous laissons de côté les fonctions structurantes générales¹. On peut alors définir la dilatation d'une image I par B en un point x comme la valeur maximale de l'image dans la fenêtre constituée par B lorsqu'elle est située en x (voir encore la figure B.11).

$$\delta_B(x) = \max\{x_k, k \in B\} \quad (\text{B.17})$$

Dans le même cadre, on définit alors l'érosion :

$$\epsilon_B(x) = \min\{x_k, k \in B\} \quad (\text{B.18})$$

Les opérations de dilatation et d'érosion sont définies de façon duales l'une de l'autre vis à vis de l'opération de complémentation.

$$\epsilon_B(I) = [\delta_B(I^c)]^c \quad (\text{B.19})$$

La figure B.12 présente des exemples de dilatation et d'érosion par des carrés dans les cas binaires et numériques.

On note souvent l'érosion et la dilatation à partir des soustractions et des additions de Minkowski, ainsi :

$$\delta_B(I) = I \oplus \check{B} \quad (\text{B.20})$$

$$\epsilon_B(I) = I \ominus \check{B} \quad (\text{B.21})$$

¹En général l'intensité d'un pixel de l'image et sa position spatiale ne sont pas définis par les mêmes unités ni les mêmes dimensions.

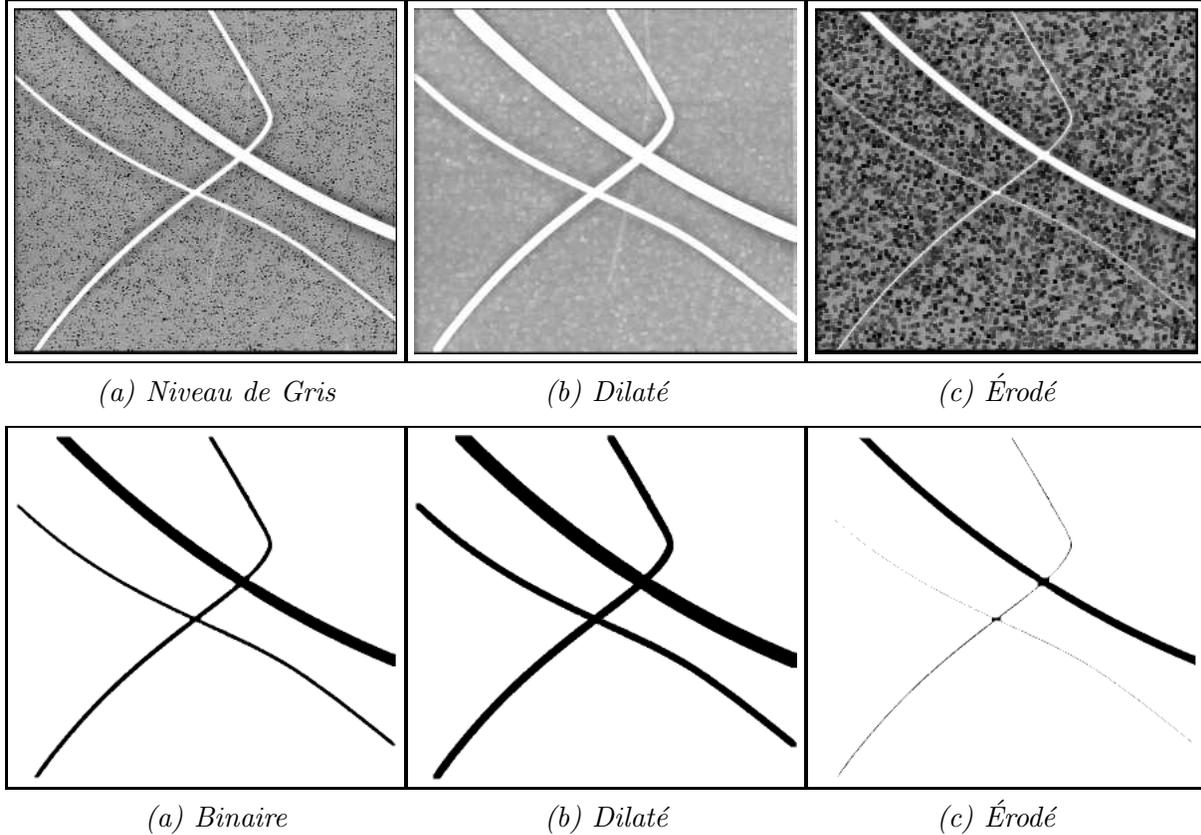


FIG. B.12: Dilatations et érosions en niveaux de gris et en binaire par un élément structurant carré symétrique.

Où \check{B} est le transposé de B , c'est à dire le symétrique de B par rapport à l'origine :

$$\check{B} = \{x, -x \in B\} \quad (\text{B.22})$$

Lorsque l'élément structurant est symétrique (la plupart du temps) l'écriture du « $\check{\cdot}$ » devient inutile.

Il y a beaucoup à dire sur les propriétés de l'érosions et de la dilatation. Nous nous contenterons de quelques unes :

- Erosion et dilatation sont des transformations croissantes
- La dilatation (par exemple) par la boule de taille n peut être obtenue par n itérations de dilatations par la boule de taille unité. En général :

$$\delta_{B_1}[\delta_{B_2}](I) = \delta_{\delta_{B_1}(B_2)}(I) \quad (\text{B.23})$$

$$\epsilon_{B_1}[\epsilon_{B_2}](I) = \epsilon_{\delta_{B_1}(B_2)}(I) \quad (\text{B.24})$$

- Il n'y a pas d'opération inverse ni de la dilatation, ni de l'érosion.

B.2.1.3 Une application : les gradients

À partir de la dilatation et de l'érosion on peut définir le *gradient morphologique* :

$$\Gamma(I) = \delta_B(I) - \epsilon_B(I) \quad (\text{B.25})$$

et les deux variantes

$$\Gamma^+(I) = \delta_B(I) - I \quad (\text{B.26})$$

$$\Gamma^-(I) = I - \epsilon_B(I) \quad (\text{B.27})$$

Appelés *gradient externe* et *gradient interne*. B est la boule unité de la trame considérée. On verra un exemple de gradient à propos de la ligne de partage des eaux.

Les gradients permettent de mettre en évidence les zones de forte variation d'intensité dans l'image. Ce sont classiquement les zones de contours des objets.

B.2.2 Transformations en tout ou rien

On considère les transformations qui tiennent compte à la fois des points qui appartiennent à l'ensemble et des points qui n'y appartiennent pas. On a donc besoin de deux éléments structurants, l'un noté T_1 s'applique à l'ensemble et l'autre T_2 s'applique à son complémentaire. On note :

$$X \star T = (X \ominus T_1) \cap (X^c \ominus T_2) \quad (\text{B.28})$$

On appelle ces opérations *transformations en tout ou rien* ou *HMT* (hit or miss transforms).

Deux types de transformations essentiellement font appel aux transformées en tout ou rien, ce sont les *amincissements* et les *épaississements*. Dans la première transformation on retranche de l'ensemble de départ le résultat de la transformée en tout ou rien, dans le second cas on l'ajoute.

Ces transformations peuvent par exemple servir à calculer des squelettes, à détecter les points isolés ou les points multiples, etc.

B.2.3 Transformées géodésiques

La *distance géodésique* $d_R(x, y)$ d'un point x à un point y à l'intérieur d'un ensemble R est le plus petit chemin de x à y restant à l'intérieur de R .

$$d_R(x, y) = \min\{l(C_{xy}), C_{xy} \in R\} \quad (\text{B.29})$$

Cette distance vaut par convention $+\infty$ si aucun chemin n'existe entre x et y à l'intérieur de R .

L'ensemble R est appelé le *masque*. On va pouvoir introduire des transformations morphologiques *géodésiques*, en considérant uniquement la partie de l'élément structurant qui reste à l'intérieur du masque. Par exemple la boule géodésique isotrope (selon la trame) de rayon r est :

$$B_R(x, r) = \{y \in R, d_R(x, y) \leq r\}$$

B.2.3.1 Transformées élémentaires géodésiques

En mode géodésique strict, le seul structurant que l'on puisse considérer est la boule géodésique isotrope. La dilatation et l'érosion géodésiques d'un ensemble X inclus dans un masque R par la boule géodésique de taille 1 s'écrivent alors :

$$\delta_R^{(1)}(X) = \{y \in R, B_R(y, 1) \cap X \neq \emptyset\} \quad (\text{B.30})$$

$$\epsilon_R^{(1)}(X) = \{y \in R, B_R(y, 1) \subset X\} \quad (\text{B.31})$$

Le résultat de l'opération est donc toujours compris dans le masque. On peut noter par exemple la dilatation par :

$$\delta_R^{(1)}(X) = (X \oplus D) \cap R \quad (\text{B.32})$$

Où D est l'élément structurant isotrope de base de la trame (§ B.2.1).

En termes de min et max, la dilatation géodésique s'exprime par :

$$\delta_R^{(1)}(X) = \min\{\delta_D(X), R\} \quad (\text{B.33})$$

Les dilatations successives sont obtenues par itérations de la dilatation de taille 1 :

$$\delta_R^{(n)}(X) = \underbrace{\delta_R^{(1)}(\delta_R^{(1)}(\dots\delta_R^{(1)}(X)))}_{n \text{ fois}} \quad (\text{B.34})$$

La figure B.13 présente un exemple de dilatations géodésiques successives dans les cas binaires et numériques.

L'érosion et la dilatation géodésique sont duales par complémentation :

$$\epsilon_R^{(n)}(R \setminus X) = R \setminus \delta_R^{(n)}(X) \quad (\text{B.35})$$

B.2.3.2 Reconstruction

Un des premiers intérêts de la dilatation géodésique est de permettre l'opération de *reconstruction*. À partir de marqueurs désignant les parties que l'on souhaite en quelque sorte « garder », une dilatation géodésique de taille infinie (en pratique jusqu'à idempotence) permettra de retrouver les formes originelles de ces parties. On voit sur la figure B.14 un tel exemple de transformation.

B.2.4 Ouvertures et Fermetures

Dans le cadre de la morphologie mathématique sur treillis complets, une ouverture est une opération croissante, anti-extensive, et idempotente. Parmi celles-ci on appelle *ouvertures morphologiques* γ_B celles que l'on peut définir à l'aide d'un élément structurant B . On appelle *fermeture* ϕ_B l'opération duale. Plus précisément :

$$\gamma_B X = \delta_{\check{B}}(\epsilon_B(X)) \quad (\text{B.36})$$

$$\phi_B X = \epsilon_{\check{B}}(\delta_B(X)) \quad (\text{B.37})$$

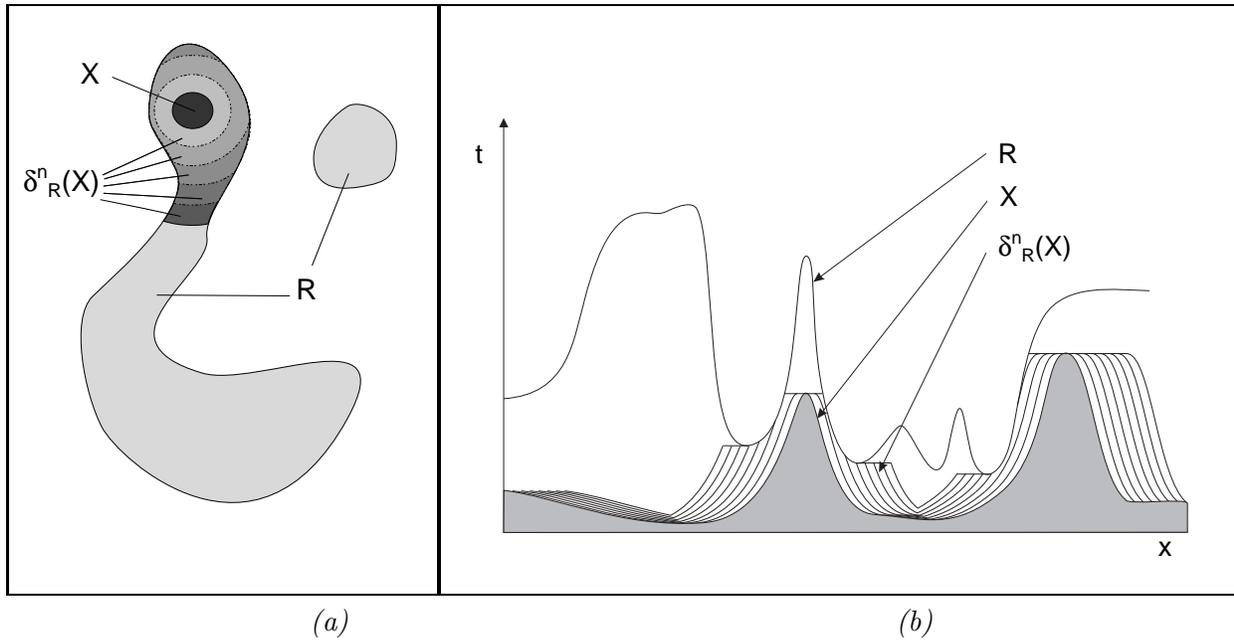


FIG. B.13: Dilatation géodésique. a : cas binaire, b cas numérique (élément structurant plan).

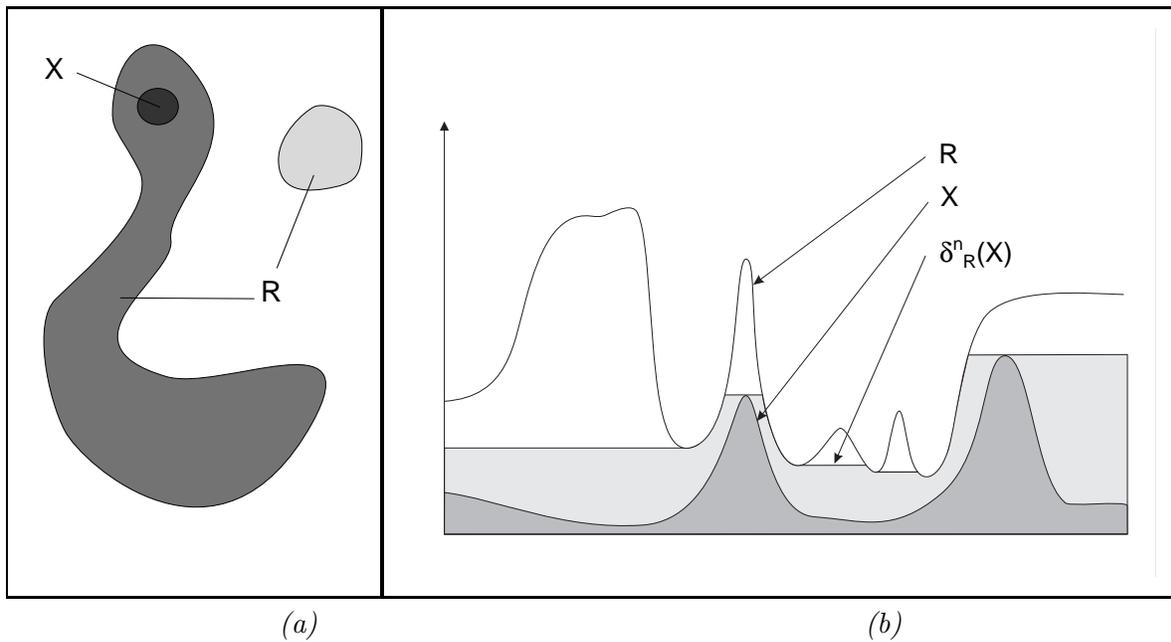


FIG. B.14: Reconstruction. On retrouve la forme des ensembles initiaux en a. En b on ne reconstruit pas tout car on a utilisé un ÉS plan.

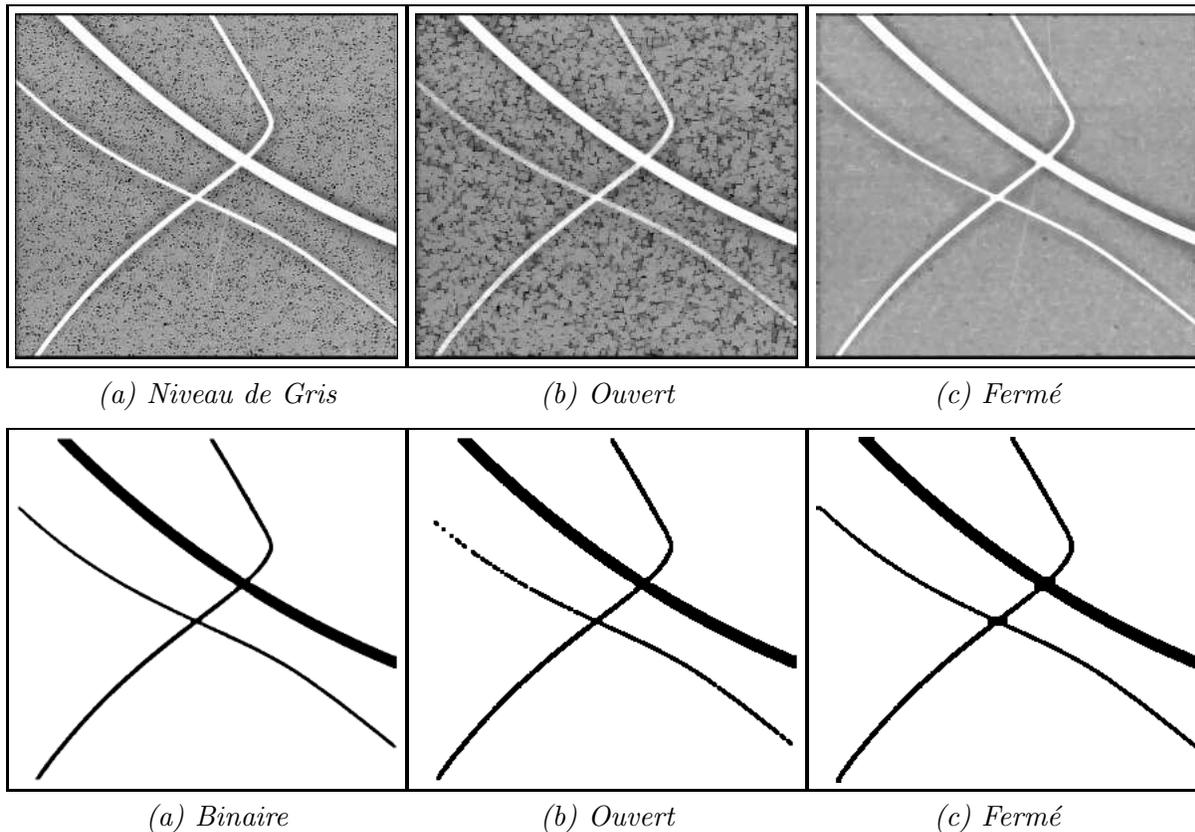


FIG. B.15: Fermetures et ouvertures en niveaux de gris et en binaire (ÉS carré de taille 2.)

la figure B.15 illustre l'effet des ouvertures et des fermetures dans les cas numérique et binaire.

On vérifie sur ces images que l'ouverture et la fermeture ne donnent en effet pas le même résultat. On le répète : ces opérations n'ont pas d'inverse. On voit sur ces figures que l'opération duale « rattrape » un peu l'effet de l'opération initiale (par rapport à une érosion ou une dilatation simple), mais que certains détails sont perdus. En particulier l'ouverture fait disparaître les pics (selon la taille de l'ÉS) et la fermeture comble les vallées. On peut utiliser ces opérations pour simplifier les images sur lesquelles on travaille ou pour permettre de détecter les petits détails. On constate sur ces exemples très simples que la forme de l'élément structurant est visible.

Une ouverture (fermeture) très utilisée est l'ouverture (la fermeture) *par reconstruction*. On fait suivre une érosion (une dilatation) d'une reconstruction (reconstruction duale). On vérifie facilement que le résultat est une ouverture (fermeture). Son intérêt est d'être plus adaptative que l'ouverture ou la fermeture simple. En particulier on y reconnaît beaucoup moins la forme de l'élément structurant.

Les opérations qui font ainsi appel à la reconstruction font appel à une importante famille d'opérateurs dits *connexes* [Mat75, SS93].

Un tel exemple d'ouverture connexe que nous aurons l'occasion d'utiliser un peu plus loin est l'ouverture *surfacique*, proposée par Matheron [Mat75, pp.196-200] et récemment mis en

œuvre par Vincent [Vin93]. L'ouverture surfacique d'une image I est l'image J dont tous les maxima ont une surface projetée plus grande qu'un paramètre a . On peut aussi la définir comme le sup des ouvertures par tous les éléments structurants de surface a donnée. La figure B.16 présente un exemple de *fermeture* surfacique (l'opération duale avec une condition sur les minima).

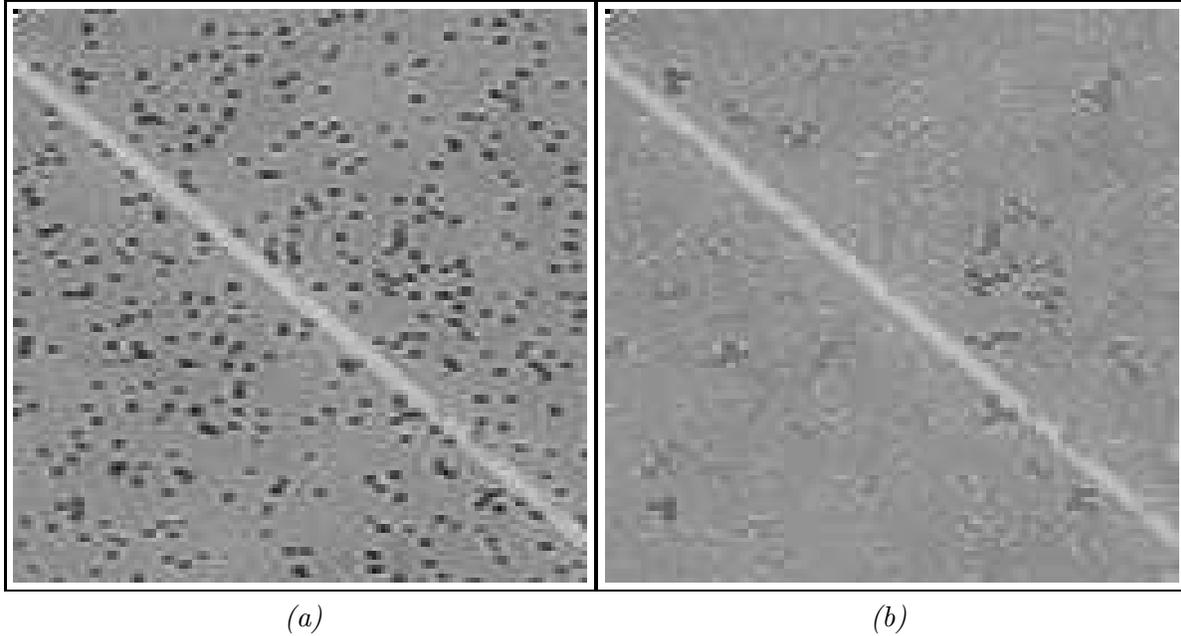


FIG. B.16: Fermeture surfacique de taille 20 (pixels carrés). Les minima de petite taille ont été comblés de façon adaptative. Les pics de l'image n'ont pas été affectés (par exemple, la fibre).

B.2.4.1 Les transformations chapeaux hauts-de-forme

On appelle *transformation chapeau haut-de-forme* ou *top hat* la différence entre l'image originale et l'ouvert de cette image, ou entre le fermé de l'image et l'image originale. Le premier type de chapeau haut-de-forme est appelé *chapeau haut-de-forme blanc* car il permet de détecter ce que l'ouverture a fait disparaître, c'est-à-dire les pics ou parties claires de l'image originale. Le second type de chapeau haut-de-forme, dual du premier, est appelé *chapeau haut-de-forme noir*, car il détecte les vallées, ou parties sombres d'une image. La figure B.17 illustre le cas des chapeaux hauts-de-forme blancs.

Il existe autant de façons d'obtenir des transformations chapeaux hauts-de-forme que de types d'ouvertures. D'une manière générale, on appelle les transformations qui font appel à des opérations morphologiques combinées avec des différences des *résidus*. Les chapeaux hauts-de-forme, les squelettes, les gradients et quelques autres transformations sont des résidus.

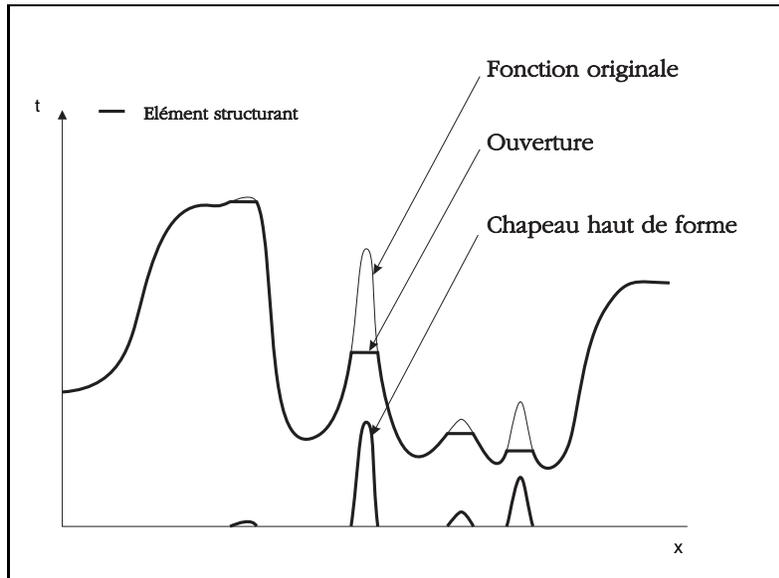


FIG. B.17: Top-hat sur un signal 1-D.

B.3 Filtrage

On remarquera que l'on a, tout au long de cet exposé, évité le terme de « filtre » pour décrire l'une ou l'autre des opérations présentées. Ce n'est pas par hasard. En effet, si en traitement du signal classique on désigne par « filtre » à peu près toutes les types de traitements, en morphologie mathématique, ce terme a une signification bien précise : Un filtre morphologique dans le cadre d'un treillis complet T est un opérateur *croissant* et *idempotent* [Ser88]. Si \mathcal{F} est un tel opérateur, alors

$$\forall B, B' \in T, B \subset B' \longleftarrow \mathcal{F}(B) \subset \mathcal{F}(B') \quad (\text{B.38})$$

et

$$\forall B \in T, \mathcal{F}(\mathcal{F}(B)) = \mathcal{F}(B) \quad (\text{B.39})$$

Ni une érosion ni une dilatation ne sont donc des filtres morphologiques en général, puisque ces opérations ne sont pas idempotentes (sauf en utilisant un point pour élément structurant, ce qui donne l'application identité). Par contre les ouvertures et les fermetures sont des filtres morphologiques, et d'une manière générale, les compositions de fermetures et d'ouvertures sont également des filtres morphologiques.

On a déjà fait la remarque que les opérations de base de la morphologie mathématique considéraient de façon différente les blancs et les noirs des images à niveau de gris. Or, pour nombre d'applications, il peut être nécessaire de traiter ceux-ci de la manière la plus égalitaire possible. D'autre part on peut vouloir réaliser une même opération pour différentes tailles d'objets, ou plus généralement indépendamment du contenu de l'image. Dans un cas comme dans l'autre il faut réaliser des compositions d'opérations morphologiques.

La théorie du filtrage morphologique est là pour nous aider à réaliser ces compositions de manière efficace. En particulier, on peut introduire ce qu'on appelle les *filtres alternés séquentiels* (FAS), qui sont, comme leur nom l'indique, des compositions d'ouvertures et de fermetures de tailles croissantes, réalisés avec des éléments structurants acceptables pour

une granulométrie (c'est à dire convexes, que l'on peut déduire les uns des autres par des homothéties et de taille croissante indexés par n : exemple : la famille des ÉS carrés).

Par exemple le filtre alterné séquentiel blanc (commençant par une ouverture) peut s'écrire comme :

$$\Phi_n(x_i) = \phi_n \gamma_n \phi_{n-1} \gamma_{n-1} \dots \phi_1 \gamma_1 \quad (\text{B.40})$$

et le FAS noir par

$$\Psi_n(x_i) = \gamma_n \phi_n \gamma_{n-1} \phi_{n-1} \dots \gamma_1 \phi_1 \quad (\text{B.41})$$

La théorie des filtres morphologiques est assez longue et ne saurait tenir dans ces quelques pages. Par conséquent nous nous contentons de montrer quelques exemples d'application élémentaires (figure B.18).

Les filtres alternés séquentiels peuvent donc servir à diminuer l'importance du bruit d'origine aléatoire dans les images aussi bien binaires qu'à niveau de gris, facilitant ainsi une étape ultérieure de segmentation. D'autre part, les filtres alternés séquentiels étant des compositions d'opérations à base d'ÉS, on peut, en jouant sur ces ÉS, amplifier, préserver ou faire disparaître les formes que l'on souhaite, dans les limites du choix des ÉS utilisables. Généralement, on ne module pas les opérations que l'on souhaite opérer sur ses images en fonction d'une forme statistique du bruit, mais bien précisément en fonction du contenu sémantique de l'image. Les filtres morphologiques sont donc la plupart du temps fabriqués « sur mesure » en fonction du *contenu* de l'image.

B.4 Ligne de partage des eaux

En reprenant l'analogie des images à niveaux de gris avec un relief topographique, on peut définir une transformation topographique intéressante qui est la *ligne de partage des eaux*. Imaginons une goutte d'eau tombant sur le relief créée par l'image. Celle-ci va s'écouler jusqu'à ce qu'elle atteigne un minimum régional. À chaque minimum régional M on peut associer l'ensemble des points p tels qu'une goutte d'eau tombant en p rejoigne M . On appelle cet ensemble un *bassin versant*. Les points situés à la frontière de deux bassins constituent un ensemble de contours fermés qu'on appelle la *ligne de partage des eaux* (voir figure B.19).

En pratique on calcule la ligne de partage des eaux non en partant des endroits où tombent des gouttes d'eau, mais en « inondant » l'image en partant des minima de celle-ci. La ligne de partage des eaux est l'ensemble des points où au moins deux nappes d'eau se rencontrent.

La ligne de partage des eaux (LPE) est à la base d'un algorithme de segmentation puissant et souple proposé par Beucher et Lantuéjoul [BL79, Beu82]. L'idée générale est la suivante : on commence par définir ce qu'on recherche en exhibant des *marqueurs intérieurs* à l'objet, c'est à dire un ensemble binaire éventuellement labellisé (de niveau de gris différent pour chaque particule connexe) entièrement inclus dans les objets que l'on recherche. La forme de ces marqueurs n'est pas importante, seule leur localisation et leur extension le sont. On cherche de la même manière un ou des *marqueurs extérieurs* à l'objet. On considère le *gradient* de l'image. On inonde ensuite ce gradient à partir de tous les marqueurs (et non à partir des minima « naturels » du gradient). Une et une seule ligne de partage des eaux est alors présente entre chaque marqueur, et elle a tendance à se situer sur le contour des objets à segmenter, qui ont déjà été pré-détectés par le gradient.

On reprend ici une partie de l'exemple très simple de la thèse de Gratin (image originale : image d'un œuf en RMN, *source Neils Roberts, University of Liverpool*) sur la figure B.20 :

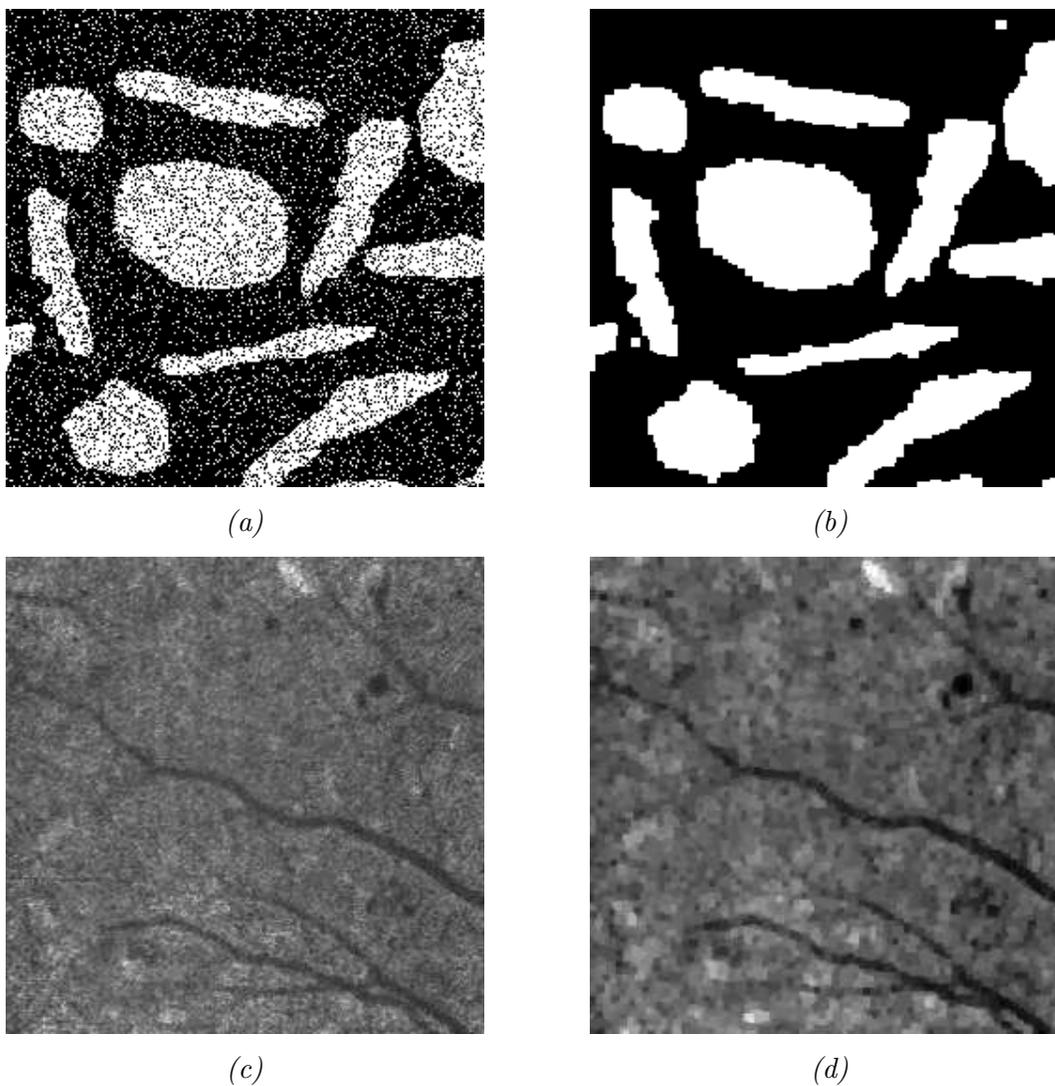


FIG. B.18: Utilisation des filtres alternés séquentiels. (a) Image binaire, (b) FAS blanc taille 2, (c) Fond d'œil, (d) FAS noir taille 1

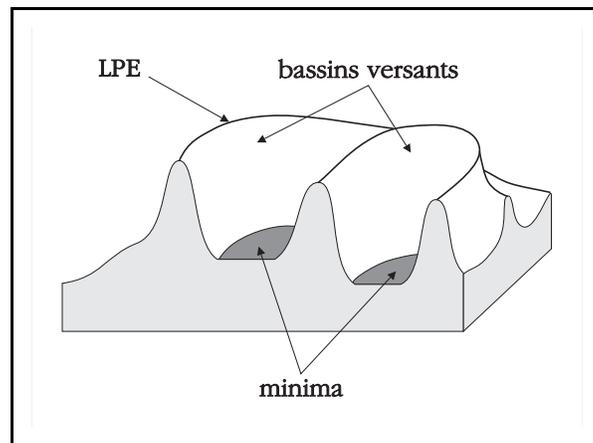


FIG. B.19: La ligne de partage des eaux.

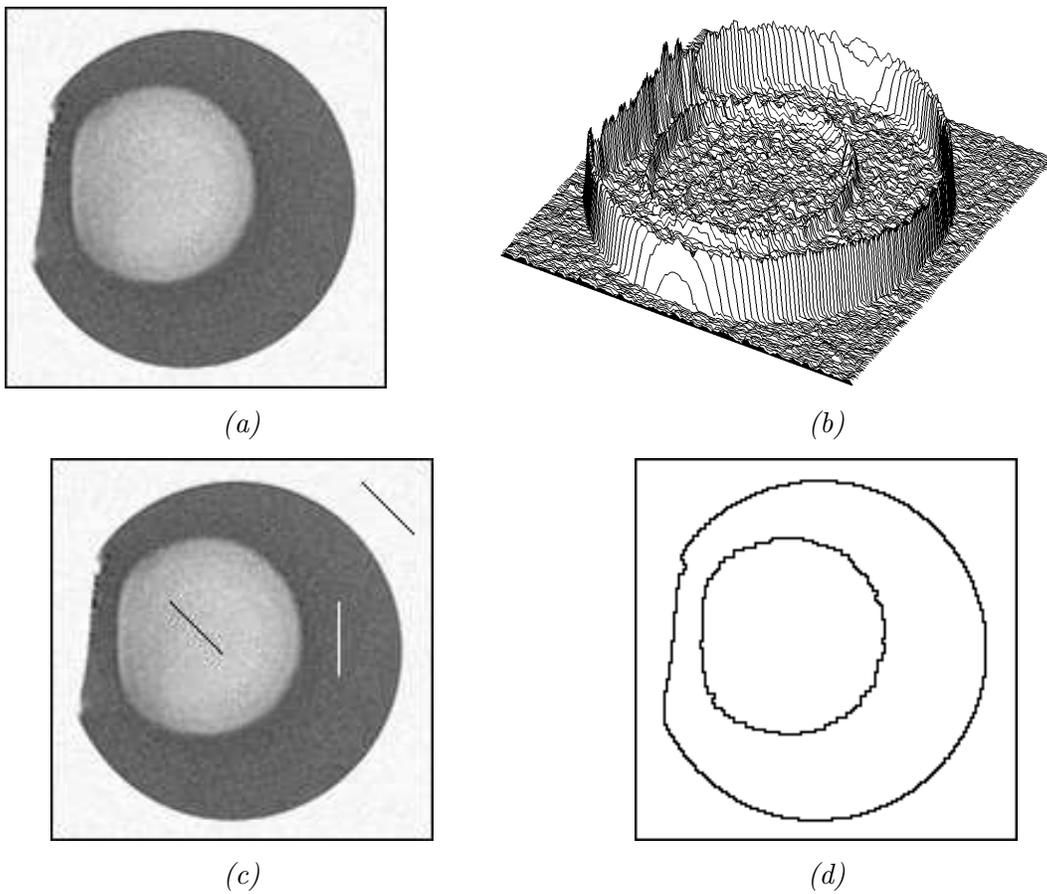


FIG. B.20: En a image originale, en b le gradient (vu en relief), en c les marqueurs (ici imposés à la main) et en d la segmentation obtenue.

Sur cet exemple les marqueurs du jaune, du blanc et de l'extérieur de l'œuf sont donnés à la main. Il est possible (et Gratin en donne un exemple) de rechercher des marqueurs automatiques de ces parties. Contrairement à l'apparence très simple de l'image, un simple seuillage ne donne pas de bons résultats, alors que segmentation par LPE donne un résultat parfait. L'essentiel ici étant de montrer le déroulement de la méthodologie de segmentation par LPE, on n'insistera pas davantage.

B.5 Mise en œuvre informatique

La mise en œuvre informatique des algorithmes de MM est un sujet passionnant, et nous en parlerons un peu dans les deux chapitres qui suivent, mais il ne nous est pas possible de présenter l'ensemble des méthodes informatiques qui permettent de mettre en œuvre toutes ces transformations. Le nombre de cas particuliers est vraiment trop important.

Il est toutefois assez utile d'exposer en quelques mots quelles sont actuellement les méthodes générales de mise en œuvre, et quelles sont leurs particularités.

Le monde des algorithmes de morphologie mathématique est grossièrement séparé en trois catégories :

1. Les algorithmes parallèles. Ces algorithmes opèrent d'une image d'entrée vers une image de sortie différente et fonctionnent de la manière suivante : on balaye les pixels de l'image d'entrée et on calcule la nouvelle valeur du point considéré en fonction de la valeur du pixel courant et de celle des pixels dans son voisinage. L'ordre de traitement n'importe pas. On pourrait ainsi imaginer de traiter en parallèle (d'ou leur nom) tous les pixels de l'image d'entrée. Ces algorithmes sont mis en œuvre de façon efficace dans les machines de traitement d'image spécialisées [Bil92], mais sont généralement lents sur les stations de travail courantes.
2. Les algorithmes séquentiels. Ceux-ci font aussi intervenir un ou plusieurs balayages de l'image d'entrée, mais le résultat du traitement est placé dans cette même image, pour être exploité lors du déplacement immédiatement ultérieur du balayage. L'ordre des balayages de l'image est essentiel pour ces algorithmes. En général ces algorithmes sont bien plus rapides sur station de travail courante que les algorithmes parallèles. Certaines machines d'analyse d'images spécialisées commencent à faire appel à ces techniques, en particulier celles utilisant le processeur PIMM1 de LSI-LOGIC, développé à l'Ecole des Mines [Pey92]. On considère généralement que les algorithmes séquentiels sont un ordre de grandeur plus rapide que leur équivalent parallèle.
3. Les algorithmes ordonnés. Cette dernière catégorie est la plus récemment développée. Les méthodes ordonnées tirent avantage de la capacité des ordinateurs non spécialisés à accéder n'importe quelle partie de la mémoire facilement, et non seulement à partir de balayages. On compte parmi les algorithmes ordonnés :
 - Ceux à base de chaînes et de lacets. Initiés par M. Schmitt [Sch89] et L. [Vin90]. Fonctionnent à partir des contours des objets (binaires) et sur des triangulations (donc trame hexagonale uniquement, en 2-D).
 - Ceux à base de files d'attente simples (FA). Proposés par L. Vincent (voir sa thèse), ces algorithmes fonctionnent essentiellement pour les images binaires (il existe des exceptions : la reconstruction numérique, la LPE, par exemple), à partir du contour des objets, et sont adaptable à n'importe quelle trame.

- Ceux à base de Files d'Attente Hiérarchiques (FAH). Proposés par F. Meyer [Mey90a], ces algorithmes étendent le concept des FA au cas numérique. Ceux-ci fonctionnent pour n'importe quelle trame également. L'idée de base derrière les FAH est de fournir un tris permanent des pixels qui sont entrés dans cette structure.
- Ceux à base de tas (*heap*). Proposés très récemment par L. Vincent [Vin93]. Ces structures permettent de corriger certains défauts des FAH, en particulier le fait que l'on ne peut traiter qu'un faible nombre de niveaux de gris en même temps avec les FAH. Les tas n'ont pas ce genre de limitations (on peut ainsi travailler avec eux sur des images en flottant, et non nécessairement en entier). On paye cette souplesse par des temps de calcul un peu plus longs (en général, cet accroissement de temps de calcul n'est pas sensible). Dans le cadre de cette thèse, une contribution importante à l'élaboration de ces algorithmes a été apportée. C'est pourquoi nous donnons quelques détails supplémentaires : les tas s'utilisent globalement de la même manière que les FAH : on dispose de 4 fonctionnalités :
 - (a) **HEAP-init** Créer une structure de tas (argument : une taille). Cette taille peut augmenter au fur et à mesure de l'utilisation du tas, mais cet aspect des choses est normalement invisible de l'utilisateur.
 - (b) **HEAP-free** Libérer une structure de tas. A la fin de son utilisation, on libère toute la taille allouée au tas.
 - (c) **HEAP-put** Ajouter un point (pointeur de pixel) au tas (argument : le pixel en question).
 - (d) **HEAP-get** Enlever un point du tas. Pas d'argument, mais cette fonction retourne le premier pointeur entré dans le tas avec le niveau de gris (priorité) le plus faible.

La structure interne des tas est celle d'un arbre binaire complet, mis en œuvre de façon particulière (voir [Sed91]). Un exemple un algorithme de calcul de la fonction distance euclidienne utilisant les tas est présenté maintenant.

Algorithme : Fonction distance euclidienne par Tas
<ul style="list-style-type: none"> • Données <ul style="list-style-type: none"> - <i>imIn</i>, image d'entrée binaire. - <i>imOut</i>, image de sortie. - <i>imX</i>, image coordonnée <i>X</i> des vecteurs de propagation. - <i>imY</i>, image coordonnée <i>Y</i> des vecteurs de propagation. • Variables <ul style="list-style-type: none"> - \vec{Ox}, \vec{Oy}, vecteurs unitaires (abscisse et ordonnée respectivement) - <i>vx</i>, <i>vy</i>, variables entières - <i>dist</i>, <i>oldist</i>, variables entières - <i>p</i>, <i>p'</i>, pixels • Initialisation <ul style="list-style-type: none"> <i>HEAP-init</i>(<i>imIn.sizeX</i> * <i>imIn.sizeY</i>);

```

Pour tout pixel  $p$  de  $imIn$ 
   $imOut[p] = imIn[p]$ ; /* copie de in dans out */
   $imX[p] = imY[p] = +\infty$ ;
  Si  $imIn[p] = 1$  et si  $\exists p'$ , voisin de  $p$ ,  $imIn[p'] = 0$  alors
     $HEAP-add(p)$ ;
     $imX[p] = \vec{p'p} \cdot \vec{Ox}$ ;  $imY[p] = \vec{p'p} \cdot \vec{Oy}$ ;
  FinSi
FinPour

• Boucle principale
TantQue ( $p \leftarrow HEAP-get()$ ) n'est pas NUL
  Pour tout  $p'$  voisin de  $p$ 
    Si ( $imOut[p'] = 1$ )
       $imOut[p] = \sqrt{imX[p]^2 + imY[p]^2} + 1$ ;
      Pour tous les voisins  $p'$  de  $p$ 
        Si  $imOut[p] = 1$ 
           $oldist = imX[p']^2 + imY[p']^2$ 
           $vx = imX[p] + \vec{pp'} \cdot \vec{Ox}$ ;  $vy = imY[p] + \vec{pp'} \cdot \vec{Oy}$ ;
           $newdist = vx^2 + vy^2$ ;
          Si ( $newdist < oldist$ ) alors
             $imOut[p'] = newdist + 1$ ;
             $HEAP-add(p')$ ;
            /* on affecte réellement imOut APRÈS la propagation */;
             $imOut[p'] = 1$ ;
             $imX[p'] = vx$ ;  $imY[p'] = vy$ ;
          FinSi
        FinSi
      FinPour
    FinSi
  FinPour
FinTantQue

/* Étape optionnelle */
Pour tout pixel  $p$  de  $imOut$ ;
  Si  $imOut[p] > 0$  alors  $imOut[p] \leftarrow imOut[p] - 1$ ;
FinPour
 $HEAP-free()$ ;

```

Cet algorithme peut calculer la fonction distance euclidienne de tous les ensembles binaires quelque soit leur taille, à la différence de celui de Gratin. L'algorithme de Gratin [Gra93] utilise en effet une FAH, structure qui ne permet pas de traiter un grand nombre de niveau de gris en même temps (typiquement 256 au maximum), or l'établissement de la fonction distance pour un ensemble binaire suffisamment grand peut réclamer beaucoup de ces niveaux². Celui de Gratin et le nôtre possèdent cependant les mêmes qualités ceci mis à part, en particulier au niveau temps de calcul. Voici une comparaison des temps de calculs obtenus en comparaison

²Ragnemalm dans [Rag92] propose une méthode pour résoudre ce problème, mais qui ne donne pas entièrement satisfaction, des erreurs pouvant survenir pour des ensembles binaires assez grands

<i>Image</i>	<i>Danielsson</i>	<i>Le nôtre</i>
Fibres	22.3 s	1.7 s
Simulation	22.1 s	3.9 s
Point inversé	22.5 s	24.6 s

TAB. B.1: Temps de calcul comparés pour l'algorithme de Danielsson et le nôtre

avec l'algorithme de Danielsson [Dan80], la référence en ce domaine.

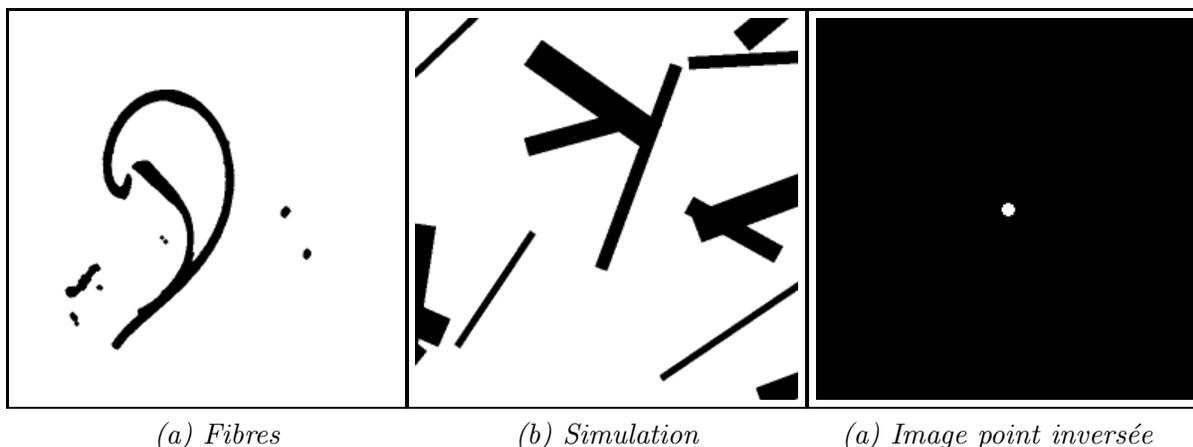


FIG. B.21: Images ayant servi pour la comparaison des algorithmes de fonction distance euclidienne.

Ces temps de calcul s'entendent sur une station de travail NeXT 68040/25MHz (équivalent Sun SPARC I). On constate dans certains cas un gain de l'ordre de 10 par rapport à l'algorithme (séquentiel) de Danielsson. Pour les problèmes bien adaptés, c'est cet ordre de grandeur que l'on constate en faveur des algorithmes ordonnés.

Conclusion

Dans ce chapitre nous avons évoqué un certain nombre d'opérateurs plus ou moins classiques en MM. Sans vouloir les résumer, on peut faire quelques remarques d'ordre général sur ceux-ci :

- Les outils morphologiques supposent la plupart du temps une connaissance *a priori* de ce qu'on recherche. À cela plusieurs raisons : la notion d'élément structurant permet d'indiquer ce qu'on recherche ou ce qu'on veut éliminer. D'autre part la plupart des opérations morphologiques n'ont pas d'inverse. On ne peut pas définir l'inverse d'une érosion dans le cas général, l'application d'une telle opération fait donc perdre de l'information à l'image. On a donc intérêt à savoir ce qu'on recherche afin de ne pas le faire disparaître. Ce n'est pas pour autant que l'on ne peut pas *améliorer* une image (même visuellement) en lui appliquant un traitement morphologique [Tal93].
- Les opérateurs morphologiques vont généralement par paires : ceci est l'illustration de

la dualité par rapport à la complémentation de l'image, qui est à la base même de la plupart des opérateurs de MM.

- Bien que nous nous proposons de traiter exclusivement des images bidimensionnelles à niveaux de gris dans le cadre de cette thèse, on ne doit pas oublier que la MM opère sur tout treillis complet. Des traitements morphologiques ont été réalisés sur des graphes [Vin90, VJ92], sur des images à trois dimensions [Gra93], de même que sur des images multispectrales (cas des images couleur ou des images satellites [Soi92]) .

Annexe C

Notations

Ensembles

μ, λ, a, b

α, θ

ρ, η

ρ_X

x, y, p, q, \dots

$\vec{v}, \overrightarrow{AB}$

G

$N_G(x)$

X, Y, \dots

B

$D(x, r)$

\tilde{B}

$\mathbb{R}^n, \mathbb{Z}^n$

Scalars, réels

Angles (sauf contexte)

Fonctions à valeurs réelles

Fonction distance de l'ensemble X

Points d'un ensemble

Vecteurs (\overrightarrow{AB} est engendré par le bipoint (A,B))

Graphe

Voisinage de x selon le graphe G

Ensembles euclidien ou discrets

Élément structurant

Disque centré en x et de rayon r

Symétrique de B par rapport à l'origine

Espace euclidien, espace discret

Logique et transformations

$\exists x, \dots$

Il existe x tel que...

$\forall x, \dots$

Pour tous les x tels que ...

\implies

Implique

\iff

Équivaut à

$x \in X$

x élément de l'ensemble X

$X \subset Y$

L'ensemble X est sous-ensemble de Y

X^c

Ensemble complémentaire de X

$<, >$

Plus petit que, plus grand que ...

\wedge, \vee

Inf, sup dans un treillis

$\{X, \dots\}$

Famille d'ensembles $X \dots$

λX

Homothétique de X de rapport λ

X_h

Translaté de X par le vecteur h . $X_h = \{x, x - h \in X\}$

$X \cup Y$	Union de X et Y
$X \cap Y$	Intersection de X et Y
$X \setminus Y$	Différence ensembliste :
	ensemble des points appartenant à X mais pas à Y .
$X \oplus B$	Addition de Minkowski
$X \ominus B$	Soustraction de Minkowski
ϵ, ϵ_B	Érosion, employant B comme élément structurant
$\epsilon_n, \epsilon_R^{(n)}$	Érosion de taille n , géodésique dans R
δ, δ_B	Dilatation, employant B comme élément structurant
$\delta_n, \delta_R^{(n)}$	Dilatation de taille n , géodésique dans R
γ, γ_B	Ouverture, employant B comme élément structurant
$\gamma_n, \gamma_R^{(n)}$	Ouverture de taille n , géodésique selon R
γ^{rec}	Ouverture par reconstruction
ϕ, ϕ_B	Fermeture, employant B comme élément structurant
$\phi_n, \phi_R^{(n)}$	Fermeture de taille n , géodésique selon R
ϕ^{rec}	Fermeture par reconstruction

Topologie

\bar{X}	Adhérence de X
$\overset{\circ}{B}$	Intérieur de X
∂X	Frontière de X

Probabilités et Statistiques

$P\{*\}$	Probabilité de l'évènement $*$
$E(X)$ ou \bar{X}	Espérance mathématique de X (moyenne)
$N(X)$	Fréquence de X
θ	Densité volumique
$f(D, \dots)$	Densité de probabilité
X^*	Valeur estimée de X

Table des figures

1.1	Procédure de filtration d'une suspension de fibres minérales.	19
1.2	Exemple d'image de fibres minérales par la méthode CRIR 3.	20
1.3	Autre exemple	20
1.4	Allure du rendement en électrons secondaires	21
1.5	Exemple d'image de fibres minérales dans un MEB environnemental.	23
1.6	Effet de flamboiement des arêtes dans un MEB environnemental.	24
1.7	Comparaison entre les résolutions d'un MEB standard et d'un environnemental.	25
1.8	Partie d'un échantillon mal métallisé au carbone.	27
1.9	Résultat obtenu avec une métallisation au nickel.	28
1.10	Double métallisation. Contraste observé pour différentes épaisseurs d'or déposées et pour un filtre en a	
1.11	Influence de la porosité du filtre	31
1.12	Filtre de porosité trop petite	32
1.13	Exemple de qualité d'image retenue.	33
1.14	Exemple d'image de coupes polies.	34
2.1	Petits déplacement d'un élément structurant au cours d'un balayage.	43
2.2	Principe de l'algorithme appliqué en digital sur une trame carrée, dans le cas d'un élément structurant	
2.3	Mouvements proposés d'un élément structurant au cours d'un balayage sur une trame discrète.	45
2.4	Bord supplémentaire à ajouter à l'image au cours de l'opération.	46
2.5	Ouverture par un disque euclidien de taille 30.	47
2.6	Temps de calcul. Érosion/Dilatation par des carrés selon différentes méthodes (échelle Log-Log).	49
2.7	Influence du contenu de l'image sur le temps de calcul.	51
2.8	Déplacement horizontal d'un pixel vers la droite d'un segment horizontal.	52
2.9	Application de l'algorithme de Bresenham.	54
2.10	Translation de la droite de Bresenham	55
2.11	Translation de l'élément structurant le long de la droite de Bresenham	56
2.12	Balayage d'une image à l'aide d'une ligne de Bresenham	58
2.13	Sup d'ouvertures avec des éléments structurants rectilignes.	60
2.14	Temps de calcul. Ouverture par des segments selon différentes méthodes.	61
2.15	Décomposition d'un élément structurant à l'aide de segments.	62
2.16	Temps de calcul. Dilatation par un carré selon différentes méthodes.	62
2.17	Balayage à un angle d'un élément structurant quelconque.	63
3.1	Boules maximales et non-maximales.	66
3.2	Le squelette est le lieu des points où les fronts de feu se rencontrent [Figure : L. Vincent].	66
3.3	Exemples de différents squelettes pour des formes simples. Le squelette euclidien est le seul à donner u	

3.4	Étapes successives dans la réalisation d'un squelette 8-connexé.	70
3.5	Composantes de l'image des vecteurs de propagation et lignes de niveau de la fonction distance obtenue.	71
3.6	Mauvaise détection des centres de boules maximales	72
3.7	Amont et aval d'un point x sur la fonction distance de X	73
3.8	Bien que clairement centres de boules maximales, les pixels en gris clair ne sont pas détectés par la méthode.	74
3.9	Vecteur amont dans le cas digital 4-connexé.	75
3.10	Détection des centres de boules maximales par différentes méthodes.	77
3.11	Détection d'amont en 8-connexité.	79
3.12	Relief et squelette de la fonction distance de deux disques imbriqués.	80
3.13	Homotopie locale et extrémité de squelette.	81
3.14	Configurations en 8-connexité qui, selon que le pixel central est présent ou non, modifient l'homotopie.	82
3.15	Indice des voisins d'un pixel.	83
3.16	Étapes successives dans la réalisation d'un squelette euclidien.	85
3.17	Un ensemble de squelettes intéressants.	86
3.18	Définition de la bissectrice conditionnelle	87
3.19	Bissectrices conditionnelles euclidiennes pour quelques angles θ	88
3.20	Allure de la fonction bissectrice pour un ensemble constitué de 2 disques imbriqués	89
3.21	Exemple de non-continuité de la fonction bissectrice.	90
3.22	Fonction bissectrice d'un ensemble.	91
3.23	On peut segmenter l'ensemble 1 par des érodés ultimes, mais pas l'ensemble 2.	91
3.24	Extraction des centres d'un schéma Booléen de disques.	92
4.1	Exemple d'image de fibres minérales vues en coupe polie.	100
4.2	Les érodés ultimes de X par B sont les maxima régionaux de la fonction distance de X engendrée par B	100
4.3	Segmentation de deux particules imbriquées par érodés ultimes et ligne de partage des eaux.	102
4.4	Première segmentation sur une image de fibres en coupe	103
4.5	Segmentation de grains de café	104
4.6	Seconde segmentation sur une image de fibres en coupe.	104
4.7	Le squelette minimal est le sous-ensemble du squelette qui joint les érodés ultimes.	105
4.8	Aspect de la fonction d'étanchéité pour une particule proche de (a) une ellipse, (b) deux disques imbriqués.	105
4.9	La valeur de seuil est fixée à 75%, bien adaptée au cas de la segmentation de deux hexagones de taille voisine.	106
4.10	Exemple d'ensemble connexe dont le squelette minimal possède un point multiple qui n'est pas un érodé ultime.	106
4.11	Érodés ultimes non réduits à un point	109
4.12	Changement de représentation des branches du squelette.	109
4.13	Résultat de la segmentation par analyse de la fonction d'étanchéité sur une image de fibres en coupe.	110
4.14	Comparaison des effets des érodés ultimes et de la bissectrice conditionnelle dans le cas de deux disques imbriqués.	110
4.15	Exemple d'application des bissectrices conditionnelles.	113
4.16	On doit mesurer le diamètre apparent des fibres avant segmentation et non pas après.	113
4.17	Pondération par la longueur des fibres.	115
5.1	Première colonne : image originale et résidus de la décomposition. Deuxième colonne : image binaires obtenues.	120
5.2	Application des graphes	124
5.3	Combinaison d'un chapeau haut-de-forme noir surfacique et d'une fermeture classique pour détecter les fibres.	125
5.4	Segmentation des grosses fibres.	126
5.5	Utilisation d'un sup d'ouvertures par des segments orientés dans un grand nombre de directions pour détecter les fibres.	127
5.6	Utilisation d'un chapeau haut-de-forme simple pour la détection d'une petite fibre.	129
5.7	Comparaison chapeau haut-de-forme classique / chapeau haut-de-forme par reconstruction.	129

5.8	Comparaison chapeau haut-de-forme classique / squelette numérique partiel .	131
5.9	Comparaison du chapeau haut-de-forme hiérarchique par reconstruction ou non avec les chapeaux hauts	
5.10	Problème des reconstructions indésirables	133
5.11	Double seuillage suivi de reconstruction : exemple d'application.	134
5.12	Exemple d'application de la chaîne de détection des petites fibres.	136
5.13	Application d'une ouverture surfacique à la détection des plus petites fibres. .	138
5.14	Application de moyennes directionnelles à la détection des toutes petites fibres.	140
5.15	Comparaison des deux méthodes de détection des plus petites fibres.	141
5.16	La réunion de deux squelettes n'est pas le squelette de la réunion : cas de deux fibres croisées.	143
5.17	A l'intérieur des boules maximales correspondant au points multiples du squelette, la direction des bra	
5.18	Effacement de la partie inutilisable des croisements.	145
5.19	Un élément structurant directionnel proposé par Kurdy et ses dilatations successives.	146
5.20	Connection de deux extrémités de squelette d'après Kurdy.	147
5.21	Connection logicielle de deux extrémités de squelette.	148
5.22	Exemple de croisement de deux fibres.	149
5.23	Masques de propagation	152
5.24	Obtention d'un masque de propagation par la LPE de l'image de départ. . . .	153
5.25	Connection de deux marqueurs dans un masque géodésique	154
5.26	Exemple de reconnection multiple.	155
5.27	Séparation des grosses fibres accolées.	157
5.28	Quelques amas de fibres difficiles à segmenter.	158
5.29	Exemple de segmentation de fibres à plat	160
6.1	Mesure du diamètre d'une fibre.	164
6.2	Valeurs théoriques de $N(D)$	169
6.3	Longueur vraie dans le cas de champs adjacents	170
6.4	Dilatation d'un rectangle par un disque.	173
6.5	Application de la méthode 3 à la simulation d'un processus de Poisson.	174
6.6	Application de la méthode 3 à la simulation d'un processus non Poissonien. .	174
6.7	Simulation d'un dépôt de fibres et lignes de niveaux de la fonction distance euclidienne obtenue.	176
6.8	Simulations. Résultats sur $N(D)$	177
6.9	Simulations. Résultats sur $L(D)$	178
6.10	Simulations. Convergence de $\bar{L}(D)$	178
7.1	Histogramme obtenu avec la méthode les coupes polies.	182
7.2	Histogramme obtenu avec la méthode les fibres à plat. Images du MIT (à l'environnemental).	184
7.3	Histogramme obtenu avec la méthode des fibres à plat. Images du MIT (à l'environnemental).	185
7.4	Histogramme obtenu avec la méthode des fibres à plat. Images du CRIR (MEB standard).	187
7.5	Histogramme des longueurs estimées sur des images de fibres à plat. Images du CRIR (MEB standard)	
7.6	Comparaison des histogrammes pondérés par la longueur obtenus par la méthode des coupes polies et	
A.1	Schéma de principe d'un microscope à balayage.	201
A.2	Interactions entre le faisceau d'électrons incident et l'échantillon	202
A.3	Spectre d'énergie des électrons émis par l'échantillon. E_0 est l'énergie du faisceau incident.	203
A.4	Forme du volume d'interaction entre le faisceau et le matériau.	204
A.5	Influence de l'angle d'incidence sur l'émission d'électrons secondaires.	205
A.6	Influence de l'angle d'incidence sur l'émission d'électrons rétrodiffusés.	206

A.7	Les électrons rétrodiffusés parvenant de la région hachurée sont cachés à la vue du détecteur	207
A.8	Contraste de numéro atomique (tension d'accélération 30 kV).	207
A.9	Résolution en fonction du mode émissif.	209
A.10	Métallisation par évaporation sous vide secondaire.	211
A.11	Métallisation par pulvérisation cathodique.	212
A.12	Effet d'une forte tension d'accélération sur un relief prononcé.	213
A.13	Bilan électronique suivant l'énergie du faisceau incident.	213
B.1	La fonction distance d'un ensemble est l'application qui en chaque point de l'ensemble associe sa distance à l'ensemble.	
B.2	Portions de trame carrée	219
B.3	Portion de trame hexagonale.	219
B.4	Propriété de Jordan digitale	220
B.5	Plusieurs chemins distincts peuvent être de longueur minimale dans une trame discrète.	221
B.6	Exemple d'images binaire et à niveaux de gris.	222
B.7	Sous-graphe d'un signal monodimensionnel et d'une image.	222
B.8	Sup et inf de deux images I et J .	223
B.9	ES élémentaires pour les trames standard (carrée 4-connexe, hexagonale 6-connexe, carrée 8-connexe).	
B.10	ÉS de taille croissante pour la trame carrée (tailles 0 (identité), 1, 2 et 3) en 8-connexité.	225
B.11	Dilatation d'un signal par un élément structurant non plan (fonction structurante) et un élément structurant plan.	
B.12	Dilatations et érosions en niveaux de gris et en binaire par un élément structurant carré symétrique.	225
B.13	Dilatation géodésique	230
B.14	Reconstruction	230
B.15	Fermetures et ouvertures en niveaux de gris et en binaire (ÉS carré de taille 2.)	231
B.16	Fermeture surfacique	232
B.17	Top-hat sur un signal 1-D.	233
B.18	Utilisation des filtres alternés séquentiels. (a) Image binaire, (b) FAS blanc taille 2, (c) Fond d'œil, (d) Image de fond.	
B.19	La ligne de partage des eaux.	236
B.20	En a image originale, en b le gradient (vu en relief), en c les marqueurs (ici imposés à la main) et en d l'image de fond.	
B.21	Images ayant servi pour la comparaison des algorithmes de fonction distance euclidienne.	240

Bibliographie

- [BBG⁺85] D. Benoit, J.F. Bresse, F. Grillon, F. Maurice, L. Meny, J.-L. Pouchou, N Roinel, et J. Ruste. Pratique du microscope électronique à balayage. Rapport technique, ANRT, Paris, 1985.
- [Beu82] S. Beucher. *Proceedings of the International Conference on acoustics, speech and Signal Processing*, pages 1928–1931, 1982.
- [Beu89] S. Beucher. Squelettes connexes et non connexes. Rapport Interne N-7/89/MM, Ecole des Mines de Paris, Centre de Morphologie Mathématique, 1989.
- [Beu90] S. Beucher. *Segmentation d'images et morphologie mathématique*. Thèse de Doctorat, Ecole des Mines de Paris, Juin 1990.
- [Bil92] M. Bilodeau. *Architecture logicielle pour processeur de morphologie mathématique*. Thèse de Doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, Janvier 1992.
- [BL79] S. Beucher et C. Lantuéjoul. Sur l'utilisation de la ligne de partage des eaux en détection de contours. Rapport Interne N-598, Ecole des Mines de Paris, Centre de Morphologie Mathématique, Mai 1979.
- [Blu61] H. Blum. An associative machine for dealing with the visual field and some of its biological implications. Dans *Biological Prototypes and synthetic systems*, volume 1, pages 244–260. 2nd Annual Bionics Symposium, Cornell Univ., E. E. Bernard and M. R. Kare eds., Plenum Press, New-York, 1961.
- [Bre65] J. E. Bresenham. Algorithm for computer control of digital plotter. *IBM System Journal*, 4 :25–30, 1965.
- [BS87] P. Baron et S. Stanley. Evaluation of the magiscan image analyser for asbestos fiber counting. *American Industrial Hygiene Association Journal*, 48 :39–46, 1987.
- [BV90] S. Beucher et L. Vincent. Introduction aux outils morphologiques de segmentation. *Traitement d'image en microscopie à balayage et en microanalyse par sonde électronique*, pages F1–F43, Mars 1990.
- [CC85] M. Coster et J.L. Chermant. *Précis d'analyse d'images*. Les presses du CNRS, 1985.
- [CH68] L. Calabi et W.E. Hartnett. Shape recognition prairie fires, convex deficiencies and skeletons. *American Mathematical Monthly*, 75(4), 1968.
- [Cha90] B.B. Chaudhuri. An efficient algorithm for running window pel gray level ranking in 2-d images. *Pattern Recognition Letters*, 11(2) :77–80, Février 1990.
- [CRI90] Fiber diameter measurements using the scanning electron microscope. Rapport technique, CRIR, Rantigny, Mai 1990.

- [Dan80] P.-E. Danielsson. Euclidean distance mapping. *Computer Graphics and Image Processing*, 14 :227–248, 1980.
- [Dan88] G. D. Danilatos. Foundation of environmental scanning electron microscopy. *Advances in electronics and electron physics*, 77, 1988.
- [Dan90] G. D. Danilatos. Theory of the gaseous detector device. *Advances in electronics and electron physics*, 78, 1990.
- [Deg89] M. Degenne. Préparation des coupes polies de fibres de verre d’isolation en vue d’une observation au MEB. CRIR. Publié sous forme de transparents, 1989.
- [Deg91] M. Degenne. Poussières fibreuses en microscopie électronique à balayage. approche méthodologique par échantillonnage de champs. Rapport Interne 36-191, CRIR, Mai 1991.
- [EMP92] Rapport d’activité de l’école des mines. Rapport technique, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1992.
- [ESE91] *Electroscan operator’s manual*. 66 Concord Street, Wilmington MA 01887 USA, 1991.
- [FM87] F. Friedlander et F. Meyer. A sequential algorithm for detecting watersheds on a gray level image. Dans *7th Int. Congress for Stereology*, volume 6/III, pages 663–668, Septembre 1987.
- [GMT93] C. Gratin, F. Meyer, et H. Talbot. Fast gray-level morphological transforms with any structuring elements. Dans *Visual Communications and Image Processing’93*, Boston, November 1993. SPIE.
- [Gra93] C. Gratin. *De la représentation des images au traitement morphologique d’images tridimensionnelles*. Thèse de Doctorat, Ecole des Mines de Paris, 1993.
- [Gri90] M. Grimaud. Etude des algorithmes ordonnés et désordonnés de dilatation. Rapport interne, Ecole des Mines de Paris, Centre de Morphologie Mathématique, Mai 1990.
- [Gri91] M. Grimaud. *La géodésie numérique en morphologie mathématique. Application à la détection automatique de microcalcifications en mammographies numériques*. Thèse de Doctorat, Ecole des Mines de Paris, Décembre 1991.
- [GW93] J. Gil et M. Werman. Computing 2-d min, median and max filters. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 15(5) :504–507, Mai 1993.
- [Had57] H. Hadwiger. *Vorlesungen über Inhalt, Oberfläche und Isoperimetrie*. Springer, 1957.
- [Had59] H. Hadwiger. Normale körper im euklidischen raum und ihre topologischen und metrischen eigenschaften. *Math. Zeitschr.*, (71) :124–140, 1959.
- [HYT79] T.S. Huang, G.J. Yang, et G.Y. Tang. A fast two-dimensional median filtering algorithm. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 27(1), Février 1979.
- [Jeu91] D. Jeulin. *Modèles morphologiques de structures aléatoires et de changement d’échelle*. Thèse de Doctorat, Université de Caen, 1991. Doctorat d’État.
- [K⁺93] A.R. Koenig et al. fiber diameter measurements of bulk MMVF. *Analytica chemica acta*, Janvier 1993. EURIMA, fifth draft.

- [Kle77] J.-C. Klein. Mesure automatique de la surface spécifique d'isolants fibreux. Rapport technique, Centre de Morphologie Mathématique, Fontainebleau, december 1977.
- [Kur90] B. Kurdy. *Transformées morphologiques directionnelles et adaptatives : application aux sciences des matériaux*. Thèse de Doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1990.
- [Lan78] Ch. Lantuéjoul. *La squelettisation et son application aux mesures topologiques des mosaïques polycristallines*. Thèse de Doctorat, Ecole des Mines de Paris, 1978.
- [Lan92] Ch. Lantuéjoul. Modèles aléatoires. Rapport technique, Centre de géostatistique, 1992. Cours de DEA.
- [LL91] F. Leymarie et M.D. Levine. Computing euclidean skeleton via an active contour model. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1991.
- [Mat67] G. Matheron. *Éléments pour une théorie des milieux poreux*. Masson, Paris, 1967.
- [Mat75] G. Matheron. *Random Sets and Integral Geometry*. J. Wiley and sons, New-York, 1975.
- [Mat88a] G. Matheron. Example of topological properties of skeletons. Dans J. Serra, éditeur, *Image Analysis and Mathematical Morphology*, volume 2, Theoretical Advances, pages 217–238. Academic Press, London, 1988.
- [Mat88b] G. Matheron. On the negligibility of the skeleton. Dans J. Serra, éditeur, *Image Analysis and Mathematical Morphology*, volume 2, Theoretical Advances, pages 239–256. Academic Press, London, 1988.
- [Mey79] F. Meyer. *Cytologie quantitative et morphologie mathématique*. Thèse de Doctorat, Ecole des Mines de Paris, 1979.
- [Mey90a] F. Meyer. Algorithmes ordonnés de ligne de partage des eaux. Rapport Interne N-06/90/MM, Ecole des Mines de Paris, Centre de Morphologie Mathématique, Février 1990.
- [Mey90b] F. Meyer. Digital euclidean skeletons. Dans *Visual Communications and Image Processing'90*, volume 1360, pages 251–262, Lausanne, 1990. SPIE.
- [Mey90c] F. Meyer. Un algorithme ordonné de dilatation. Rapport interne, confidentiel, Ecole des Mines de Paris, Centre de Morphologie Mathématique, Février 1990.
- [Mey91] F. Meyer. Un algorithme optimal de ligne de partage des eaux. Dans *Proc. 8ème Congrès Reconnaissance des Formes et Intelligence Artificielle*, pages 847–857. AFCET, Novembre 1991.
- [Mil74] R. Miles. *Stochastic Geometry*. J. Wiley and sons, New-York, 1974.
- [Min97] H. Minkowski. Allgemeine Lehrsätze über konvexe Polyeder. *Nachr. Ges. Wiss. Göttingen*, pages 198–219, 1897.
- [Min01] H. Minkowski. Über die Begriffe Länge, Oberfläche und Volumen. *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker Vereinigung*, 9 :115–121, 1901.
- [Pag92] D.W. Paglerioni. Distance transforms : Properties and machine vision applications. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing : Graphical Models and Image Processing*, 54(1) :56–74, January 1992.

- [Pey92] R. Peyrard. *Conception et mise en oeuvre d'un A.S.I.C. de morphologie mathématique à architecture programmable*. Thèse de Doctorat, Ecole des Mines de Paris, Juillet 1992.
- [Rag92] I. Ragnemalm. Fast erosion and dilation by contour processing and thresholding of distance maps. *Pattern Recognition Letters*, 13(3) :161–166, Mars 1992.
- [Riv91] J.-F. Rivest. Transformer XLISP en un environnement d'analyse d'images. Rapport Interne N-06/91/MM, Ecole des Mines de Paris, Centre de Morphologie Mathématique, mars 1991.
- [RSB92] J.-F. Rivest, P. Soille, et S. Beucher. Morphological gradients. Dans *IS&T's symposium on electronic imaging science and technology*. SPIE, Février 1992.
- [Sch89] M. Schmitt. *Des algorithmes morphologiques à l'intelligence artificielle*. Thèse de Doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, Février 1989.
- [Sed91] R. Sedgewick. *algorithms in C*. Prentice-Hall, 1991.
- [Ser82] J. Serra. *Image analysis and mathematical morphology*. Academic Press, 1982.
- [Ser88] J. Serra. *Image Analysis and Mathematical Morphology - Volume II : Theoretical Advances*. Academic Press, London, 1988.
- [Soi91] P. Soille. Spatial distributions from contour lines : an efficient methodology based on distance transformations. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 2(2) :138–150, Juin 1991.
- [Soi92] P. Soille. *Morphologie mathématique : du relief à la dimensionalité-algorithmes et méthodes-*. Thèse de Doctorat, Université catholique de Louvain, Belgique, Février 1992.
- [SR92] P. Soille et J.F. Rivest. Principles and applications of morphological image analysis. Support de cours., 1992.
- [SS93] Jean Serra et Philippe Salembier. Connected operators and pyramids. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Mai 1993. Soumis pour acceptation.
- [SV89] J. Serra et L. Vincent. Lecture notes on morphological filtering. Cahiers du centre de morphologie mathématique 8, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1989.
- [Tal90] H. Talbot. Mesures de diamètres de fibres de verre d'isolation par analyse automatique d'image. Rapport de DEA, Université Paris VI, 1990.
- [Tal93] H. Talbot. Le prétraitement en morphologie mathématique. *Journal de Métallurgie et Matériaux*, 1993. à paraître.
- [TJH92] H. Talbot, D. Jeulin, et Linn W. Hobbs. Scanning electron microscope image analysis of fiber glass insulation. Dans *Annual MAS/EMSA conference*, Boston, 1992.
- [Tro84] A. Trouvé. Optimisation de la métallisation pour le MEB. Rapport interne numéro 3510-g, SAINT GOBAIN RECHERCHE, Juin 1984.
- [TTV92] H. Talbot et I. Terol Villalobos. Binary image segmentation using weighted skeletons. Dans *Image algebra and morphological image processing III*, volume 1769, San Diego, CA, Juillet 1992. SPIE.

- [TV89] I. Terol Villalobos. Mesures de diamètre de fibres de verre d'isolation. Rapport technique, Centre de Morphologie Mathématique, Fontainebleau, 1989.
- [TV92] H. Talbot et L. Vincent. Euclidean skeleton and conditional bisectors. Dans *Visual Communications and Image Processing'92*, volume 1818, pages 862–873, Boston, November 1992. SPIE.
- [TV93a] H. Talbot et M. Vandroogenboeck. Computing morphological transforms with any structuring elements. *Submitted to Pattern recognition letter*, 1993.
- [TV93b] I. Terol Villalobos. *Analyse morphologique de poudres par des modèles probabilistes*. Thèse de Doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, Septembre 1993. à paraître.
- [vAVG86] G. van Antwerpen, P.W. Verbeek, et F.C.A Groen. Automatic counting of asbestos fibres. Dans I.T. Young et al., éditeur, *Signal Processing III : theories and applications*, pages 891–896, 1986.
- [Vin90] L. Vincent. *Algorithmes morphologiques à base de files d'attente et de lacets. Extension aux graphes*. Thèse de Doctorat, Ecole des Mines de Paris, 1990.
- [Vin91a] L. Vincent. Efficient computation of various types of skeletons. Dans *Medical Imaging V*, San Jose, CA, 1991. spie.
- [Vin91b] L. Vincent. Exact euclidean distance function by chain propagations. Dans *CVPR*, pages 520–525, Maui, Hawaii, 1991. IEEE.
- [Vin91c] L. Vincent. Morphological transformations of binary images with arbitrary structuring elements. *Signal Processing*, 22(1) :3–23, Janvier 1991.
- [Vin93] L. Vincent. Grayscale area openings and closings, their efficient implementation and applications. Dans *Proceedings of the conference on mathematical morphology and its applications to signal processing*, pages 22–27, Barcelone, Espagne, Mai 1993.
- [VJ92] T Viero et D. Jeulin. Morphological analysis of antistatic coatings for photographic films. Contrat -05/07/90, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1992. Confidentiel.
- [VMGT94] C. Vachier, F. Meyer, C. Gratin, et H. Talbot. Fitrage par décomposition morphologique : application à l'extraction de structures rectilignes. Dans *conférence de l'INRIA*. INRIA, 1994. à paraître.
- [VS82] A.M. Vossepoel et A.W.M. Smeulders. Vector code probability and metrication errors in the representation of straight lines of finite length. *Computer graphics and image processing*, 20 :347–364, 1982.
- [VS91] L. Vincent et P. Soille. Watersheds in digital spaces : an efficient algorithm based on immersion simulations. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 13(6) :583–598, Juin 1991.

Index

- aire relative, 173
- algorithme, 41
 - complexité, 44
 - de Bresenham, voir Bresenham
 - de Danielsson, voir Danielsson
- amincissements, 69, 110
 - union, 69
- amont, 72, 74, 78, 88
 - vecteur
 - local, 75
 - vrai, 72, 74, 75
- biais, 166, 175
 - estimation sans, 166
- bissectrice conditionnelle, 85, 87
 - de Meyer, 87
- boule maximale, 66, voir aussi centre de boule maximale
- boule unité, 67
- Bresenham
 - algorithme, 52
 - droite de, 52, 57
 - translation, 53
- CBM, voir centre de boule maximale
- centre de boule maximale, 67, 72, 73, 76
- Centre de Morphologie Mathématique, 217
- chapeau haut-de-forme, 30, 156
 - blanc, 128
 - hiérarchique, 131
 - noir, 32
 - surfacique, 125
- chemin, 218
- CMM, voir Centre de Morphologie Mathématique
- complémentation, 223
- connexité, 218
- contraste, 19, 22, 204
 - autre cause, 208
 - chimique, 25, 26, 30, 34, 206
 - interprétation, 24–26
 - optimisation, 26
 - topographique, 204
- coupe polie
 - préparation, 34
- croissance, 224
- Danielsson
 - algorithme de, 71
- densité
 - de probabilité, 163
 - en volume, 163
- dilatation, voir érosion
- distance, 218
 - euclidienne, 218
 - fonction, 66, 67, 175, 218
 - euclidienne, 70, 71, 108
- dualité, 224
- ébarbulage, 81
- électron, 199
 - bilan, 213
 - détectés en mode environnemental, 24
 - rétrodiffusé, 24–27, 30, 34, 35, 202
 - élastique, 202
 - inélastique, 202
 - modélisation, 203
 - secondaire, 18, 19, 24, 25
 - modélisation, 203
 - vrai, 25, 202
 - zone d'échappée, voir zone d'échappée
- élément structurant, 224
 - de forme arbitraire, 41–51
 - rectiligne, 41, 51, 139
 - sup, 127
 - sous forme d'image, 45
- érodé ultime, voir érosion ultime
- érosion, 224

- méthode triviale, 42
- mise en œuvre efficace, 60
- par décomposition en carrés, 42
- par file d'attente hiérarchique, 42
- par les contours, 42
- par tri de pixels, 42
- ultime, 84, 101, 102, 111
 - reconnection, 103, 105–111
 - utilisation des recouvrements, 42, 52
- ÉS, voir élément structurant
- estimation
 - de la longueur, 166
 - par accumulation de surface, 167–169
 - par intersection, 169–172
 - par schéma booléen, 172–176
 - sans biais, 169
- extensivité, 224
- feu de prairie, voir squelette
- fibres, 9
 - échantillon
 - préparation, 18, 34
 - à plat, 17
 - contrôle, 10
 - croisement, 142
 - définition d'une, 164, 166
 - dépôt, 167
 - détection, 120
 - approche détaillée, 124–142
 - approche globale, 121–124
 - densité, 19, 22, 167
 - depôt, 17
 - fabrication, 9
 - filtration, 18
 - fine, 22, 127
 - grosse, 124
 - reconstruction, 142–156
 - segmentation, 167
 - très fine, 137
- fibres parallèles, 156
- file d'attente
 - hiérarchique, 42, 79
- filtre, 18
 - de rang, 48, 59
 - pores
 - utilisation en segmentation, 125
 - porosité, 30
- flamboisement, 19, 23, 25, 124
- fonction bissectrice, 86–93
 - application, 90
 - intérêt, 90
 - régularité, 90
- fonction d'étanchéité, 105
 - parcours, 109
 - segmentation à l'aide de, 106
- fonction structurante, 48
- formule de Lantuéjoul, voir Lantuéjoul
- fréquence, 163
- gradient, 124
- granulométrie, 166
- graphe, 218
- graphes
 - segmentation avec, 123
- histogramme, 181
 - diamètre, 112, 116, 159
 - fibres à plat, 184, 185, 187
 - fibres en coupe, 182
 - en nombre, 166
 - longueur, 188
- homotopie, 224
- idempotence, 223
- image
 - à niveaux de gris, 221
 - convention, 221
 - analogie avec le relief, 221
 - balayage, 54, 57
 - binaire, 221
 - bords, 46, 57, 169
 - sous-graphe, 221, 223
- inf (\wedge), 223
- instabilité numérique, 168, 172
- intersection (\cap), 223
- lacet, 218, 220
- Lantuéjoul
 - correction de, voir Miles-Lantuéjoul
 - formule de, 67, 86
- ligne de crête, 130
- ligne de partage des eaux, 41, 102, 110
- métallisation, 24, 209
 - à l'or-palladium, 209

- au carbone, 27, 209
- au nickel, 27, 210
- double, 28
- par évaporation, 210
- par pulvérisation, 210
- métrique, voir distance
- marqueur, 125
 - petites fibres, 149
- marqueur homotopique minimal, 79, 80
- maxima locaux, voir point crête
- maxima régionaux, 67 (en note), 103
- mesure
 - correction de biais, 114
 - de la longueur, 159, 163, 165
 - double, 165
 - du diamètre, 112, 159, 165
- MHM, voir marqueur homotopique minimal
- microscope électronique à balayage, 18, 200
 - environnemental, 22, 214
 - grandissement, 18
 - paramètres, 212–215
- microscope optique, 9, 18
- Miles-Lantuéjoul
 - correction, 114, 166
- MM, voir morphologie mathématique
- morphologie mathématique, 217
- moyenne
 - sur fenêtre rectiligne, 63, 139
- opérateur, 10, 119, 137, 165
- ouverture
 - ÉS rectilignes
 - filtrage avec, 127
 - par reconstruction, 131
 - par un disque euclidien, 47
 - surfactive, 125, 137
- paramètres
 - segmentation binaire, 107
- pixel, 217
- poignon, 18, 186
- point crête, 67, 71
- point d’ancrage, 69, 78
- poire d’interaction, 24, 27, 203
- Poisson
 - processus de, 172
 - vérification, 174
- pondération
 - par la longueur, 35, 114, 166, 190
 - correction, 114
 - par la surface, 166
 - par le volume, 166
- pore, 32
- porosité
 - choisie, 33
- processus stationnaire, 167, 168, 171
- propagation
 - directionnelle, 144
 - géodésique, 151
 - masque de, 151
- résidu, 121
- résolution, 19, 28, 208
 - optimisation, 28
- réunion (\cup), 223
- reconstruction, 133
 - directionnelle, 144
- rejet de champs, 157
- schéma booléen, 172
- segmentation
 - avec la bissectrice conditionnelle, 111
 - avec la fonction bissectrice, 111
 - des fibres à plat, 119
 - résultat, 159
 - des grosses fibres, 125
 - fibres en coupe
 - résultats, 116
 - impossible, 157
 - par analyse de la fonction d’étanchéité, 110
 - par ligne de partage des eaux, 124
- seuillage, 124
 - de la fonction bissectrice, 88, 89
 - de la fonction d’étanchéité, voir fonction d’étanchéité
 - double, 134
 - sur les points d’ancrage, 84
- squelette, 65
 - axe médian, 65
 - branches, 143
 - reconstruction, 144
 - d’ordre n , 84
 - en niveaux de gris, 121, 151

- partiel, 130
 - euclidien, 65–85, 108
 - extrémités, 67
 - lisse, 69
 - minimal, 79, 84, 105
 - par boules maximales, 66
 - par ouverture, 66, 67, 69
 - points multiples, 67, 107, 142
 - reconnection virtuelle, 148
 - valué, voir fonction d'étanchéité
- Steiner
- décomposition de, 170
 - formule de, 171
 - polygones de, 61, 63
- sup (\vee), 223
- tas, 79
- trame, 74, 217, 218
- carrée, 218
 - directions principales, 52
 - hexagonale, 218
- translation, 223
- treillis, 224
- vecteur amont, voir amont
- vecteurs de propagation, 71
- zone d'échappée, 203